استخدام توزيع جمبل لأدنى قيمة للتنبؤ بتدفقات مياه نهر النيل

أ.د/ إبراهيم حسن إبراهيم أ.م.د/ هند عبدالغفار عودة
د/ أحمد عبدالهادي السيد محمد أحمد فاروق أحمد

١- مقدمة:

إكتسبت دراسة توزيعات القيم القصوى مكانة كبيرة لما لها من أهمية بالنسبة للعلوم التطبيقية منذ بداية النصف الثانى من القرن العشرين وذلك فى مجالات دراسة الزلازل والبراكين والرياح ومستويات الأمواج ومستويات الفيضان للأنهار وكميات الأمطار Coles (2001). وتتطلب دراسة القيم القصوى Extreme values لظاهرة ما عادةً تقدير احتمالات وقوع قيم أعلى maximum values أو قيم أدنى minimum values من القيم العادية لتلك الظاهرة. ومن النماذج التى يمكن استخدمها فى دراسة توزيعات القيم القصوى للظواهر المختلفة النماذج التقاربية للقيم القصوى The asymptotic extreme value models ومنها توزيع جمبل لأدنى قيمة.

وقد تم استخدام البيانات الشهرية للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة (١٨٧١-٢٠٠٧م) والمقاسة عند محطة أسوان فى توفيق توزيع جمبل لأدنى قيمة، حيث تم افتراض أن هذه البيانات متجانسة homogeneous بمعنى عدم أخذ تأثير التغيرات المناخية والسياسية فى دول حوض النيل فى الاعتبار عند إجراء الدراسة وذلك وفقاً للفرضية التى افترضها Gumbel (1941).

٢- أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى:

إستخدام توزيع جمبل للتنبوء بالقيم المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل حتى سنة ٢٠٦٦ ميلادية.

٣- بعض الدراسات السابقة:

فى سنة ١٩٤١ قام Gumbel بتطبيق التوزيع التقاربى لأعلى قيمة The asymptotic distribution for maximum or largest value، والذى توصل إليه كل من Fisher and Tippet (1928) ، على تحليل ظاهرة الفيضان، وذلك باستخدام بيانات الفيضان الخاصة بنهر الراين بفرنسا فى الفترة (1826-1936) وذلك بتعريف التوزيع المبدئى بالتوزيع الأسى وبدون وضع حد أعلى على قيم الفيضان القصوى.كما قام جمبل باستخدام بيانات الفيضان الخاصة بنهر المسيسبى خلال الفترة (1890-1939). وعرف هذا التوزيع بتوزيع جمبل لأعلى قيمة Gumbel distribution for maximum value. أو توزيع القيمة القصوى النوع الأول (أعلى قيمة) The type I extreme value distribution (maximum value)

فى عام (1970) قام Todorovic and Zelenhasic باستنتاج صيغة عامة للنموذج المحدد للقيمة القصوى لدراسة ظاهرة الفيضان وذلك باستخدام سلسلة القيم الجزئية. وتعنى سلسلة القيم الجزئية وضع مستوى معين للفيضان يسمى مستوى القطع أو مستوى الخطر وقيم الفيضان التى تزيد عن ذلك المستوى (قيم زيادات الفيضان) تمثل سلسلة القيم الجزئية.

فى عام (2002) درست Kotb خصائص الصيغة العامة التى توصل إليها Todorovic and Zelenhasic (1970) وذلك بالتركيز على توزيع أعلى زيادات The distribution of the largest exceedances حيث أن دالة التوزيع لتوزيع أعلى زيادات هى:

$$F(z)=\exp\left\{-\alpha\exp\left(\frac{-z}{\beta}\right)\right\};-\infty<z<\infty\ ,\alpha\ ,\ \beta>0$$

وقامت الباحثة باستخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم ذلك التوزيع، وطبقت ذلك التوزيع على بيانات ٣٥ عاماً من بيانات الفيضانات اليومية أو التدفقات الطبيعية اليومية لمياه نهر النيل الواردة إلى محطة أسوان، وتم الأخذ فى الاعتبار الفيضانات اليومية التى تزيد عن مستوى معين أو ما يعرف بمستوى القطع Truncation level، ثم قامت بعمل اختبار كلوموجروف – سميرنوف لجودة التوفيق.

فى سنة ٢٠٠٥ قام Kamwi باستخدام توزيع القيمة القصوى المعمم لأعلى قيمة The generalized extreme value distribution(GEVD) فى دراسة بيانات أعلى قيم لفيضان نهر الزمبيزى والمقاسة عند كاتيما ميوليلو Katima Mulilo فى ناميبيا خلال الفترة (1965-2003) وبتطبيق أسلوب الشكل البيانى الكمى لـ جمبل GumbeL QQ(quantile – quantile) plot على البيانات محل الدراسة وجد Kamwi أن توزيع القيمة القصوى المعمم لأعلى قيمة The GEVD وتوزيع القيمة القصوى لأعلى قيمة النوع الثالث Type III أو توزيع ويبل ذو الثلاثة معلمات لأعلى قيمة قد نجحا بصورة جيدة جداً فى التعبير عن البيانات، وقد قام Kamwi بتقدير معلمات هذين التوزيعين الاحتماليين باستخدام طريقة الإمكان الأعظم، وقد حصل على الخطأ المعيارى للمعلمات المقدرة من مصفوفة المعلومات التجريبية، وأخيراً قام Kamwi بتقدير الحد الأعلى لمستوى الفيضان باستخدام النماذج المقدرة.

فى سنة ٢٠١٠ قام Persson and Ryden بتوظيف توزيع جمبل الأسى لأعلى قيمة The Exponentiated Gumbel Distribution (EGD) كتوزيع معمم لتوزيع جمبل التقليدى لأعلى قيمة .Gumbel Dist وقام بإيجاد تقديرات لقيم مستويات أمواج المحيط المؤثرة لفترات تكرار مختلفة (١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ سنة) واحتمالات تحققها.

٤- بعض المفاهيم الأساسية:

تحديد مدي جودة النموذج المقدر:

إن الهدف من توفيق أى نموذج إحصائى لمجموعة من البيانات هو الحصول على استنتاجات حول بعض خصائص المجتمع الإحصائى الذى حصلنا منه على هذه البيانات Coles(2001) وتلك الاستنتاجات يمكن أن تكون حساسة بالنسبة إلى مدى جودة توفيق النموذج المقدر، ولذلك فإنه من الضرورى التأكد من أن النموذج المقدر قد تم توفيقه بشكل جيد. والهدف الرئيسى من ذلك هو معرفة مدى قدرة النموذج المقدر على وصف التغيرات فى المجتمع الإحصائى. ويلاحظ الآتي:

١- إذا كانت $x_1,\ldots,x_n$ هى عبارة عن قيم حقيقية مستقلة من مجتمع معين له دالة توزيع $F(x)$ غير معروفه، وكان تقدير دالة التوزيع $F(x)$ هى الدالة $\hat{F}(x)$ والتى يمكن الحصول عليها باستخدام طريقة الإمكان الأعظم.

٢- إذا كانت $x_1,x_2,\ldots,x_n$ هى عبارة عن عينه من البيانات المرتبة ترتيباً تصاعدياً حيث إن: $x_1\le x_2\le\ldots\le x_n$ فإنه لأى قيمة x_i يكون تقدير الاحتمال التجريبى بأن تكون مشاهدة معينه أقل من أو تساوى x_i هو $\widetilde{F}(x_i)=i/n$ وكتعديل طفيف

فإن $\widetilde{F}(x_i)=i/(n+1)$ وذلك حتى لا تكون قيمة $\widetilde{F}(x_n)=1$ وهذا يؤدى إلى التعريف التالى:

إذا كانت هناك عينه مرتبة ترتيباً تصاعدياً من المشاهدات المستقلة $x_1 \le x_2 \le ... \le x_n$ من مجتمع له دالة توزيع $F(x)$ ، فإن دالة التوزيع التجريبية $\widetilde{F}(x_i)$ تعرف كالتالى:

$$\widetilde{F}(x_i)=i/(n+1) \quad for \quad x_i \le x < x_{i+1} \qquad (1)$$

معامل عدم التساوى لسايل: Thiel's inequality coefficient

ويعرف هذا المعامل أيضاً كمعامل U لسايل Thiel's U Zellner and Plam(2004) وهو يعطى مقياس للمقارنة بين القيم المقدرة لسلسلة زمنية معينة باستخدام نموذج معين والقيم المشاهدة لتلك السلسلة، وكذلك يستخدم معامل U لسايل فى المقارنة بين نماذج التنبؤ المختلفة ويتم حسابه باستخدام المعادلة التالية:

$$Thiel's \;\; U=\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_i (x_i-\hat{x}_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_i x_i^2}+\sqrt{\frac{1}{n}\sum_i \hat{x}_i^2}} \qquad (2)$$

حيث إن: x_i هى القيمة المشاهدة رقم (i) للظاهرة محل الدراسة، و $\hat{x}_i$ هى القيمة المقدرة رقم (i-) للظاهرة محل الدراسة باستخدام نموذج معين. وتتراوح قيمة معامل U لسايل بين الصفر والواحد الصحيح ويلاحظ أنه كلما إقتربت قيمة معامل U لسايل من الصفر كلما كان النموذج المستخدم فى التقدير جيداً وبالتالى يمكن استخدامه فى التنبؤ بقيم الظاهرة محل الدراسة فى المستقبل وكلما إقتربت قيمة معامل U لسايل من الواحد الصحيح كلما كان النموذج المستخدم فى التقدير غير جيد وبالتالى لا يمكن استخدامه فى التنبؤ بقيم الظاهرة محل الدراسة فى المستقبل.

