استخدام نماذج ARIMA & ARMA للتنبؤ بتدفقات مياه نهر النيل

أ.د/ إبراهيم حسن إبراهيم أ.م.د/ هند عبدالغفار عودة
د/ أحمد عبدالهادي السيد محمد أحمد فاروق أحمد

١- مقدمة:

تتناول هذه الدراسة استخدام البيانات الشهرية للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة (١٨٧١- ٢٠٠٧م) والمقاسة عند محطة أسوان فى إجراء اختبارات العشوائية والقيم الشاذة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل، ثم استخدام هذه السلسلة في نموذج ARIMA (p,d,q) لدراسة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل حيث يستخدم هذا النموذج فى تقدير القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل، ويتم حساب معامل عدم التساوى لسايل Thiel's U للحكم على جودة النموذج المقدر، ثم يتم استخدام نموذج ARIMA (p,d,q) فى التنبؤ بالقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل حتى سنة ٢٠٦٦ م.

٢- أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى:

إستخدام نماذج ARIMA & ARMA للتنبوء بالقيم المستقبلية لأكبر وأقل قيم للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل حتى سنة ٢٠٦٦ ميلادية.

٣- بعض الدراسات السابقة:

تناولت معظم الدراسات السابقة النماذج التى تقوم بدراسة سلوك القيم العليا للظواهر والمتغيرات المختلفة وكذلك سلوك القيم العليا للفيضانات أو سلوك القيم العليا للتدفقات الطبيعية لمياه الأنهار، ولم تقم إلا دراسات محدودة بتناول دراسة القيم الدنيا للظواهر والمتغيرات المختلفة أو سلوك القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه الأنهار والتنبؤ بتلك القيم فى المستقبل.

- فى عام (1970) قام Todorovic and Zelenhasic باستنتاج صيغة عامة للنموذج المحدد للقيمة القصوى لدراسة ظاهرة الفيضان وذلك باستخدام سلسلة القيم الجزئية. وتعنى سلسلة القيم الجزئية وضع مستوى معين للفيضان يسمى مستوى القطع أو مستوى الخطر وقيم الفيضان التى تزيد عن ذلك المستوى (قيم زيادات الفيضان) تمثل سلسلة القيم الجزئية. وفى ذلك النموذج قام الباحثان بدراسة عدد مرات زيادات الفيضان عن مستوى القطع، وقيم تلك الزيادات.

- فى عام (2002) درست Kotb خصائص الصيغة العامة التى توصل إليها Todorovic and Zelenhasic (1970) وذلك بالتركيز على توزيع أعلى زيادات The distribution of the largest exceedances حيث أن دالة التوزيع لتوزيع أعلى زيادات هى:

$$F(z)=\exp\left\{-\alpha\ \exp\left(\frac{-z}{\beta}\right)\right\};-\infty<z<\infty\ ,\alpha\ ,\ \beta\ >0$$

وباستخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم ذلك التوزيع، وطبقت ذلك التوزيع على بيانات ٣٥ عاماً من بيانات الفيضانات اليومية أو التدفقات الطبيعية اليومية لمياه نهر النيل الواردة إلى محطة أسوان، وتم الأخذ فى الاعتبار الفيضانات اليومية التى تزيد عن مستوى معين أو ما يعرف بمستوى القطع Truncation level، ثم قامت بعمل اختبار كلوموجروف – سميرنوف لجودة التوفيق.

- فى سنة ٢٠٠٥ قام Kamwi باستخدام توزيع القيمة القصوى المعمم لأعلى قيمة The generalized extreme value distribution(GEVD) فى دراسة بيانات أعلى قيم لفيضان نهر الزمبيزى والمقاسة عند كاتيما ميوليلو Katima Mulilo فى ناميبيا خلال الفترة (1965-2003).

- فى عام (2005) قامت Abdel Hamid بدراسة الطرق المختلفة التى يمكن استخدامها فى الجمع بين نماذج الشبكات العصبية The Neural Network Models ونماذج المنطق المشوشة The Fuzzy Models. وقامت باختيار النموذج المناسب للتنبؤ بفيضانات الأنهار ولقد وجدت أن أفضل النماذج التى يمكن استخدامها للتنبؤ بفيضانات الأنهار هو نموذج الشبكات العصبية المشوشة المهيئة Adaptive Network Based Fuzzy Inference System (ANFIS) وقد قامت الباحثة باستخدام هذا النموذج للتنبؤ بفيضان نهر النيل وللحكم على هذا النموذج قامت الباحثة باستخدام نموذج الانحدار التدريجى Stepwise Regression ونموذج الشبكات العصبية وقامت الباحثة بمقارنة النتائج التى تم الحصول عليها باستخدام النماذج الثلاثة.
- فى سنة ٢٠١٠ قام Persson and Ryden بتوظيف توزيع جمبل الأسى لأعلى قيمة The Exponentiated Gumbel Distribution (EGD) كتوزيع معمم لتوزيع جمبل التقليدى لأعلى قيمة .Gumbel Dist وقام بإيجاد تقديرات لقيم مستويات أمواج المحيط المؤثرة لفترات تكرار مختلفة (١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ سنة) واحتمالات تحققها وذلك باستخدام توزيع جمبل الأسى لأعلى قيمة EGD وتوزيع جمبل التقليدى لأعلى قيمة .Gumbel Dist وتوزيع القيمة القصوى المعمم لأعلى قيمة GEVD وذلك باستخدام مجموعتين من البيانات الخاصة بمنطقتين مختلفتين فى المحيط الهادى وذلك خلال الفترة (1983-2003).

٤- القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة١٨٧١ – ٢٠٠٧م:

يوضح الجدول التالي القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة١٨٧١ – ٢٠٠٧م مقيسة بالمليار متر مكعب:

جدول (١)

القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل خلال الفترة١٨٧١ – ٢٠٠٧م بالمليار متر مكعب