فترة التكرار وحساب تنبؤات مستقبلية لأكبر وأقل قيمة للظاهرة محل الدراسة:

بحسب كل من Persson and Ryden (2010), Gumbel (1941) إذا كان:

$$T=1/S(x_T)=1/\{1-F(x_T)\} \qquad (3)$$

هى عبارة عن فترة التكرار المتعلقة بالحصول على قيمة أكبر من أو تساوى (x_T) أى هى متوسط عدد الفترات الزمنية التى تمر حتى يمكن الحصول على قيمة أكبر من أو تساوى (x_T) ، فإنه يمكن الحصول على قيمة (x_T) من المعادلة التالية:

$$x_T=F^{-1}(1-1/T)$$

حيث إن: $F(x_T)$, $S(x_T)$ هى دوال البقاء والتوزيع على الترتيب.

وبصورة مقابلة فإن:

$$T=1/F(x_T^*) \qquad (4)$$

هى عبارة عن فترة التكرار المتعلقة بالحصول على قيمة أقل من أو تساوى (x_T^*) أى هى متوسط عدد الفترات الزمنية التى تمر حتى يمكن الحصول على قيمة أقل من أو تساوى (x_T^*) ويمكن الحصول على قيمة (x_T^*) من المعادلة التالية:

$$x_T^* = F^{-1}\left(\frac{1}{T}\right)$$

التوزيعات التقاربية للقيم القصوى:

إذا كانت: $Z_1,...,Z_N$ متغيرات عشوائية مستقلة وتتبع نفس التوزيع المتصل وتمثل مستويات ظاهرةً ما خلال فترة زمنية معينه Coles (2001) فإن:

$$M_N = \max\{Z_1,...,Z_N\} \quad ، \quad \widetilde{M}_N = \min\{Z_1,...,Z_N\} \qquad (٥)$$

تمثل أعلى وأدنى مستوى من مستويات تلك الظاهرة خلال تلك الفترة على الترتيب، وإذا كان التوزيع الاحتمالى الدقيق للمتغير Z_I معروفاً فإن التوزيعات الاحتمالية المتعلقة بكل من M_N ، $\widetilde{M}_N$ يمكن معرفتها بدقة، ولكن فى الواقع العملى يكون التوزيع الاحتمالى للمتغير Z_I غير معروف مما يجعل معرفة التوزيعات الاحتمالية المتعلقة بكل من M_N ، $\widetilde{M}_N$ غير ممكنة. ومع ذلك فإنه تحت شروط مناسبة فإن التوزيعات التقاربية لكل من M_N ، $\widetilde{M}_N$ للقيم الكبيرة لـ N يمكن الحصول عليها باستخدام طريقة مشابهة لنظرية النهاية المركزية مما يؤدى إلى الحصول على عائلة من النماذج التى يمكن معايرتها بالقيم المشاهدة لكل من M_N ، $\widetilde{M}_N$. وفيما يلى تناول كيفية استنتاج النماذج أو التوزيعات التقاربية لأدنى قيمة:

إذا كانت: $M_N = \max\{Z_1,...,Z_N\}$, $\widetilde{M}_N = \min\{Z_1,...,Z_N\}$

فإنه بالنسبة للقيم الكبيرة لـ N يلاحظ أن:

$$\Pr\left\{\frac{\widetilde{M}_N - u_N}{b_N} \le x\right\} = \Pr\left\{\frac{-(M_N - u_N)}{b_N} \le x\right\}$$

$$= 1 - \Pr\left\{\frac{(M_N - u_N)}{b_N} \le -x\right\} \qquad (٦)$$

وبوضع اختيارات ملائمة لكل من $u_N, (b_N > 0)$ فإنه يمكن الحصول على التوزيعات التقاربية لأدنى قيمة والتى تتمثل فى العائلات الثلاثة الآتية من التوزيعات الاحتمالية:

Type I:

$$\Pr[X \le x] = F(x) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right\}, \quad -\infty < x, u < \infty; \qquad (٧)$$

Type II:

$$\Pr[X \le x] = F(x) = \begin{cases} 0 & , \; x \ge u \\ 1 - \exp\left\{-\left(\frac{u-x}{b}\right)^{-\alpha}\right\} & , \; x < u \end{cases}; \qquad (٨)$$

Type III:

$$\Pr[X \le x] = F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-u}{b}\right)^{\alpha}\right\}, & x \ge u \\ 1 & , \; x < u \end{cases} \qquad (٩)$$

$$-\infty < u < \infty, \; b > 0, \; \alpha > 0.$$

حيث:

Type I : Gumbel family for minimum value
Type II : Fréchet family for minimum value
Type III : Weibull family for minimum value

حيث معلمة الموضع u ومعلمة المقياس b هذا ويمكن تلخيص الأنواع الثلاثة السابقة للتوزيعات التقاربية لأدنى قيمة فى توزيع القيمة القصوى المعمم لأدنى قيمة والذى تكون دالة التوزيع الخاصة به كالتالى:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\left[1 + k\left(\frac{x-u}{b}\right)\right]^{1/k}\right\}, & 1 + k\left(\frac{x-u}{b}\right) \ge 0, \; k \ne 0 \\ 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right\} & , \; -\infty < x < \infty, \; k = 0; \end{cases} \qquad (١٠)$$

$$-\infty < u, k < \infty, \; b > 0.$$

وإذا كانت قيمة المعلمة $k = 0$ فإن المعادلة (١٠) تتحول إلى توزيع القيمة القصوى النوع الأول **Type I** أو توزيع جمبل لأدنى قيمة فى المعادلة (٧)، وإذا كانت قيمة المعلمة $k > 0$ فإن المعادلة (١٠) تتحول إلى توزيع القيمة القصوى النوع الثالث **Type III** أو توزيع ويبل لأدنى قيمة فى المعادلة (٩)، وإذا كانت قيمة المعلمة $k < 0$ فإن المعادلة (١٠) تتحول إلى توزيع القيمة القصوى النوع الثانى **Type II** أو توزيع فيرشت لأدنى قيمة فى المعادلة (٨).
وفى الحقيقة فإن بعض المؤلفين يطلقون على النوع الأول Type I اسم توزيع القيمة القصوى.

٥- توزيع جمبل لأدنى قيمة:

إذا كان التوزيع المبدئى للدالة التراكمية للمجتمع $G(x)$ المسحوبة منه العينه هو التوزيع الأسى Coles (2001) فإنه يتم الحصول على عائلة جمبل سواء كان الاهتمام منصباً على توزيع أدنى قيمة $\tilde{M}_N$ أو توزيع أعلى قيمة M_N فى العينه، وبالنظر إلى المعادلة (٧) فإنها تعبر عن دالة التوزيع لتوزيع جمبل لأدنى قيمة Gumbel distribution for minimum value حيث يكون شكل دالة التوزيع الخاص به كما يلى:

$$\Pr[\,X\le x\,]=F(x)=1-\exp\left\{-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right\}$$

$$,-\infty< x,u<\infty, b>0.$$

حيث إن: u هى معلمة الموضع , b هى معلمة المقياس وإذا كانت قيمة المعلمات u = 0 , b=1 فإن دالة التوزيع لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة تكون كما يلي:

$$F(x)=1-\exp\left[-\exp(x)\right],-\infty<x<\infty. \qquad (١١)$$

وكذلك يمكن الحصول على توزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة وذلك بوضع متغير بديل Reduced variable $y=(x-u)/b$ فى المعادلة (٧) فنحصل على:

$$F(y)=1-\exp\left[-\exp(y)\right],-\infty<y<\infty. \qquad (١٢)$$

وفيما يتعلق بالتوزيع التقاربى للقيمة القصوى والخاص بأدنى قيمة من بين N من المتغيرات العشوائية المستقلة التى لها نفس التوزيع المتصل وهو التوزيع الأسى نلاحظ الأتى:

أولاً: دالة كثافة الاحتمال:

بمفاضلة دالة التوزيع $F(x)$ فى المعادلة (٧) بالنسبة لـ x فإن:

$$f(x)=\frac{1}{b}\exp\left\{\left(\frac{x-u}{b}\right)-\exp\left[\frac{x-u}{b}\right]\right\},-\infty<x,u<\infty, b>0. \qquad (١٣)$$

وإذا كانت قيمة المعلمات u = 0 , b =1 فى المعادلة (١٣) فإنه يتم الحصول على دالة كثافة الاحتمال لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة حيث تكون كالتالى:

$$f(x)=\exp\{x-\exp(x)\},-\infty<x<\infty. \qquad (١٤)$$

أو بمفاضلة دالة التوزيع $F(y)$ فى المعادلة (١٢) بالنسبة للمتغير البديل y فإن:

$$f(y)=\exp\{y-\exp(y)\},-\infty<y<\infty. \qquad (١٥)$$

دالة البقاء: **The survivor function**

$$S(x)=1-F(x)=\exp\left\{-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right\} \qquad (١٦)$$

$$,-\infty< x,u<\infty, b>0.$$

وإذا كانت قيمة المعلمات u = 0 , b =1 فى المعادلة (١٦) فإن دالة البقاء لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة تكون كالتالى:

$$S(x)=\exp\{-\exp(x)\},-\infty<x<\infty. \qquad (١٧)$$

دالة الفشل اللحظية: **The hazard function**

$$h(x)=f(x)/S(x)$$

$$=\frac{\frac{1}{b}\left[\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right]\left[\exp\left(-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right)\right]}{\left[\exp\left(-\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right)\right]}$$

$$h(x)=\frac{1}{b}\left[\exp\left(\frac{x-u}{b}\right)\right],-\infty< x,u <\infty,b>0. \qquad (١٨)$$

وإذا كانت قيمة المعلمات1= u = 0 , b فى المعادلة (١٨) فإن دالة الفشل لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة تكون كالتالى:

$$h(x)=\exp(x) \qquad (١٩)$$

قيمة The pth quantile of the distribution x_p

من المعادلة (٧) نجد أن:

$$P=1-\exp\left\{-\exp\left(\frac{x_p-u}{b}\right)\right\}$$

$$1-P=\exp\left\{-\exp\left(\frac{x_p-u}{b}\right)\right\}$$

$$x_p=u+b\ \ell n\left[-\ell n(1-P)\right] \qquad (٢٠)$$

التوقع والتباين والوسيط والمنوال:

Mean = u – γb = u – 0.5772b (٢١)
Variance = $\pi^2 b^2/6$ (٢٢)
Median = u – 0.3665b (٢٣)
Mode = u (٢٤)

حيث إن γ = 0.5772 وذلك الثابت يسمى ثابت إيلر Euler's constant Lawless (1982).

٦- المعالجة الأولية للبيانات:

للحصول على القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل، سيتم اختيار أدنى قيمة من قيم التدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى كل ثلاث سنوات متتالية، وذلك بدون وجود تداخل بين الفترات الزمنية المتتالية فمثلاً الفترة الاولى تشمل السنوات (١٨٧١-١٨٧٣) والفترة الثانية تشمل السنوات (١٨٧٤-١٨٧٦) وهكذا وذلك للمحافظة على الاستقلال بين القيم، وكذلك حتى لا يسمح بالتكرار لأى قيمة أكثر من مرة، وبالتالى فإنه سيتم اختيار أدنى قيمة من كل ٣٦ مشاهدة لأن النموذج المقترح يفترض أنه سيتم اختيار أدنى قيمة من عينه حجمها كبير نسبياً Coles (2001) أى أن عدد مشاهدات السلسلة سوف يكون مساوياً ٤٦ مشاهدة وذلك كالتالى:

جدول (١)

القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة١٨٧١ – ٢٠٠٧م بالمليار متر مكعب

مركز الفترات	القيم الدنيا	مركز الفترات	القيم الدنيا	مركز الفترات	القيم الدنيا
١٨٧٢	١.٤٩	١٩٢٠	١.١٨	١٩٦٨	٢.٨٠
١٨٧٥	١.٢٥	١٩٢٣	٠.٨	١٩٧١	٢.٤٦
١٨٧٨	١.٢٥	١٩٢٦	١.٢٦	١٩٧٤	٢.٤٩
١٨٨١	١.٣٩	١٩٢٩	١.١٦	١٩٧٧	٣.٠٦
١٨٨٤	١.٤٨	١٩٣٢	١.٠٩	١٩٨٠	٢.٦٥
١٨٨٧	١.٧٥	١٩٣٥	١.٤٤	١٩٨٣	٢.٣٨
١٨٩٠	١.٢٧	١٩٣٨	١.١٣	١٩٨٦	٢.٢٧
١٨٩٣	١.٣٤	١٩٤١	١.٢٤	١٩٨٩	٢.٠٩
١٨٩٦	٢.٣٢	١٩٤٤	١.٥٨	١٩٩٢	٢.٤٤
١٨٩٩	١.٠٢	١٩٤٧	١.٤٤	١٩٩٥	٢.٥٥
١٩٠٢	٠.٩٩	١٩٥٠	١.٢٨	١٩٩٨	٢.٩٣
١٩٠٥	١.١١	١٩٥٣	١.٢٨	٢٠٠١	٢.٥٣
١٩٠٨	١.١٩	١٩٥٦	٢.٢٨	٢٠٠٤	٠.٩٨
١٩١١	٠.٩٨	١٩٥٩	١.٤٠	٢٠٠٧	١.٢٨
١٩١٤	٠.٩٥	١٩٦٢	١.٤١		
١٩١٧	١.٠٩	١٩٦٥	٢.٨٦		

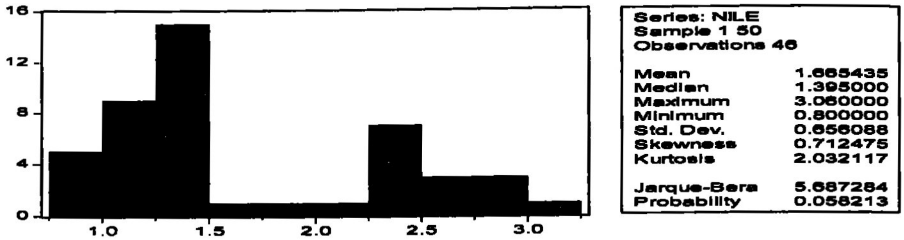
المصدر: بيانات وزارة الرى و الموارد المائية بجمهورية مصر العربية.

أهم الخصائص الإحصائية للسلسلة المستخدمة فى التقدير:

بدراسة الخصائص الإحصائية لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يتضح أن معامل الالتواء موجب حيث يساوى ٠.٧١٢ مما يعنى أن توزيع السلسلة غير متماثل حول وسطها الحسابى ويكون الذيل الأيمن أكثر طولاً مقارنة بالتوزيع العادى المفترض.

شكل (١)

توزيع القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



أيضاً بلغت قيمة معامل التفرطح Kurtosis ٢.٠٣٢ وهى قيمة تقل عن قيمة معامل التفرطح للتوزيع الطبيعى، ولاختبار أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعى نقوم بإجراء اختبار Jarque-Bera حيث تكون الفروض الإحصائية لهذا الاختبار كالآتى:

H_0: البيانات تتبع التوزيع الطبيعى, H_1: البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعى

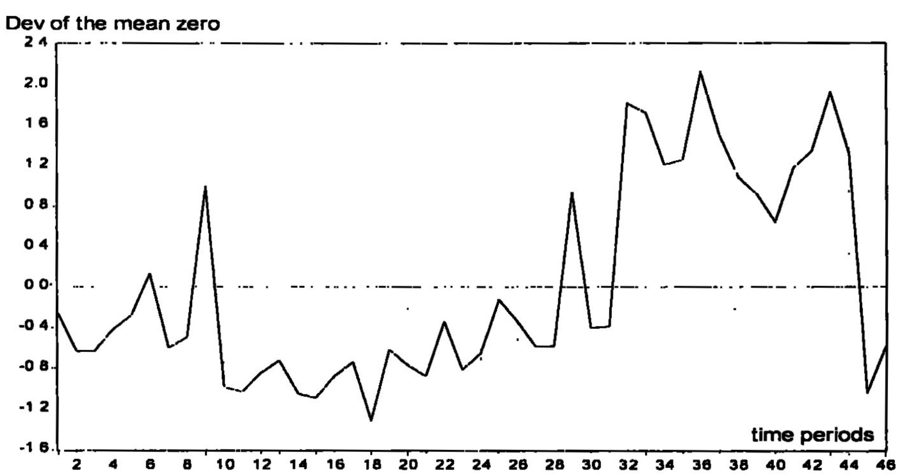
هذا وتشير القيمة الاحتمالية لمعامل Jarque-Bera إلى إمكانية قبول الفرض العدمى القائل بأن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتبع التوزيع الطبيعى تقريباً.

التوقيع البيانى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهرالنيل:

يوضح الشكل البيانى التالى أن قيم المتغير تنحرف عن وسطها الصفرى بشكل ما ولأن من أول خصائص السلاسل الزمنية المستقرة أنها تتقلب حول وسطها الصفرى، ومن ثم يمكن القول بأن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل هى سلسلة زمنية مستقرة تقريباً خلال فترة الدراسة.