مركز الفترات	القيم الدنيا	مركز الفترات	القيم الدنيا	مركز الفترات	القيم الدنيا
١٨٧٢	١٫٤٩	١٩٢٠	١٫١٨	١٩٦٨	٢٫٨٠
١٨٧٥	١٫٢٥	١٩٢٣	٠٫٨	١٩٧١	٢٫٤٦
١٨٧٨	١٫٢٥	١٩٢٦	١٫٢٦	١٩٧٤	٢٫٤٩
١٨٨١	١٫٣٩	١٩٢٩	١٫١٦	١٩٧٧	٣٫٠٦
١٨٨٤	١٫٤٨	١٩٣٢	١٫٠٩	١٩٨٠	٢٫٦٥
١٨٨٧	١٫٧٥	١٩٣٥	١٫٤٤	١٩٨٣	٢٫٣٨
١٨٩٠	١٫٢٧	١٩٣٨	١٫١٣	١٩٨٦	٢٫٢٧
١٨٩٣	١٫٣٤	١٩٤١	١٫٢٤	١٩٨٩	٢٫٠٩
١٨٩٦	٢٫٣٢	١٩٤٤	١٫٥٨	١٩٩٢	٢٫٤٤
١٨٩٩	١٫٠٢	١٩٤٧	١٫٤٤	١٩٩٥	٢٫٥٥
١٩٠٢	٠٫٩٩	١٩٥٠	١٫٢٨	١٩٩٨	٢٫٩٣
١٩٠٥	١٫١١	١٩٥٣	١٫٢٨	٢٠٠١	٢٫٥٣
١٩٠٨	١٫١٩	١٩٥٦	٢٫٢٨	٢٠٠٤	٠٫٩٨
١٩١١	٠٫٩٨	١٩٥٩	١٫٤٠	٢٠٠٧	١٫٢٨
١٩١٤	٠٫٩٥	١٩٦٢	١٫٤١		
١٩١٧	١٫٠٩	١٩٦٥	٢٫٨٦		

المصدر: تم الإعداد بالاعتماد على بيانات وزارة الرى و الموارد المائية بجمهورية مصر العربية.

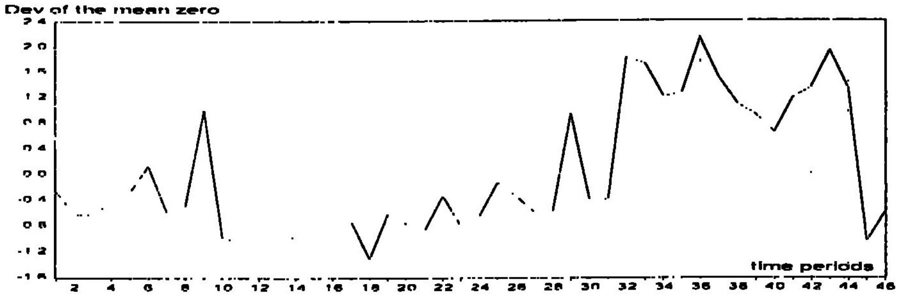
التوقيع البيانى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهرالنيل:

لإمكانية استخدام أحد التوزيعات التقاربية للقيم القصوى سواء لأعلى قيمة أو لأدنى قيمة يجب أن تكون سلسلة البيانات محل الدراسة مستقرة أو قريبة من الاستقرار(2001) Coles

ويوضح الشكل البيانى التالى أن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل هى سلسلة زمنية مستقرة تقريباً خلال فترة الدراسة.

شكل (١)

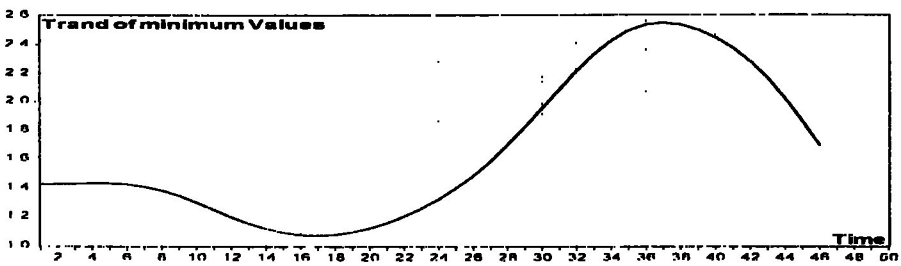
التوقيع البيانى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



حيث إن المحور الأفقى فى الشكل السابق يعبر عن الفترات الزمنية والمحور الرأسى يعبر عن إنحرافات القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل عن وسطها الصفرى.

شكل (٢)

التوقيع البيانى للاتجاه العام لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



٥- الإطار النظرى لنماذج ARIMA & ARMA:

أولاً: تعاريف ومفاهيم أساسية:

شروط الاستقرار للسلسلة الزمنية.

يقال أن السلسلة الزمنية المشاهدة $\{ Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n-1}, Y_n \}$ مستقرة Stationary إذا حققت الشروط التالية:

$$(1)\, E(Y_t) = Fixed = \mu \qquad (١)$$

$$(2)\ \mathrm{cov}(Y_t, Y_s) = \begin{cases} Fixed & , \forall t, \forall s,\ t = s \\ f(|s-t|), & \forall t, \forall s,\ t \neq s \end{cases} \qquad (٢)$$

حيث إن $f(|s-t|)$ قيمة متغيرة وليست ثابتة.

سلسلة الأخطاء العشوائية أو سلسلة حد الخطأ: White Noise Series (ε_t)

وهى عبارة متتابعة من المتغيرات العشوائية المستقلة التى تتبع نفس التوزيع الاحتمالى (I I D) بمتوسط صفرى وتباين ثابت σ^2 أى أن:

$$(1)\ E(\varepsilon_t) = 0 \quad , \forall\ t \qquad (٣)$$

$$(2)\ Cov(\varepsilon_t , \varepsilon_s) = \begin{cases} \sigma^2 \ , \forall t, \forall s, t = s \\ 0 \ , \forall t, \forall s, t \neq s \end{cases} \qquad (٤)$$

ويرمز لها بالرمز $\varepsilon_t \equiv WN(0,\sigma^2)$

دالة التغاير الذاتى: **Autocovariance Function**

إذا كان الإبطاء (K) هو الفترة الزمنية التى تفصل بين Y_t و بين Y_{t-K} أو Y_{t+K} فإن دالة التغاير الذاتى تكون كما يلى:

$$\begin{aligned} \gamma_K &= Cov(Y_t, Y_{t-K}) \ , \ K = 0, \pm1, \pm2,... \\ &= E\left[(Y_t - \mu)(Y_{t-K} - \mu)\right] , \ K = 0, \pm1, \pm2,.... \end{aligned} \qquad (٥)$$

دالة الارتباط الذاتى: **Autocorrelation Function (ACF)**

تعرف دالة الارتباط الذاتى (ACF) كالتالى :

$$\rho_K = \frac{\gamma_K}{\gamma_0} \quad , \ K = 0, \pm1, \pm2,..... (٦)$$

و تتميز بالخصائص التالية : $(1)\ \rho_0 = 1 \quad , \quad (2)\ \rho_{-k} = \rho_k \quad , \quad (3) \left|\rho_k\right| \leq 1$

دالة الارتباط الذاتى الجزئى: **Partial Autocorrelation Function (PACF)**

و هى تعطى مقدار الارتباط بين Y_t ، Y_{t-K} وذلك بعد إزالة تاثير الارتباط الناتج من المتغيرات $\{ Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., Y_{t-K+1} \}$ والتى تقع بينهما ويرمز لها عند الإبطاء (K) بالرمز ϕ_{KK} وأحد طرق حسابها تقوم على حساب معامل الانحدار الجزئى g_K فى معادلة الانحدار الذاتى من الرتبة K:

$$Y_t = \delta + g_1 Y_{t-1} + g_2 Y_{t-2} + ... + g_K Y_{t-K} + \varepsilon_t \quad (٧)$$