شكل (٢)

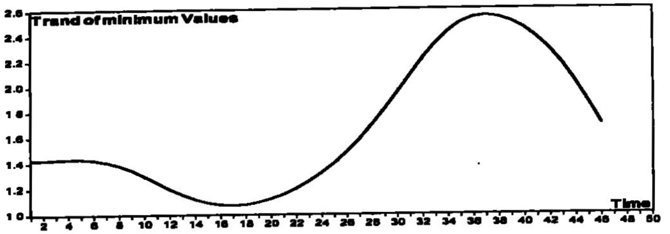
التوقيع البيانى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



حيث إن المحور الأفقى فى الشكل السابق يعبر عن الفترات الزمنية والمحور الرأسى يعبر عن إنحرافات القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل عن وسطها الصفرى.

شكل (٣)

التوقيع البيانى للاتجاه العام لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



٧- اختبارات العشوائية والقيم الشاذة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

فيما يلى سوف يتم تناول إجراء اختبارات العشوائية والقيم الشاذة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كما يلى:

أولاً: اختبار العشوائية:

تكون الفروض الإحصائية لهذا الاختبار كالتالى:

H_0 : توجد عشوائية فى البيانات

H_1 : لا توجد عشوائية فى البيانات

وبإجراء اختبار العشوائية عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك باستخدام الحزمة الإحصائية SPSS كانت النتائج كما يلى:

جدول (٢)

نتائج اختبار العشوائية لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

Runs Test	
The minimum values of the river nile flood data	
Test Value(a)	1.665435
Cases < Test Value	30
Cases >=Tset Value	16
Total Cases	46
Number of Runs	9
Z	- 4.07483
Asymp. Sig.(2-tailed)	0.000
(a) Mean	

ويلاحظ أن القيمة الاحتمالية للاختبار p-value = 0.000 أقل من مستوى المعنوية الذى نجرى عنده الاختبار $\alpha = 0.05$ وبالتالى فإنه يتم رفض الفرض العدمى القائل بوجود عشوائية فى بيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وبالتالى فإن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تخضع للتحكم من جانب أى عوامل خارجية.

ثانياً: اختبار القيم الشاذة:

تكون الفروض الإحصائية لهذا الاختبار كالتالى:

H_0 : أقل أو أكبر قيمة (قيمتين) فى العينه ليست قيماً شاذة

H_1 : أقل أو أكبر قيمة (قيمتين) فى العينه قيماً شاذة

وبإجراء هذا الاختبار بالنسبة لقيمة واحدة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل باستخدام برنامج Gaphpad تم الحصول على هذه النتائج:

جدول (٣)

نتائج اختبار القيم الشاذة بالنسبة لقيمة واحدة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

values:			46		
Outlier detected?			No		
Significance level:			0.05 (two-sided)		
Critical value of Z:			3.094457736		
Your data					
Row	Value	Z Significant Outlier?	Row	Value	Z Significant Outlier?
1	1.49	0.2674	24	1.24	0.6484
2	1.25	0.6332	25	1.58	0.1302
3	1.25	0.6332	26	1.44	0.3436
4	1.39	0.4198	27	1.28	0.5875
5	1.48	0.2826	28	1.28	0.5875
6	1.75	0.1289	29	2.28	0.9367
7	1.27	0.6027	30	1.4	0.4046
8	1.34	0.496	31	1.41	0.3893
9	2.32	0.9977	32	2.86	1.8207
10	1.02	0.9838	33	2.8	1.7293
11	0.99	1.0295	34	2.46	1.2111
12	1.11	0.8466	35	2.49	1.2568
13	1.19	0.7247	36	3.06	2.1256
14	0.98	1.0447	37	2.65	1.5007
15	0.95	1.0905	38	2.38	1.0891
16	1.09	0.8771	39	2.27	0.9215
17	1.18	0.7399	40	2.09	0.6471
18	0.8	1.3191	41	2.44	1.1806
19	1.26	0.618	42	2.55	1.3482
20	1.16	0.7704	43	2.93	1.9274
21	1.09	0.8771	44	2.53	1.3178
22	1.44	0.3436	45	0.98	1.0447
23	1.13	0.8161	46	1.28	0.5875
Furthest from the rest, but not a significant outlier (P > 0.05).					

ويلاحظ من الجدول السابق أن القيمة المطلقة المحسوبة لإحصاءة اختبار القيم الشاذة بالنسبة لقيمة واحدة يمكن الحصول عليها كالتالى:

$$G-Value = 2.1256 + 1.3191 = 3.445$$

Critical value of Z =3.094457736

وبالتالى فإن القيمة المطلقة المحسوبة لاختبار القيم الشاذة بالنسبة لقيمة واحدة أكبر من القيمة الحرجة لـ Z عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ وبالتالى يمكن الوصول إلى قرار بقبول الفرض

العدمى القائل بعدم وجود قيم شاذة فى سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وبالتالى فإنه لن تستبعد أى قيمة من قيم تلك السلسلة عند إجراء التحليل وسوف يتم استخدام كل البيانات الواردة فى جدول (١) فى التحليل.

٨- الشكل البيانى الكمى لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

يمكن تحديد أى نوع من الأنواع الثلاثة السابقة للتوزيعات التقاربية لأدنى قيمة مناسباً لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل باستخدام الشكل البيانى الكمى لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة والذى يعتمد فى رسمه على أزواج القيم التالية:

$$x_i \ , \ \text{Reduced } \ x_i = \ell n \left\{ -\ell n \left[1 - \left(\frac{i-0.5}{n} \right) \right] \right\}$$

حيث إن: x_i هى عبارة عن القيم المشاهدة المرتبة ترتيباً تصاعدياً للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل، ويمكن تلخيص تلك القيم فى الجدول التالى:

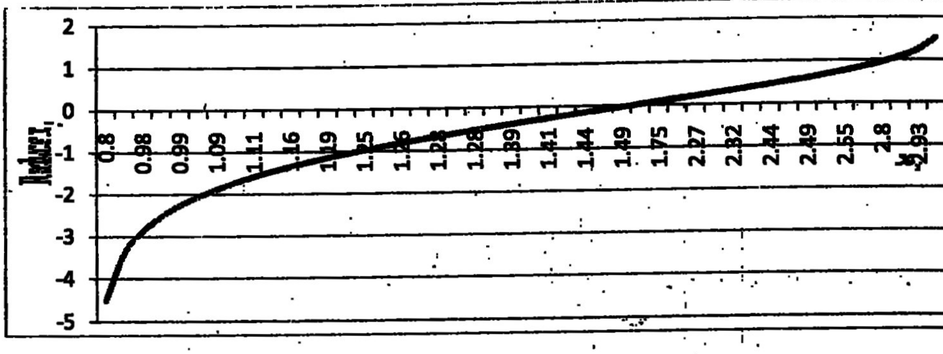
جدول (٤)

القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل $x_{(i)}$ والقيم المقابلة لها $\text{Reduced } x_{(i)}$ خلال الفترة (١٨٧١-٢٠٠٧م)

x_i	i	$\text{Re}\,x_i$	x_i	i	$\text{Re}\,x_i$	x_i	i	$\text{Re}\,x_i$
٠.٨	١	٤.٥١٦-	١.٢٦	١٧	٠.٨١١-	٢.٢٧	٣٣	٠.٢٠٤
٠.٩٥	٢	٣.٤٠٧-	١.٢٧	١٨	٠.٧٣٧-	٢.٢٨	٣٤	٠.٢٦٥
٠.٩٨	٣	٢.٨٨٥-	١.٢٨	١٩	٠.٦٦٥-	٢.٣٢	٣٥	٠.٣٢٧
٠.٩٨	٤	٢.٥٣٦-	١.٢٨	٢٠	٠.٥٩٥-	٢.٣٨	٣٦	٠.٣٩٠
٠.٩٩	٥	٢.٢٧٣-	١.٢٨	٢١	٠.٥٢٨-	٢.٤٤	٣٧	٠.٤٥٦
١.٠٢	٦	٢.٠٦١-	١.٣٤	٢٢	٠.٤٦٢-	٢.٤٦	٣٨	٠.٥٢٤
١.٠٩	٧	١.٨٨٢-	١.٣٩	٢٣	٠.٣٩٨-	٢.٤٩	٣٩	٠.٥٩٥
١.٠٩	٨	١.٧٢٦-	١.٤	٢٤	٠.٣٣٥-	٢.٥٣	٤٠	٠.٦٧١
١.١١	٩	١.٥٨٨-	١.٤١	٢٥	٠.٢٧٤-	٢.٥٥	٤١	٠.٧٥٣
١.١٣	١٠	١.٤٦٤-	١.٤٤	٢٦	٠.٢١٣-	٢.٦٥	٤٢	٠.٨٤٤
١.١٦	١١	١.٣٥١-	١.٤٤	٢٧	٠.١٥٣-	٢.٨	٤٣	٠.٩٤٦
١.١٨	١٢	١.٢٤٦-	١.٤٨	٢٨	٠.٠٩٣-	٢.٨٦	٤٤	١.٠٦٩
١.١٩	١٣	١.١٤٩-	١.٤٩	٢٩	٠.٠٣٤-	٢.٩٣	٤٥	١.٢٣١
١.٢٤	١٤	١.٠٥٧-	١.٥٨	٣٠	٠.٠٢٥	٣.٠٦	٤٦	١.٥٠٩
١.٢٥	١٥	٠.٩٧١-	١.٧٥	٣١	٠.٠٨٤			
١.٢٥	١٦	٠.٨٨٩-	٢.٠٩	٣٢	٠.١٤٤			

شكل (٤)

الشكل البيانى الكمى لتوزيع جمبل المعيارى لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



ويتضح من الشكل (٤) أن الشكل الناتج قريب من الخط المستقيم وبالتالى يمكن التوصل إلى نتيجة مفادها أن توزيع جمبل لأدنى قيمة هو توزيع مقبول بالنسبة لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

٩- توفيق توزيع جمبل لأدنى قيمة باستخدام سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

سيتم فى هذا الجزء من الدراسة إيجاد مقدرات الإمكان الأعظم لمعلمات توزيع جمبل لأدنى قيمة وهما معلمتى الموضع u والمقياس b، ثم تستخدم سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى الحصول على تقديرات معلمتى الموضع u، والمقياسb وذلك بالاعتماد على أسلوب الحل المتتالى لنيوتن رابسون وتطبيق ذلك الأسلوب باستخدام برنامج Mathcad 14 كالتالى:

عند استخدام طريقة الإمكان الأعظم فى التقدير فإنه يكون من الأفضل الاعتماد على الإحصاءات الترتيبية order statistics فى تكوين دالة الإمكان حيث يكون شكل دالة الإمكان فى هذه الحالة عند الاعتماد على بيانات كاملة كما يلى:

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)\ S(x_n)$$

حيث إن : $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هى عبارة عن قيم البيانات الخاصة بالظاهرة أوالمتغير محل الدراسة مرتبة ترتيباً تصاعدياً ومن المعادلتين (١٣) ، (١٦) تكون دالة الإمكان لتوزيع جمبل لأدنى كما يلى:

$$L=\frac{1}{b^n}\exp\left\{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-u}{b}\right)-\sum_{i=1}^{n}\exp\left(\frac{x_i-u}{b}\right)\right\}\exp\left\{-\exp\left(\frac{x_n-u}{b}\right)\right\}$$

ويكون لوغاريتم دالة الإمكان كما يلى:

$$\ell n\, L=\ell n\left(\frac{1}{b^n}\right)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-u}{b}\right)-\sum_{i=1}^{n}\exp\left(\frac{x_i-u}{b}\right)-\exp\left(\frac{x_n-u}{b}\right) \qquad (٢٥)$$

وللحصول على مقدرات الإمكان الأعظم لمعلمتى توزيع جمبل لأدنى قيمة فإنه يتم مفاضلة المعادلة (١) بالنسبة لمعلمتى الموضع u والمقياس b وذلك كما يلى:

$$\frac{\partial \ell nL}{\partial u} = \frac{-n}{b} + \frac{1}{b}\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i - u}{b}\right) + \frac{1}{b}\exp\left(\frac{x_n - u}{b}\right) \qquad (٢٦)$$

$$\frac{\partial \ell nL}{\partial b} = \frac{-n}{b} - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - u}{b^2}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - u}{b^2}\right)\exp\left(\frac{x_i - u}{b}\right) + \left(\frac{x_n - u}{b^2}\right)\exp\left(\frac{x_n - u}{b}\right) \qquad (٢٧)$$

وعند الاستقرار يلاحظ أن:

$$\frac{-n}{\hat{b}} + \frac{1}{\hat{b}}\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i - u}{\hat{b}}\right) + \frac{1}{\hat{b}}\exp\left(\frac{x_n - u}{\hat{b}}\right) = 0$$

$$-n + \sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i - u}{\hat{b}}\right) + \exp\left(\frac{x_n - u}{\hat{b}}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i - u}{\hat{b}}\right) + \exp\left(\frac{x_n - u}{\hat{b}}\right) = n$$

$$\exp\left(\frac{-\hat{u}}{\hat{b}}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i}{\hat{b}}\right) + \exp\left(\frac{x_n}{\hat{b}}\right)\right\} = n$$

$$\exp\left(\frac{\hat{u}}{\hat{b}}\right) = \frac{1}{n}\left\{\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i}{\hat{b}}\right) + \exp\left(\frac{x_n}{\hat{b}}\right)\right\}$$

وبالتالى يكون مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة الموضع u هو:

$$\hat{u} = \hat{b}\,\ell n\left\{\frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\frac{x_i}{\hat{b}}\right) + \exp\left(\frac{x_n}{\hat{b}}\right)\right]\right\} \qquad (٢٨)$$

وعند الاستقرار أيضاً يلاحظ أن:

$$\frac{-n}{\hat{b}} - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \hat{u}}{\hat{b}^2}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \hat{u}}{\hat{b}^2}\right)\exp\left(\frac{x_i - \hat{u}}{\hat{b}}\right) + \left(\frac{x_n - \hat{u}}{\hat{b}^2}\right)\exp\left(\frac{x_n - \hat{u}}{\hat{b}}\right) = 0$$

$$\frac{1}{\hat{b}}\left\{-\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{u}) + \sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{u})\exp(x_i - \hat{u}) + (x_n - \hat{u})\exp(x_n - \hat{u})\right\} = n$$

ويكون مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة المقياس b هو:

$$\hat{b} = \frac{1}{n}\left\{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{u})\exp\left(\frac{x_i - \hat{u}}{\hat{b}}\right) - \sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{u}) + (x_n - \hat{u})\exp\left(\frac{x_n - \hat{u}}{\hat{b}}\right)\right\} \qquad (٢٩)$$

وباستخدام القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى جدول (١) بالاعتماد على إسلوب الحل المتتالى لنيوتن رابسون كانت تقديرات الإمكان الأعظم لمعلمتي توزيع جمبل لأدنى قيمة:

$$\hat{u} = 2.05827,\ \hat{b} = 0.714$$

وبالتعويض بتقديرات الإمكان الأعظم لمعلمتى توزيع جمبل لأدنى قيمة فى المعادلة (٢١) يمكن الحصول على تقدير للقيمة المتوقعة لتوزيع جمبل لأدنى قيمة وذلك كالتالى:

$$\text{Mean} = u - \gamma b = u - 0.5772b$$
$$= 2.05827 - 0.5772 \times 0.714 = 1.6461$$

أى أن القيمة المتوقعة لتوزيع جمبل لأدنى قيمة قريبة من متوسط القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والموجود فى جدول (٢) حيث يكون الإختلاف بينهما ٠.٠١٩ مليار متر مكعب وهذا يعتبر دليل آخر على أن توزيع جمبل لأدنى قيمة يعتبر توزيع مناسب لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

١٠- الشكل البيانى الاحتمالى والكمى لتوزيع جمبل لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

أولاً: الشكل البيانى الاحتمالى:

بالتعويض بقيم $\hat{u} = 2.05827,\ \hat{b} = 0.714$ فى المعادلة (٣١) فإن الصيغة المقدرة لدالة التوزيع لتوزيع جمبل لأدنى قيمة تكون كالتالى:

$$\hat{F}(x) = 1 - \exp\left\{-\exp\left[\frac{x - 2.05827}{0.714}\right]\right\} \qquad (٣٠)$$

ومن المعادلة (٢٥) فإن دالة التوزيع التجريبية $\widetilde{F}(x_i)$ تعرف كالتالى:

$$\widetilde{F}(x_i) = \frac{i}{n+1} \qquad for \qquad x_i \le x < x_{i+1}$$

لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية $\hat{F}(x_i)\ ,\ \widetilde{F}(x_i)$ ويمكن إيجاد أزواج القيم لمياه نهر النيل وذلك كما فى الجدول التالى:

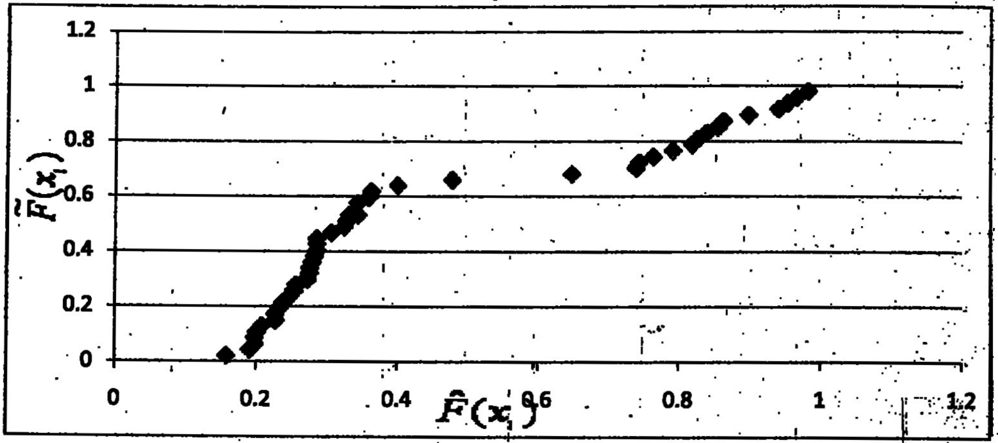
جدول (٥)