ويمكن حساب قيم دالة الارتباط الذاتى الجزئى ϕ_{KK} تكرارياً من العلاقات التالية:

- $\phi_{00} = 1$
- $\phi_{11} = \rho_1 = \dfrac{\gamma_1}{\gamma_0}$
- $\phi_{KK} = \dfrac{\rho_K - \sum_{J=1}^{K-1} \phi_{K-1,J}\ \rho_{K-J}}{1 - \sum_{J=1}^{K-1} \phi_{K-1,J}\ \rho_J} \ , \ K = 2, 3, ...$
- $\phi_{KJ} = \phi_{K-1,J} - \phi_{KK}\ \phi_{K-1,K-J} \ , \ J = 1, 2, ..., K-1$

اختبار إحصاءة (DW): **The Durbin – Watson Statistic**

يستخدم هذا الاختبار فى قياس الارتباط السلسلى من الرتبة الأولى بين كل قيمتين متتاليتين من قيم سلسلة البواقى للسلسلة الزمنية واختبار إحصاءة (DW) هو اختبار للفرض القائل بأن $\rho = 0$ فى المعادلة التالية:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (٨)$$

حيث تكون الفروض الإحصائية لهذا الاختبار كالتالي:

$$H_0 : \rho = 0 \quad , \quad H_1 : \rho \neq 0$$

و فى حالة عدم وجود ارتباط سلسلى بين أزواج البواقى فإن قيمة إحصاءة (DW) تكون قريبة من (٢)، وفى حالة وجود ارتباط سلسلى موجب فإن قيمة إحصاءة (DW) تكون أقل من (٢) وتقترب من الصفر، وفى حالة وجود ارتباط سلسلى سالب فإن قيمة إحصاءة (DW) تقع بين (٢)، (٤).

ثانياً: نماذج الانحدار الذاتى ذات المتوسط المتحرك:

Autoregressive - Moving Average Models (ARMA)

يمكن التعبير عن نموذج ARMA(p,q) لسلسلة زمنية مشاهده $\{ Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n-1}, Y_n \}$ وذلك كما يلى :

$$Y_t = \delta + g_1 Y_{t-1} + g_2 Y_{t-2} + \ldots + g_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}, \ldots \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

و يمكن تلخيص النموذج السابق على الصورة التالية:

$$g_p(B) Y_t = \delta + \theta_q(B) \varepsilon_t \quad (٩)$$

حيث إن:

$$g_p(B) = 1 - g_1 B - g_2 B^2 - \ldots - g_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q$$

حيث إن:

P: عدد فترات إبطاء المتغير محل الدراسة فى معادلة الانحدار الذاتى ،

q: عدد فترات إبطاء حد الخطأ فى معادلة الانحدار الذاتى ،

AR(p): نموذج الانحدار الذاتى من الرتبة p ،

MA(q): نموذج المتوسط المتحرك من الرتبة q ،

ε_t : حد الخطأ فى النموذج وتمثل سلسلة حد الخطأ سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة التى تتبع نفس التوزيع الاحتمالى (IID) بمتوسط صفرى وتباين ثابت σ^2 والتى يرمز لها بالرمز $\varepsilon_t \equiv WN(0, \sigma^2)$،

B : عامل الازاحة أو الإبطاء الخلفى حيث إن:

$B\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}, BY_t = Y_{t-1}$، $B^2\varepsilon_t = \varepsilon_{t-2}, B^2 Y_t = Y_{t-2}$ و هكذا ... ،

$-\infty < \delta < \infty$: مقدار ثابت يمثل المستوى ،

$g_1, g_2, \ldots, g_p$: معاملات الانحدار الذاتى،

$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$: معاملات المتوسط المتحرك.

ويجب ملاحظة أنه لا يمكن تطبيق نموذج ARMA(p,q) إلا على السلاسل الزمنية المستقرة ويمكن استخدام معاملى دالتى الارتباط الذاتى (ACF) والارتباط الذاتى الجزئى (PACF) فى تحديد رتبة نموذج ARMA وذلك كما هو وارد فى الجدول التالى:

جدول (٢)

دالتى الارتباط الذاتى (ACF) والارتباط الذاتى الجزئى (PACF) وتحديد رتبة نماذج (ARMA)

النموذج	(ACF)	(PACF)
AR(1)	تتناقص هندسياً ابتداءً من ρ_1	صفرية بعد ϕ_{11}
AR(2)	تتناقص هندسياً ابتداءً من ρ_2	صفرية بعد ϕ_{22}
AR(p)	تتناقص هندسياً ابتداءً من ρ_p	صفرية بعد ϕ_{qq}
MA(1)	صفرية بعد ρ_1	تتناقص هندسياً بعد ϕ_{11}
MA(2)	صفرية بعد ρ_2	تتناقص هندسياً بعد ϕ_{22}
MA(q)	صفرية بعد ρ_p	تتناقص هندسياً بعد ϕ_{qq}
ARMA(1,1)	تتناقص هندسياً ابتداءً من ρ_1	تتناقص هندسياً بعد ϕ_{11}
ARMA(p,q)	تتناقص هندسياً ابتداءً من ρ_p	تتناقص هندسياً بعد ϕ_{qq}

المصدر: تم الإعداد بواسطة الباحث من كتاب برى (٢٠٠٢).

ثالثاً: نماذج الانحدار الذاتى المتكامل ذات المتوسط المتحرك.

Autoregressive - Integrated - Moving Average Models (ARIMA)

يمكن التعبير عن نموذج ARIMA(p,d,q) لسلسلة زمنية مشاهده $\{ Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n-1}, Y_n \}$ كالتالى:

$$g_p(B)\nabla^d Y_t = \delta + \theta_q(B)\varepsilon_t \qquad (١٠)$$

حيث إن:

p: عدد فترات إبطاء المتغير محل الدراسة فى معادلة الانحدار الذاتى ،

q: عدد فترات إبطاء حد الخطأ فى معادلة الانحدار الذاتى ،

∇ : عامل الفروق من الرتبة الأولى حيث إن $\nabla = (1-B)$ ،

d: عدد مرات أخذ الفروق لمشاهدات السلسلة الزمنية محل الدراسة ،

ε_t : حد الخطأ فى النموذج.

<u>اختبارات دالتى الارتباط الذاتى (ACF) والارتباط الذاتى الجزئى (PACF) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:</u>

يمكن استخدام برنامج EViews 5.1 فى تقدير واختبار معاملى دالتى (ACF) & (PACF) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعة لمياه نهر النيل وذلك من الإبطاء K=1 إلى K=10 حيث تكون النتائج كما يلى:

جدول (٣)

نتائج اختبار دالتى (ACF) & (PACF) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

K	ACF	PACF	Q-Stat	Prob
1	0.700	0.700	24.048	0.000
2	0.530	0.079	38.161	0.000
3	0.590	0.381	56.049	0.000

4	0.529	-0.027	70.786	0.000
5	0.426	0.009	80.545	0.000
6	0.371	-0.062	88.148	0.000
7	0.384	0.107	96.476	0.000
8	0.278	-0.184	100.95	0.000
9	0.159	-0.079	102.46	0.000
10	0.157	-0.022	103.97	0.000

ويتضح من الجدول (٣) أن قيم إحصاءة Q والقيم الاحتماليه الخاصة بها وقيم معاملى الارتباط الذاتى (ACF) والارتباط الذاتى الجزئى (PACF) تدل على إمكانية رفض الفرض العدمى وقبول الفرض البديل القائل بوجود ارتباط ذاتى بين بيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل أى أن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل سلسلة زمنية غير مستقرة.وبالنظر إلى قيم دالتى الارتباط (ACF) & (PACF) يتضح أن قيم كل منهما تتناقص هندسياً بعد K =1 وعلى ذلك فإن الارتباط الذاتى يكون من الرتبة الاولى.

وبإجراء الاختبار بعد أخذ الفروق الأولى لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك من الإبطاء K =1 إلى K =10 تم الحصول على نتائج اختبار دالتى (ACF) & (PACF) لسلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كما فى الجدول التالى:

جدول (٤)

نتائج اختبار دالتى (ACF) & (PACF) لسلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

K	ACF	PACF	Q-Stat	Prob
1	-0.234	-0.234	2.6390	0.104
2	-0.336	-0.414	8.1967	0.017
3	0.221	0.016	10.646	0.014
4	0.062	-0.000	10.843	0.028
5	-0.083	0.042	11.205	0.047
6	-0.132	-0.162	12.152	0.059
7	0.208	0.131	14.556	0.042
8	0.040	0.049	14.649	0.066
9	-0.208	-0.042	17.184	0.046
10	0.169	0.121	18.905	0.041

ويتضح من الجدول (٤) أن قيم إحصاءة Q والقيم الاحتماليه الخاصة بها وقيم معاملى الارتباط الذاتى (ACF) والارتباط الذاتى الجزئى (PACF) تدل على عدم وجود ارتباط ذاتى بين بيانات سلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل أى أنها سلسلة زمنية مستقرة.

أولاً- اختبارات جذر الوحدة: Unit Root tests.

اختبار ديكى فوللر المعدل: The Augmented Dickey-Fuller (ADF)

Dicky and Fuler (1981) يختبر(ADF) الفرض العدمى وهو: وجود جذر الوحدة (عدم الاستقرار) مقابل استقرار الاتجاه فى السلسلة الزمنية الواحدة والتى نرمز لها بالرمز Y_t وبتقدير الصيغة التالية:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + x_t'\delta + \varepsilon_t \qquad (١١)$$

حيث تكون الفروض الإحصائية لهذا الاختبار كالتالى:

السلسلة غير مستقرة (بها جذر الوحدة) $H_0 : \rho = 1$

السلسلة مستقرة (لا يوجد بها جذر الوحدة) $H_1 : \rho < 1 \ or \ |\rho| \geq 1$

أما إذا كانت المعلمة أكبر من الوحدة فإن السلسلة تكون غير مستقرة لأن معنى ذلك أن تباين السلسلة يتزايد مع الزمن إلى ما لا نهاية وبتحويل الصيغة (٢-٢٢) إلى الشكل التالى:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 t + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (١٢)$$

حيث إن: ΔY_t تمثل الفروق الأولى للسلسلة Y_t ، α_0 هو الثابت ، t هو الزمن ΔY_{t-j} هى الفروق الأولى المبطأة المتغير التابع Y_t. ويتم معالجة مشكلة الارتباط السلسلى فى التقدير بإضافة الفروق الأولى المبطأة للمتغير التابع ΔY_{t-j} كمتغيرات مفسرة لأنها تؤدى إلى تحويل سلسلة البواقى إلى سلسلة مستقرة من النوع $WN(0,\sigma^2)$ بدون أن تؤثر على توزيع الإحصاءات وطبقاً للصيغة (١٢) يمكن كتابة الفرض العدمى H_0 والفرض البديل H_1 على النحو التالى:

حيث إن : $\alpha = \rho - 1$

$$H_0 : \alpha = 0 \ , H_1 : \alpha < 0$$

أما t الإحصائية (والتى يطلق عليها τ تاو tau) فيتم تعديلها بالصيغة التالية:

$$t_\alpha = \hat{\alpha} / (se(\hat{\alpha}))$$

حيث إن: $\hat{\alpha}$ المعلمة المقدرة $se(\hat{\alpha})$ معلمة الخطأ المعيارى للتقدير.

ثانياً- اختبار فليبس – بيرون: The Phillips-Perron (PP)

يختبر (PP) الفرض العدمى وهو: وجود جذر الوحدة مقابل استقرار الاتجاه أيضاً، ولكن من خلال توظيف اختبار غير معلمى للصيغة (DF) غير المعدلة (أى التى لا يضاف إليها الفروق الأولى المبطأة للمتغير التابع كمتغيرات مفسرة)، وبذلك يعالج الارتباط الذاتى بشكل بديل، وتحديداً من خلال تعديل t –ratio للمعلمة α، حتى لا يؤثر الارتباط السلسلى على التوزيع التقاربى لإحصاءة الاختبار، أيضا يقرر Stock (1994) أن اختبار (PP) يفضل عن اختبار (ADF) لأنه يأخذ فى الاعتبار إمكانية وجود أخطاء مترتبة على عدم ثبات التباين فى التقدير المستخدم حيث يتم تصحيح الأخطاء المعيارية للمعلمات المقدرة باستخدام مصفوفة Newey-West HAC وفيما يلى تلخيص للنتائج لاختبارات جذر الوحدة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهرالنيل وذلك باستخدام اختبارى ديكى فوللر المعدل (ADF)،فليبس- بيرون(PP).