قيم $\widetilde{F}(x_i)$, $\hat{F}(x_i)$ لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة (١٨٧١-٢٠٠٧م)

x_i	$\hat{F}(x_i)$	i	$\widetilde{F}(x_i)$	x_i	$\hat{F}(x_i)$	i	$\widetilde{F}(x_i)$
٠.٨	٠.١٥٧٧	١	٠.٠٢١٣	١.٤	٠.٣٢٨١	٢٤	٠.٥١٠٦
٠.٩٥	٠.١٩٠٨	٢	٠.٠٤٢٥	١.٤١	٠.٣٣١٩	٢٥	٠.٥٣١٩
٠.٩٨	٠.١٩٨١	٣	٠.٠٦٣٨	١.٤٤	٠.٣٤٣٤	٢٦	٠.٥٣٣٢
٠.٩٨	٠.١٩٨١	٤	٠.٠٨٥١	١.٤٤	٠.٣٤٣٤	٢٧	٠.٥٧٤٥
٠.٩٩	٠.٢٠٠٦	٥	٠.١٠٦٤	١.٤٨	٠.٣٥٩١	٢٨	٠.٥٩٥٧
١.٠٢	٠.٢٠٨٣	٦	٠.١٢٧٧	١.٤٩	٠.٣٦٣١	٢٩	٠.٦١٧٠
١.٠٩	٠.٢٢٧١	٧	٠.١٤٨٩	١.٥٨	٠.٤٠٠٥	٣٠	٠.٦٣٨٣
١.٠٩	٠.٢٢٧١	٨	٠.١٧٠٢	١.٧٥	٠.٤٧٧٦	٣١	٠.٦٥٩٦
١.١١	٠.٢٣٢٨	٩	٠.١٩١٥	٢.٠٩	٠.٦٤٨٥	٣٢	٠.٦٨٠٩
١.١٣	٠.٢٣٨٥	١٠	٠.٢١٢٨	٢.٢٧	٠.٧٣٩٥	٣٣	٠.٧٠٢١
١.١٦	٠.٢٤٧٤	١١	٠.٢٣٤٠	٢.٢٨	٠.٧٤٤٤	٣٤	٠.٧٢٣٤
١.١٨	٠.٢٥٣٤	١٢	٠.٢٥٥٣	٢.٣٢	٠.٧٦٣٧	٣٥	٠.٧٤٤٧
١.١٩	٠.٢٥٦٥	١٣	٠.٢٧٦٦	٢.٣٨	٠.٧٩١٨	٣٦	٠.٧٦٦٠
١.٢٤	٠.٢٧٢٣	١٤	٠.٢٩٧٩	٢.٤٤	٠.٨١٨٦	٣٧	٠.٧٨٧٢
١.٢٥	٠.٢٧٥٦	١٥	٠.٣١٩١	٢.٤٦	٠.٨٢٧١	٣٨	٠.٨٠٨٥
١.٢٥	٠.٢٧٥٦	١٦	٠.٣٤٠٤	٢.٤٩	٠.٨٣٩٧	٣٩	٠.٨٢٩٨
١.٢٦	٠.٢٧٨٩	١٧	٠.٣٦١٧	٢.٥٣	٠.٨٥٥٧	٤٠	٠.٨٥١١
١.٢٧	٠.٢٨٢٢	١٨	٠.٣٨٣٠	٢.٥٥	٠.٨٦٣٥	٤١	٠.٨٧٢٣
١.٢٨	٠.٢٨٥٥	١٩	٠.٤٠٤٣	٢.٦٥	٠.٨٩٨٨	٤٢	٠.٨٩٣٦
١.٢٨	٠.٢٨٥٥	٢٠	٠.٤٢٥٥	٢.٨	٠.٩٤٠٧	٤٣	٠.٩١٤٩
١.٢٨	٠.٢٨٥٥	٢١	٠.٤٤٦٨	٢.٨٦	٠.٩٥٣٧	٤٤	٠.٩٣٦٢
١.٣٤	٠.٣٠٦٣	٢٢	٠.٤٦٨١	٢.٩٣	٠.٩٦٦٣	٤٥	٠.٩٥٧٤
١.٣٩	٠.٣٢٤٤	٢٣	٠.٤٨٩٤	٣.٠٦	٠.٩٨٢٩	٤٦	٠.٩٧٨٧

وبالتعبير بيانياً عن الجدول السابق يمكن الحصول على الشكل البيانى الاحتمالى لتوزيع جمبل لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كمايلى:

شكل (٥)
الشكل البيانى الاحتمالى لتوزيع جمبل لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



ويتضح من الشكل السابق أن النقاط الاحتمالية ليست بعيدة عن القطر الرئيسى وبالتالى يمكن التوصل إلى نتيجة مفادها أن توزيع جمبل لأدنى قيمة هو توزيع مقبول بالنسبة لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

ثانياً: الشكل البيانى الكمى:

بوضع

$$\hat{F}(x_i) = \widetilde{F}(x_i) = \frac{i}{n+1}$$

$$1-\exp\left\{-\exp\left[\frac{x_i-2.05827}{0.714}\right]\right\} = \frac{i}{n+1}$$

فإننا نجد أن:

$$\hat{x}_i = \hat{F}^{-1}\left[i/(n+1)\right] = 2.05827 + 0.714\,\ell n\left\{-\ell n\left[1-\left(\frac{i}{n+1}\right)\right]\right\}$$

لسلسلة

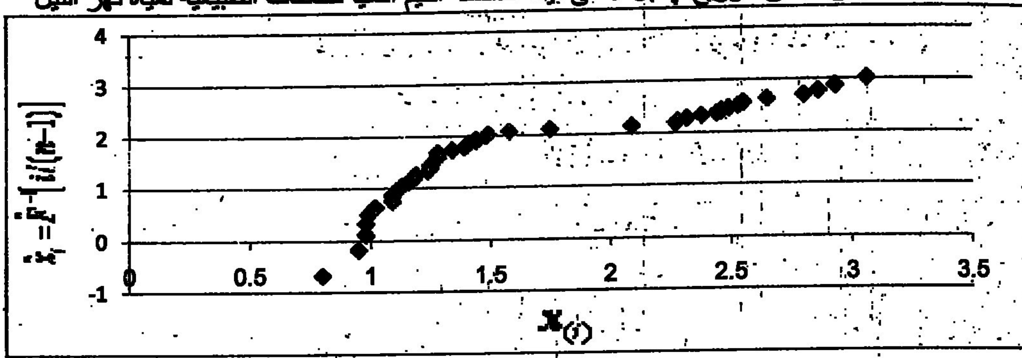
القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية $[x_i, \hat{F}^{-1}[i/(n+1)]$ ويمكن إيجاد أزواج القيم لمياه نهر النيل كما فى الجدول التالى:

جدول (٦)
لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة (١٨٧١-٢٠٠٧)
قيم $x_i \ , \hat{F}^{-1}\left[i/(n+1)\right]$

x_i	i	$\hat{x}_i = \hat{F}^{-1}\left[i/(n+1)\right]$	x_i	i	$\hat{x}_i = \hat{F}^{-1}\left[i/(n+1)\right]$
٠.٨	١	-٠.٦٨٣	١.٤	٢٤	١.٨١٨٤
٠.٩٥	٢	-٠.١٨٠٤	١.٤١	٢٥	١.٨٦١٥
٠.٩٨	٣	٠.١١٧١	١.٤٤	٢٦	١.٩٠٣٩
٠.٩٨	٤	٠.٣٣٠٦	١.٤٤	٢٧	١.٩٤٦٠
٠.٩٩	٥	٠.٤٩٨٢	١.٤٨	٢٨	١.٩٨٧٥
١.٠٢	٦	٠.٦٣٦٨	١.٤٩	٢٩	٢.٠٢٩٠
١.٠٩	٧	٠.٧٥٥٤	١.٥٨	٣٠	٢.٠٧٠
١.٠٩	٨	٠.٨٥٩٦	١.٧٥	٣١	٢.١١١٦
١.١١	٩	٠.٩٥٢٦	٢.٠٩	٣٢	٢.١٥٣١
١.١٣	١٠	١.٠٣٧٠	٢.٢٧	٣٣	٢.١٩٥٠
١.١٦	١١	١.١١٤٤	٢.٢٨	٣٤	٢.٢٣٧٤
١.١٨	١٢	١.١٨٦١	٢.٣٢	٣٥	٢.٢٨٠٦
١.١٩	١٣	١.٢٥٣١	٢.٣٨	٣٦	٢.٣٢٤٦
١.٢٤	١٤	١.٣١٦١	٢.٤٤	٣٧	٢.٣٧٠٠
١.٢٥	١٥	١.٣٧٥٧	٢.٤٦	٣٨	٢.٤١٧١
١.٢٥	١٦	١.٤٣٢٣	٢.٤٩	٣٩	٢.٤٦٦٢
١.٢٦	١٧	١.٤٨٦٥	٢.٥٣	٤٠	٢.٥١٨١
١.٢٧	١٨	١.٥٣٨٤	٢.٥٥	٤١	٢.٥٧٣٧
١.٢٨	١٩	١.٥٨٨٥	٢.٦٥	٤٢	٢.٦٣٤٣
١.٢٨	٢٠	١.٦٣٧٠	٢.٨	٤٣	٢.٧٠٢١
١.٢٨	٢١	١.٦٨٤٠	٢.٨٦	٤٤	٢.٧٨١٠
١.٣٤	٢٢	١.٧٢٩٨	٢.٩٣	٤٥	٢.٨٧٩١
١.٣٩	٢٣	١.٧٧٤٥	٣.٠٦	٤٦	٣.٠٢٠٨