جدول (٥)

نتائج اختبارات جذر الوحدة لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

الاختبار	(ADF)		Phillips-Perron (PP)	
المعلمة	t- statistic (Lags)		t- statistic (bandwidth)	
الفرض الصفرى	عدم الإستقرار "وجود جذر الوحدة"		عدم الإستقرار "وجود جذر الوحدة"	
المتغير	ثابت فقط	ثابت وزمن	ثابت فقط	ثابت وزمن
القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل	(-١.٣٩٣) (٢)	(-٣.٣١٣) (٠)	(-٢.٥٣١) (٣)	(-٣.١٧٤) (٢)
الفروق الأولى للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل	(-٧.٩٣٥) (١)	(-٧.٨٧٢) (١)	(-٨.٩٨١) (٤)	(-٨.٩٠٢) (٤)
القيم الحرجة٥٪	٢.٩٢٩-	٣.٥١٥-	٢.٩٢٩-	٣.٥١٨-

تشير نتائج اختبار ديكى فوللر المطور (ADF) بأن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل اشتملت على جذر الوحدة لأن القيمة المطلقة لتاو(T) المحسوبة ١.٣٩٣ كانت أقل من القيمة المطلقة لتاو(T) الجدولية ٢.٩٢٩ فى عدم وجود الزمن، كما أن القيمة المطلقة لتاو(T) الجدولية كانت ٣.٥١٥ فى وجود الزمن بينما كانت القيمة المطلقة لتاو(T) المحسوبة ٣.٣١٣ مما يعنى قبول الفرض العدمى القائل بوجود جذر الوحدة (السلسلة غير مستقرة).

بنفس الطريقة تشير نتائج اختبار فليبس- بيرونPP بأن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل اشتملت على جذر الوحدة (السلسلة غير مستقرة) لأن القيمة المطلقة لتاو(T) المحسوبة كانت أقل من القيمة المطلقة لتاو(T) الجدولية سواء فى وجود الزمن أو عدم وجود الزمن فى معادلة التقدير.

وبإعادة الاختبارين بعد أخذ الفروق الاولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل اتضح استقرار السلسلة لأن القيم المطلقة لتاو(T) المحسوبة فى ظل جميع الافتراضات وباستخدام الاختبارين السابقين كانت أكبر من التيم المطلقة للقيم الجدولية المناظرة.

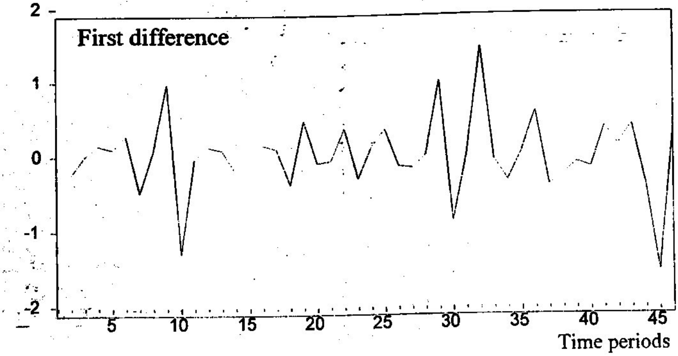
جدول (٦)

سلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل بالمليار متر مكعب

مركز الفترة	الفروق الأولى	مركز الفترة	الفروق الأولى	مركز الفترة	الفروق الأولى
١٨٧٢	لا يوجد	١٩٢٠	٠.٠٩	١٩٦٨	٠.٠٦-
١٨٧٥	٠.٢٤-	١٩٢٣	٠.٣٨-	١٩٧١	٠.٣٤-
١٨٧٨	٠.٠٠	١٩٢٦	٠.٤٦	١٩٧٤	٠.٠٣
١٨٨١	٠.١٤	١٩٢٩	٠.١-	١٩٧٧	٠.٥٧
١٨٨٤	٠.٠٩	١٩٣٢	٠.٠٧ -	١٩٨٠	٠.٤١-
١٨٨٧	٠.٢٧	١٩٣٥	٠.٣٥	١٩٨٣	٠.٢٧-
١٨٩٠	٠.٤٨-	١٩٣٨	٠.٣١-	١٩٨٦	٠.١١-
١٨٩٣	٠.٠٧	١٩٤١	٠.١١	١٩٨٩	٠.١٨-
١٨٩٦	٠.٩٨	١٩٤٤	٠.٣٤	١٩٩٢	٠.٣٥
١٨٩٩	١.٣-	١٩٤٧	٠.١٤-	١٩٩٥	٠.١١
١٩٠٢	٠.٠٣-	١٩٥٠	٠.١٦-	١٩٩٨	٠.٣٨
١٩٠٥	٠.١٢	١٩٥٣	٠.٠٠	٢٠٠١	٠.٤-
١٩٠٨	٠.٠٨	١٩٥٦	١.٠٠	٢٠٠٤	١.٥٥-
١٩١١	٠.٢١-	١٩٥٩	٠.٨٨-	٢٠٠٧	٠.٣٠
١٩١٤	٠.٠٣-	١٩٦٢	٠.٠١		
١٩١٧	٠.١٤	١٩٦٥	١.٤٥		

شكل (٣)

التوقيع البيانى لسلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



ويتضح من الرسم البيانى لسلسلة الفروق الأولى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل أنها سلسلة زمنية مستقرة.

ومن ثم يمكن الوصول إلى القرار بأنه سوف تستخدم نماذج الانحدار الذاتى المتكامل ذات المتوسط المتحرك ARIMA(p , d , q) فى تقدير بيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتنبؤ بها فى المستقبل ولكن يجب أولاً تناول توصيف نموذج ARIMA(p , d , q) لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل ثم بعد ذلك يتم تقدير وتشخيص نموذج ARIMA(p , d , q) المقترح لمعرفة مدى ملائمته للسلسلة الزمنية محل الدراسة ثم يتم استخدام نموذج ARIMA(p , d , q) الملائم لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى التنبؤ بأدنى قيم فى المستقبل.

٦- توصيف نموذج ARIMA (p,d,q) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

تحديد رتبة الفروق (d):

لا يمكن تحديد كل من رتبة الانحدار الذاتى AR(p) أى تحديد عدد فترات الإبطاء للمتغير محل الدراسة ورتبة المتوسط المتحرك MA(q) أى تحديد عدد فترات الإبطاء لحد الخطأ إلا بعد الوصول إلى الاستقرار لبيانات السلسلة الزمنية وبالنسبة إلى سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يلاحظ أنه بعد إجراء اختبارات جذر الوحدة جدول (٥) وإيجاد قيم كل من معاملى (PACF) & (ACF) جدول (٣)، وجدول (٤) واختبار معنوية كل منهما أن سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل قد وصلت إلى الاستقرار وذلك بعد أخذ الفروق الأولى لبيانات تلك السلسة أى أن الفروق من الرتبة الأولى (d = 1).

تحديد رتبة الانحدار الذاتى AR(p):

تستخدم دالة الارتباط الذاتى (ACF) وذلك بعد الوصول إلى الاستقرار لبيانات السلسلة الزمنية فى تحديد رتبة الانحدار الذاتى AR(P) أى تحديد عدد فترات الإبطاء للمتغير محل الدراسة حيث تتناقص قيمة معامل الارتباط الذاتى هندسياً بعد إضافة الإبطاء (p) للمتغير محل الدراسة إلى معادلة الانحدار الذاتى ومن بيانات جدول (٤) يلاحظ أن قيمة معامل الارتباط الذاتى (ACF) تتناقص هندسياً بعد إضافة الإبطاء الثانى لمتغير القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل إلى معادلة الانحدار الذاتى أى أن الانحدار الذاتى لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك بعد الوصول إلى الاستقرار لبيانات تلك السلسلة هو انحدار ذاتى من الرتبة الثانية AR(2) أى أن (p = 2).

تحديد رتبة المتوسط المتحرك MA(q):

تستخدم دالة الارتباط الذاتى الجزئى (PACF) وذلك بعد الوصول إلى الاستقرار لبيانات السلسلة الزمنية فى تحديد رتبة المتوسط المتحرك MA(q) أى تحديد عدد فترات الإبطاء لحد الخطأ حيث تتناقص قيمة معامل الارتباط الذاتى الجزئى هندسياً بعد إضافة الإبطاء (q) لحد الخطأ إلى معادلة الانحدار الذاتى ومن بيانات جدول (٤) نجد أن قيمة معامل الارتباط الذاتى الجزئى (PACF) تتناقص هندسياً بعد إضافة الإبطاء الثانى لحد الخطأ إلى معادلة الانحدار الذاتى لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل أى أن المتوسط المتحرك لمعادلة الانحدار الذاتى لبيانات سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك بعد الوصول إلى الاستقرار لبيانات تلك السلسلة هو متوسط متحرك من الرتبة الثانية MA(2) أى أن (q = 2).

ومما سبق يمكن القول بأن النموذج المقترح لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل هو نموذج ARIMA(2,1,2) وإذا كان:

B هو عامل الازاحه الخلفى ،

g_1 , g_2 هى معاملات الانحدار الذاتى ،

θ_1 , θ_2 هى معاملات المتوسط المتحرك ،

ε_t هى حد الخطأ حيث إن $\varepsilon_t \equiv WN(0,\sigma^2)$.

فإن شكل النموذج المقترح يكون كما يلى:

$$g_2(B)(1-B)Y_t = \delta + \theta_2(B)\varepsilon_t$$

$$Y_t = \delta + (g_1+1)Y_{t-1} + (g_2-g_1)Y_{t-2} - g_2Y_{t-3} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} \quad (١٣)$$

٧- تقدير وتشخيص نموذج ARIMA(2 , 1 , 2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل:

فيما يلى سوف يتم تناول استخدام طريقة المربعات الصغرى بالاعتماد على برنامج EViews 5.1 فى تقدير وتشخيص نموذج ARIMA(2 , 1 , 2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وبتقدير ذلك النموذج تم الحصول على النتائج التالية:

جدول (٧)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

ARIMA(2,1,2)ESTIMATION				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0.011045	0.043942	0.251351	0.8028
AR(2)	-0.116728	0.386916	-0.301688	0.7645
MA(2)	-0.367296	0.350147	-1.048976	0.3005

وفيما يتعلق باختبار معنوية كل من AR(p) & MA(q) تكون الفروض الاحصائية لاختبار معنوية AR(p) كما يلى:

$H_0 : P \geq 0.05$ AR(p) غير معنوية

$H_1 : P < 0.05$ AR(p) معنوية

وكذلك تكون الفروض الإحصائية لاختبار معنوية MA(q) كما يلى:

$H_0 : P \geq 0.05$ MA(q) غير معنوية

$H_1 : P < 0.05$ معنوية MA(q)

وبالنظر إلى نتائج تقدير النموذج السابق فى جدول (٧) يتضح من القيم الاحتمالية لكل من MA(2) & AR(2) أنهما غير معنويتان.

جدول (٨)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

R-squared	0.157398	Mean dependent var	0.000698
Adjusted R-squared	0.115268	S.D. dependent var	0.520578
S.E. of regression	0.489657	Akaike info criterion	-1.360886
Sum squared resid	9.590558	Schwarz criterion	-1.238012
Log likelihood	-28.7553	F-statistic	3.736009
Durbin-Watson stat	2.61005	Prob(F-statistic)	0.032542

ويتضح من نتائج جدول (٨) ما يلى:

R-squared = 0.157398

وهذا يعنى أن نموذج ARIMA(2,1,2) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ١٥.٧٤ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

Adjusted R-squared = 0.115268

وهى صيغة معدلة لـ R-squared وهى تتجنب عيوبها وتلك القيمة تعنى أن نموذج ARIMA(2,1,2) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ١١.٥٣ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

S.E. of regression = 0.489657

وهى تعنى أن الخطأ المعيارى المقدر لبواقى نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى حوالى ٠.٤٩ مليار متر مكعب.

Sum squared resid = 9.590558

وهى تعنى أن مجموع مربعات البواقى لنموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى تقريباً ٩.٦ (مليار متر مكعب)٢٨.

Log likelihood = - 28.7553

بفرض أن الأخطاء تتبع التوزيع الطبيعى فإن قيمة لوغارتم دالة الإمكان لنموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى -٢٨.٧٦ تقريباً.

Durbin-Watson stat = 2.61005

وهى تعنى أن قيمة إحصاءة (DW) تدل على وجود ارتباط سلسلى سالب بين كل قيمتين متتاليتين من قيم سلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Mean dependent var = 0.000698

وهى تعنى أن متوسط المتغير التابع فى نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٠٠٠٦٩٨ مليار متر مكعب.

S.D. dependent var = 0.520578

وهى تعنى أن الانحراف المعيارى للمتغير التابع فى نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٥٢ مليار متر مكعب.

Akaike info criterion = - 1.360886

مقياس (AIC) متعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (AIC) تساوى – ١.٣٦ لنموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Schwarz criterion = - 1.238012

مقياس (SC) هو مقياس بديل لمقياس (AIC) ومتعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (SC) تساوى – ١.٢٤ لنموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

F-statistic = 3.736009, Prob (F-statistic) = 0.032542

وهى تعنى أن قيمة معلمات المتغيرات المستقلة فى نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تساوى الصفر.

جدول (٩)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(2,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

Inverted MA Roots	0.61	-0.61

ويتضح من نتائج الجدول (٩) أن الجذور التخيلية لـ (2) MA متماثلة.

ومما سبق يمكن التوصل إلى نتيجه مفادها أن نموذج (2 , 1 , 2)ARIMA هو نموذج غير ملائم لتقدير سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتنبؤ بقيم تلك السلسلة فى المستقبل ولذلك فإنه تقترح عدة صيغ أخرى لنموذج ARIMA(p,1,q) ويتم القيام بتقديرها باستخدام طريقة المربعات الصغرى وبالاعتماد على برنامج EViews 5.1 وذلك لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل ثم نقوم بتشخيص نتائج التقدير لكل نموذج.