وبالتعبير بيانياً عن الجدول السابق يمكن الحصول على الشكل البيانى الكمى لتوزيع جمبل لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كمايلى:

الشكل البيانى الكمى لتوزيع جمبل لأدنى قيمة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



ويتضح من الشكل السابق أن النقاط الكمية ليست بعيدة عن القطر الرئيسى وبالتالى يمكن التوصل إلى نتيجة مفادها أن توزيع جمبل لأدنى قيمة هو توزيع مقبول بالنسبة لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

١٠-١- حساب معامل عدم التساوى لسايل Thiel's U للنموذج المقدر لتوزيع جمبل لأدنى قيمة:

لحساب قيمة معامل عدم التساوى لسايل Thiel's U للنموذج المقدر لتوزيع جمبل لأدنى قيمة فإننا نستخدم الصيغة الواردة فى المعادلة (٢٦) وبالتعويض من نتائج الجدول (٦) وذلك لتحديد مدى جودة النموذج المقدر لتوزيع جمبل لأدنى قيمة نجد أن:

$$Thiel's\ U = \frac{\sqrt{\dfrac{7.9138042}{46}}}{\sqrt{\dfrac{146.9593}{46}} + \sqrt{\dfrac{159.17408}{46}}} \qquad (٣٢)$$

$$= 0.1137$$

١٠-٢- فترة التكرار لتوزيع جمبل لأدنى قيمة وإيجاد تنبوات مستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

يمكن إيجاد الصيغ المناسبة للحصول على تنبوات مستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك لفترات تكرار مختلفة وذلك كما يلى:

من المعادلتين (٣)، (٣٠) نجد أن:

$$T = \frac{1}{1-\hat{F}(x_T)}$$

$$\hat{F}(x_T) = 1-1/T$$

$$1-\exp\left\{-\exp\left[\frac{x_T-2.05827}{0.714}\right]\right\} = 1-1/T$$

$$x_T = 2.05827 + 0.714\,\ell n\left[-\ell n\left(1/T\right)\right] \qquad (٣٣)$$

حيث إن المعادلة (٣٣) يمكن استخدامها فى الحصول على التنبوات المستقبلية لأكبر قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك لفترات تكرار تبدأ من2 = T إلى T=21 وذلك كما هو وارد فى الجدول التالى:

وذلك كما هو وارد فى الجدول التالى:

جدول (٧)

التنبؤات المستقبلية لأكبر قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل (x_T) بالمليار متر مكعب

T	مركز الفترة	(x_T)	T	مركز الفترة	(x_T)
٢	٢٠٠٩	١.٧٩٦٦	١٢	٢٠٣٩	٢.٧٠٨٢
٣	٢٠١٢	٢.١٢٥٤	١٣	٢٠٤٢	٢.٧٣٠٨
٤	٢٠١٥	٢.٢٩١٥	١٤	٢٠٤٥	٢.٧٥١٢
٥	٢٠١٨	٢.٣٩٨١	١٥	٢٠٤٨	٢.٧٦٩٦
٦	٢٠٢١	٢.٤٧٤٧	١٦	٢٠٥١	٢.٧٨٦٤
٧	٢٠٢٤	٢.٥٣٣٦	١٧	٢٠٥٤	٢.٨٠١٨
٨	٢٠٢٧	٢.٥٨١٠	١٨	٢٠٥٧	٢.٨١٦١
٩	٢٠٣٠	٢.٦٢٠٣	١٩	٢٠٦٠	٢.٨٢٩٣
١٠	٢٠٣٣	٢.٦٥٣٨	٢٠	٢٠٦٣	٢.٨٤١٧
١١	٢٠٣٦	٢.٦٨٢٧	٢١	٢٠٦٦	٢.٨٥٣٢

ويتضح من الجدول (٧) أن قيم التنبؤات المستقبلية لأكبر قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتجه إلى التزايد كلما زاد المدى الزمنى للتنبؤ. ومن المعادلتين (٤)، (٣٠) نجد أن:

$$T = \frac{1}{\hat{F}(x_T^*)}$$

$$\hat{F}(x_T^*) = 1/T$$

$$1 - \exp\left\{-\exp\left[\frac{x_T^* - 2.05827}{0.714}\right]\right\} = 1/T$$

$$x_T^* = 2.05827 + 0.714\ \ell n\left\{-\ell n\left[1 - \frac{1}{T}\right]\right\} \qquad (٣٤)$$

حيث إن المعادلة (٣٤) يمكن استخدامها فى الحصول على التنبؤات المستقبلية لأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك لفترات تكرار تبدأ من T = 2 إلى T=21 وذلك كما هو وارد فى الجدول التالى:

جدول (٨)

التنبؤات المستقبلية لأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل (x_T^*) بالمليار متر مكعب

T	مركز الفترة	(x_T^*)	T	مركز الفترة	(x_T^*)
٢	٢٠٠٩	١.٧٩٦٦	١٢	٢٠٣٩	٠.٣١٤٩

٣	٢٠١٢	١.٤١٣٧	١٣	٢٠٤٢	٠.٢٥٥٣
٤	٢٠١٥	١.١٦٨٧	١٤	٢٠٤٥	٠.٢٠٠٣
٥	٢٠١٨	٠.٩٨٧٣	١٥	٢٠٤٨	٠.١٤٩٢
٦	٢٠٢١	٠.٨٤٣١	١٦	٢٠٥١	٠.١٠١٦
٧	٢٠٢٤	٠.٧٢٣٢	١٧	٢٠٥٤	٠.٠٥٦٩
٨	٢٠٢٧	٠.٦٢٠٧	١٨	٢٠٥٧	٠.٠١٤٩
٩	٢٠٣٠	٠.٥٣١١	١٩	٢٠٦٠	٠.٠٠٠
١٠	٢٠٣٣	٠.٤٥١٥	٢٠	٢٠٦٣	٠.٠٠٠
١١	٢٠٣٦	٠.٣٧٩٩	٢١	٢٠٦٦	٠.٠٠٠

يتضح من الجدول (٨) أن قيم التنبؤات المستقبلية لأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتجه إلى التناقص كلما زاد المدى الزمنى للتنبؤ.

ويمكن الحصول على متوسطات التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك باستخدام النتائج التى تم الحصول عليها فى جدول (٧) وجدول (٨) وذلك كما هو وارد فى الجدول التالى:

جدول (٩)

قيم متوسطات $m(x_T, x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل بالمليار متر مكعب

T	مركز الفترة	$m(x_T, x_T^*)$	T	مركز الفترة	$m(x_T, x_T^*)$
٢	٢٠٠٩	١.٧٩٦٦	١٢	٢٠٣٩	١.٥١١٦
٣	٢٠١٢	١.٧٦٩٦	١٣	٢٠٤٢	١.٤٩٣١
٤	٢٠١٥	١.٧٣٠١	١٤	٢٠٤٥	١.٤٧٥٨
٥	٢٠١٨	١.٦٩٢٧	١٥	٢٠٤٨	١.٤٥٩٤
٦	٢٠٢١	١.٦٥٨٩	١٦	٢٠٥١	١.٤٤٤٠
٧	٢٠٢٤	١.٦٢٨٤	١٧	٢٠٥٤	١.٤٢٩٤
٨	٢٠٢٧	١.٦٠٠٩	١٨	٢٠٥٧	١.٤١٥٥
٩	٢٠٣٠	١.٥٧٥٧	١٩	٢٠٦٠	١.٤١٤٧
١٠	٢٠٣٣	١.٥٥٢٧	٢٠	٢٠٦٣	١.٤٢٠٩
١١	٢٠٣٦	١.٥٣١٣	٢١	٢٠٦٦	١.٤٢٦٦