أولاً: نموذج ARIMA(1 , 1 , 2):

بتقدير ذلك النموذج لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهرالنيل وذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى وبالاعتماد على برنامج EViews 5.1 تم الحصول على النتائج التالية:

جدول (١٠)

نتائج تقديرنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

ARIMA(1,1,2)ESTIMATION				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0.012681	0.028423	0.446143	0.6578
AR(1)	-0.302367	0.153493	-1.969907	0.0556
MA(2)	-0.505756	0.157427	-3.212644	0.0026

يتضح من نتائج الجدول(١٠) أن القيم الاحتمالية لكل من AR(1) & MA(2) تشير إلى أن AR(1) غير معنوية وأن MA(2) معنوية.

جدول (١١)

نتائج تقديرنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

R-squared	0.230903	Mean dependent var	0.000682
Adjusted R-squared	0.193386	S.D. dependent var	0.51449
S.E. of regression	0.462072	Akaike info criterion	-1.478324
Sum squared resid	8.753919	Schwarz criterion	-1.356675
Log likelihood	-26.91016	F-statistic	6.154647
Durbin-Watson stat	2.031685	Prob(F-statistic)	0.004598

ويتضح من جدول (١١) ما يلى:

R-squared = 0.230903

وهذا يعنى أن نموذج ARIMA(1,1,2) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ٢٣.١ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

Adjusted R-squared = 0.193386

وهى صيغة معدلة لـ R-squared وهى تتجنب عيوبها وتلك القيمة تعنى أن نموذج ARIMA(1,1,2) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ١٩.٣٤ % من

التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

S.E. of regression = 0.462072

وهى تعنى أن الخطأ المعيارى المقدر لبواقى نموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى حوالى ٠.٤٦مليار متر مكعب.

Sum squared resid = 8.753919

وهى تعنى أن مجموع مربعات البواقى لنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى تقريباً ٨.٧٥ (مليار متر مكعب)٢٨.

Log likelihood = - 26.91016

بفرض أن الأخطاء تتبع التوزيع الطبيعى فإن قيمة لوغارتم دالة الإمكان لنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى -٢٦.٩١ .

Durbin-Watson stat = 2.031685

وهى تعنى أن قيمة إحصاءة (DW) تدل على وجود ارتباط سلسلى سالب بين كل قيمتين متتاليتين من قيم سلسلة البواقى لنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Mean dependent var = 0.000682

وهى تعنى أن متوسط المتغير التابع فى نموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٠٠٠٦٨٢ مليار متر مكعب.

S.D. dependent var = 0.51449

وهى تعنى أن الانحراف المعيارى للمتغير التابع فى نموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٥١ مليار متر مكعب.

Akaike info criterion = - 1.478324

مقياس (AIC) متعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (AIC) تساوى – ١.٤٨ لنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Schwarz criterion = -1.356675

مقياس (SC) هو مقياس بديل لمقياس (AIC) ومتعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (SC) تساوى – ١.٣٦ لنموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

F-statistic = 6.154647, Prob (F-statistic) = 0.004598

وهى تعنى أن قيمة معلمات المتغيرات المستقلة فى نموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تساوى الصفر.

جدول (١٢)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(1,1,2) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

Inverted AR Roots	-0.3	
Inverted MA Roots	0.71	-0.71

ويتضح من نتائج الجدول (١٢) أن الجذور التخيلية لـ (2) MA متماثلة كما أن الجذور التخيلية لـ AR(1) تكون فى اتجاه واحد.

ومما سبق يمكن التوصل إلى نتيجه مفادها أن نموذج (ARIMA(1, 1, 2 هو نموذج غير ملائم لتقدير سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتنبؤ بقيم تلك السلسلة.

<u>ثانياً: نموذج (ARIMA(1 , 1 , 1:</u>

بتقدير ذلك النموذج لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهرالنيل وذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى وبالاعتماد على برنامج EViews 5.1 تم الحصول النتائج التالية:

جدول (١٣)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

ARIMA(1,1,1)ESTIMATION				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.010018	0.033618	0.29798	0.7672
AR(1)	0.269119	0.326178	0.825068	0.4141
MA(1)	-0.70172	0.268508	-2.613401	0.0125

يتضح فى جدول (١٣) أن القيم الاحتمالية لكل من AR(1) & MA(1) تشير إلى أن AR(1) غير معنوية وأن MA(1) معنوية.

جدول (١٤)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

R-squared	0.155899	Mean dependent var	0.000682
Adjusted R-squared	0.114723	S.D. dependent var	0.51449
S.E. of regression	0.484079	Akaike info criterion	-1.385269
Sum squared resid	9.607627	Schwarz criterion	-1.263619
Log likelihood	-28.95738	F-statistic	3.786188
Durbin-Watson stat	1.891614	Prob(F-statistic)	0.03098

ويتضح من نتائج جدول (١٤) ما يلى:

R-squared = 0.155899

وهذا يعنى أن نموذج ARIMA(1,1,1) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ١٥.٦ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

Adjusted R-squared = 0.114723

وهى صيغة معدلة لـ R-squared وهى تتجنب عيوبها وتلك القيمة تعنى أن نموذج ARIMA(1,1,1) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ١١.٤٧ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

S.E. of regression = 0.484079

وهى تعنى أن الخطأ المعيارى المقدر لبواقى نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى حوالى ٠.٤٨مليار متر مكعب.

Sum squared resid = 9.607627

وهى تعنى أن مجموع مربعات البواقى لنموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى تقريباً ٩.٦١ (مليار متر مكعب)٢.

Log likelihood = - 28.95738

بفرض أن الأخطاء تتبع التوزيع الطبيعى فإن قيمة لوغارتم دالة الإمكان لنموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى – ٢٨.٩٦.

Durbin-Watson stat = 1.891614

وهى تعنى أن قيمة إحصاءة (DW) تدل على عدم وجود ارتباط سلسلى بين كل قيمتين متتاليتين من قيم سلسلة البواقى لنموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Mean dependent var = 0.000682

وهى تعنى أن متوسط المتغير التابع فى نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٠٠٠٦٨٢ مليار متر مكعب.

S.D. dependent var = 0.51449

وهى تعنى أن الانحراف المعيارى للمتغير التابع فى نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٥١ تقريباً مليار متر مكعب.

Akaike info criterion = - 1.385269

مقياس (AIC) متعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (AIC) تساوى – ١.٣٩ لنموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Schwarz criterion = - 1.263619

مقياس (SC) هو مقياس بديل لمقياس (AIC) ومتعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (SC) تساوى – ١.٢٦ تقريباً لنموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

F-statistic = 3.786188, Prob (F-statistic) = 0.03098

وهى تعنى أن قيمة معلمات المتغيرات المستقلة فى نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تساوى الصفر.