ويتضح من نتائج الجدول (٩) أن متوسطات التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتجة إلى التناقص مع زيادة المدى الزمنى أو مع زيادة عدد فترات التكرار حيث إن التنبؤات المستقبلية لأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتناقص بصورة أسرع من تزايد التنبؤات المستقبلية لأكبر قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

ولقياس احتمالات تحقق كل متوسط من متوسطات التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا

للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتى تم الحصول عليها في جدول (٩) فإنه يجب الحصول أولاً على الصيغة المقدرة لدالة كثافة الاحتمال لتوزيع جمبل لأدنى قيمة وذلك

بالتعويض بقيم $\hat{u}=2.05827, \hat{b}=0.714$ فى المعادلة (١٣) حيث تكون الصيغة المقدرة لدالة كثافة الاحتمال لتوزيع جمبل لأدنى قيمة كالتالى:

$$\hat{f}(x)=\frac{1}{0.714}\exp\left\{\left(\frac{x-2.05827}{0.714}\right)-\exp\left[\frac{x-2.05827}{0.714}\right]\right\} \quad (٣٥)$$

ويمكن الحصول على القيم الاحتمالية $\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$ المناظرة لكل قيمة من قيم متوسطات $m(x_T,x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك بالتعويض بقيم تلك المتوسطات فى المعادلة (٣٥) حيث تكون النتائج كما هو وارد فى الجدول التالى:

جدول (١٠)

القيم الاحتمالية $\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$ المناظرة لقيم متوسطات $m(x_T,x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل بالمليار متر مكعب.

مركز الفترة	$m(x_T,x_T^*)$	$\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$	مركز الفترة	$m(x_T,x_T^*)$	$\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$
٢٠٠٩	١.٧٩٦٦	%٤٨.٥٤	٢٠٣٩	١.٥١١٦	%٤٠.٩١
٢٠١٢	١.٧٦٩٦	%٤٧.٩٦	٢٠٤٢	١.٤٩٣١	%٤٠.٣٤
٢٠١٥	١.٧٣٠١	%٤٧.٠٤	٢٠٤٥	١.٤٧٥٨	%٣٩.٨٠
٢٠١٨	١.٦٩٢٧	%٤٦.١٠	٢٠٤٨	١.٤٥٩٤	%٣٩.٢٩
٢٠٢١	١.٦٥٨٩	%٤٥.٢٠	٢٠٥١	١.٤٤٤٠	%٣٨.٨١
٢٠٢٤	١.٦٢٨٤	%٤٤.٣٦	٢٠٥٤	١.٤٢٩٤	%٣٨.٣٥
٢٠٢٧	١.٦٠٠٩	%٤٣.٥٧	٢٠٥٧	١.٤١٥٥	%٣٧.٩١
٢٠٣٠	١.٥٧٥٧	%٤٢.٨٤	٢٠٦٠	١.٤١٤٧	%٣٧.٨٩
٢٠٣٣	١.٥٥٢٧	%٤٢.١٦	٢٠٦٣	١.٤٢٠٩	%٣٨.٠٨
٢٠٣٦	١.٥٣١٣	%٤١.٥١	٢٠٦٦	١.٤٢٦٦	%٣٨.٢٦

يتضح من الجدول السابق أن القيم الاحتمالية $\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$ المناظرة لقيم متوسطات $m(x_T,x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تتناقص مع زيادة عدد فترات التكرار، وبشكل عام فإن القيم الاحتمالية $\hat{f}\left(m(x_T,x_T^*)\right)$ تتناقص مع تناقص قيم تلك المتوسطات $m(x_T,x_T^*)$ وتتزايد مع تزايدها.

١١- النتائج والتوصيات:

أولاً: النتائج:

١- لا توجد عشوائية فى بيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وبالتالى فإن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تخضع للتحكم من جانب أى عوامل خارجية.

٢- عندما تم تقدير القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل باستخدام توزيع جمبل لأدنى قيمة نجد أن قيمة معامل عدم التساوى لسايل Thiel's U تساوى ٠.١١٣٧.

٣- بالنظر إلى متوسطات $m(x_T, x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتى تم الحصول عليها باستخدام توزيع جمبل لأدنى قيمة يلاحظ أن القيم الاحتمالية $\hat{f}\left(m(x_T, x_T^*)\right)$ المناظرة لها تتناقص مع تناقص قيم متوسطات $m(x_T, x_T^*)$ التنبؤات المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وتتزايد مع تزايدها، وبالتالى يمكن التوصل إلى نتيجة مفادها أنه كلما قلت قيم التنبؤات المستقبلية للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل كلما قلت الاحتمالات المناظرة لها والعكس صحيح مما يدل على أن القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل احتمالات تناقصها احتمالات متناقصة بينما احتمالات تزايدها احتمالات متزايدة مما يؤكد أن القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تمثل مشكلة بالنسبة إلى مصر فى المستقبل.

ثانياً:التوصيات:

١- ضرورة البحث فى العوامل الخارجية المؤثرة على قيم أدنى زيادات للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل ومحاولة تطويع هذه العوامل بما يساعد على زيادة قيم أدنى زيادات للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى المستقبل وبالتالى زيادة الاحتياطى المائى لمصر على المدى البعيد.

٢- ضرورة بحث إمكانية زيادة موارد مصر المائية العذبة من نهر النيل وذلك عن طريق زيادة الحصة المائية لمصر من موارد النهر وذلك عن طريق بحث إمكانية القيام بمشروعات مشتركة مع دول حوض النيل لزيادة الإيراد المائى لنهر النيل ككل حيث إن النسبة التى تصل إلى مجرى نهر النيل من مياه الأمطار التى تسقط على دول حوض النيل نسبة ضئيلة تقدر بحوالى ٨.٩ % من إجمالى كمية الأمطار التى تسقط على دول حوض النيل والباقى يضيع فى البرك والمستنقعات وعن طريق البخر والنتح والتسرب الديب (٢٠٠٥).

٣- ضرورة بحث إمكانية نقل مكان تخزين فائض مياه نهر النيل من بحيرة ناصر الواقعة عند مدار السرطان إلى منطقة أخرى أقل حرارة من تلك المنطقة حيث تؤدى درجات الحرارة المرتفعة فى تلك المنطقة إلى فقدان جزء كبير من المياه العذبة نتيجةً للتبخر وقد تكون تلك المنطقة منخفض القطارة حيث إن ذلك المكان يقع فى منطقة أقل حرارة من منطقة بحيرة ناصر وكذلك يمكن استخدامه فى توليد كميات كبيرة جداً من الكهرباء والتى قد تفوق كمية الكهرباء التى يتم توليدها من السد العالى.

٤- ضرورة البحث عن مصادر أخرى للمياه العذبة مثل المياه الجوفية ومحاولة تجميعها وإمداد المناطق المحتاجة إليها بها والعمل على الاستفادة القصوى من مياه الأمطار و تحلية مياه البحرين الأحمر والأبيض المتوسط.

١٢- المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

[١] السيد متولى عبد القادر، (٢٠٠٤)، "السياسة النقدية وفرضية حياد النقود دراسة تطبيقية على بعض الدول العربية"، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة وإدارة الأعمال جامعة حلوان، القاهرة.

[٢] عدنان ماجد عبد الرحمن بري، (٢٠٠٢)، "طرق التنبؤالإحصائي"، كلية العلوم جامعة الملك سعود، الرياض.

[٣] محمد محمود إبراهيم الديب، (٢٠٠٥)، " نهر النيل سيد الأنهار"، مكتب نائب رئيس وزراء دولة الإمارات، أبوظبى، الإمارات العربية المتحدة.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

[1] Coles, S., (2001), "An introduction to statistical modeling of extreme values", SpringerVerlag, Londone.

[2] Fisher, R.A. and Tippett, L.H.C., (1928), "Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample", *proceedings of the Cambridge philosophical Society*, Vol. 24, 180.

[3] Gumbel, E.J., (1941), "The Return period of flood flows", *Annals of Mathematical Statistic*, Vol. 12, No. 2, PP: 163-190.

[4] Kamwi, I.S., (2005), published Thesis, "Fitting Extreme Value Distributions to The Zambezi River Flood Water Levels Recorded at Katima Mulilo in Namibia", The Western Cape University, USA.

[5] Kotb,N.S., (2002), Unpublished Ph.D. Dissertation, " The Compound Distributions", Al-Azhar University, Cairo.

[6] Lawless, J.F., (1982), "Statistical Methodes and model for lifetime Data", John wiley & Sons, New York.

[7] Persson, K. and Ryden, J., (2010), "Exponentiated Gumbel Distribution for Estimation of Return Levels of Significant Wave Height", *Journal of Environmental Statistics,* Vol. 1, Issue. 3, PP: 1-12.

[8] Todorovic, P. and Zelenhasic, E., (1970), "A stochastic Model for Flood Analysis" *Water Resources Research*, Vol. 6, No. 6, PP: 1641-1648.

[9] Zellner, A. and Plam, F., (2004), " The structural Econometric Time Series Analysis Approach ", Cambridge University Press, United Kingdom.