جدول (١٥)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(1,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

Inverted AR Roots	0.27
Inverted MA Roots	0.7

ويتضح من نتائج الجدول (١٥) أن الجذور التخيلية لكل من (MA (1 ، AR(1) تكون فى اتجاه واحد.

ومما سبق يمكن التوصل إلى نتيجة مفادها أن نموذج ARIMA(1 , 1 , 1) هو نموذج غير ملائم للتقدير والتنبؤ بقيم سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

ثالثا: نموذج ARIMA(2 , 1 , 1):

بتقدير ذلك النموذج لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى وبالاعتماد على برنامج EViews 5.1 تم الحصول على النتائج التالية:

جدول (١٦)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

ARIMA(2,1,1)ESTIMATION				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.009631	0.032544	0.295951	0.7688
AR(2)	-0.437401	0.173777	-2.517031	0.0159
MA(1)	-0.351783	0.156979	-2.240958	0.0306

يتضح فى جدول (١٦) أن القيم الاحتمالية لكل من MA(1) & AR(2) تشير إلى أن AR(2) معنوية وأن MA(1) معنوية.

جدول (١٧)

نتائج تقدير نموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

R-squared	0.242492	Mean dependent var	0.000698
Adjusted R-squared	0.204616	S.D. dependent var	0.520578
S.E. of regression	0.464274	Akaike info criterion	-1.467346
Sum squared resid	8.62202	Schwarz criterion	-1.344471

Log likelihood	-26.46642	F-statistic	6.40235
Durbin-Watson stat	1.997888	Prob(F-statistic)	0.00387

ويتضح من نتائج جدول (١٧) ما يلى:

R-squared = 0.242492

وهذا يعنى أن نموذج (ARIMA(2,1,1 للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ٢٤.٢٥ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

Adjusted R-squared = 0.204616

وهى صيغة معدلة لـ R-squared وهى تتجنب عيوبها وتلك القيمة تعنى أن نموذج (ARIMA(2,1,1 للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يفسر حوالى ٢٠.٤٦ % من التغيرات التى تحدث فى المتغير التابع فى ذلك النموذج.

S.E. of regression = 0.464274

وهى تعنى أن الخطأ المعيارى المقدر لبواقى نموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى حوالى ٠.٤٦مليار متر مكعب.

Sum squared resid = 8.62202

وهى تعنى أن مجموع مربعات البواقى لنموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى تقريباً ٨.٦٢ (مليار متر مكعب)٢٨.

Log likelihood =-26.46642

بفرض أن الأخطاء تتبع التوزيع الطبيعى فإن قيمة لوغارتم دالة الإمكان لنموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل تساوى – ٢٦.٤٧ تقريباً.

Durbin-Watson stat = 1.997888

وهى تعنى أن قيمة إحصاءة (DW) تدل على عدم وجود ارتباط سلسلى بين كل قيمتين متتاليتين من قيم سلسلة البواقى لنموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Mean dependent var =0.000698

وهى تعنى أن متوسط المتغير التابع فى نموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٠٠٠٦٩٨ مليار متر مكعب.

S.D. dependent var = 0.520578

وهى تعنى أن الانحراف المعيارى للمتغير التابع فى نموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل يساوى ٠.٥٢ تقريباً مليار متر مكعب.

Akaike info criterion = - 1.467346

مقياس (AIC) متعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل منAR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (AIC) تساوى – ١.٤٧ لنموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

Schwarz criterion = - 1.344471

مقياس (SC) هو مقياس بديل لمقياس (AIC) ومتعلق بمدى كون الإبطاء فى النموذج محل الدراسة جيداً أم لا حيث إنه كلما قلت قيمة هذا المقياس كلما كان النموذج أفضل وذلك على فرض أن كل من AR(p), MA(q) معنويتان وقيمة مقياس (SC) تساوى – ١.٣٤ تقريباً لنموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

F-statistic = 6.40235, Prob (F-statistic) = 0.00387

وهى تعنى أن قيمة معلمات المتغيرات المستقلة فى نموذج (ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل لا تساوى الصفر.

جدول (١٨)

نتائج تقديرنموذج(ARIMA(2,1,1 لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

Inverted MA Roots	0.35

ويتضح من نتائج الجدول (١٨) أن الجذور التخيلية لـ (1) MA تكون فى اتجاه واحد.
وعندما تم دراسة استقرار سلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك باستخدام دالتى (ACF) & (PACF) وذلك من الإبطاء K=1 إلى K=10 تم الحصول على النتائج التالية فى جدول (١٩).

جدول (١٩)

نتائج اختبار دالتى (ACF) & (PACF) لسلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل

K	ACF	PACF	Q-Stat	Prob
1	-0.008	-0.008	0.0032	
2	-0.012	-0.012	0.0103	
3	0.116	0.116	0.6645	0.415
4	-0.046	-0.045	0.7715	0.68
5	0.056	0.059	0.9305	0.818
6	-0.049	-0.065	1.0557	0.901
7	0.118	0.134	1.801	0.876
8	0.017	-0.004	1.8161	0.936
9	-0.132	-0.111	2.8022	0.903
10	0.099	0.066	3.378	0.908

ويتضح من نتائج الجدول (١٩) أن قيم إحصاءة Q والقيم الاحتمالية الخاصه بها وقيم معاملى الارتباط (ACF) & (PACF) تدل على استقرار سلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2 , 1 , 1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل. وبالتالى يمكن التوصل إلى نتيجه مفادها أن نموذج ARIMA(2 , 1 ,1) هو نموذج ملائم لتقدير سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتنبؤ بقيم تلك السلسلة فى المستقبل وذلك النموذج هو:

$$Y_t=\delta+(g_1+1)Y_{t-1}+(g_2-g_1)Y_{t-2}-g_2Y_{t-3}+\varepsilon_t-\theta_1\varepsilon_{t-1} \qquad (١٤)$$

حيث إن : g_1 , g_2 هى معاملات الانحدار الذاتى ،

θ_1 هى معامل المتوسط المتحرك ،

ε_t هى حد الخطأ حيث إن ($\varepsilon_t \equiv W\,N(0,\sigma^2)$

وبالنظر إلى نتائج جدول (٢-١٩) يلاحظ أن:

$$\nabla Y_t=0.009631 \ + \ L_t \qquad (١٥)$$

$$(1+0.44\,B^2)\,L_t=(1-0.35B)\,\varepsilon_t \qquad (١٦)$$

وبالتعويض من المعادلة (١٥) فى المعادلة (١٦) يمكن الحصول على الصيغة المقدرة لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كما يلى:

$$(\,\nabla Y_t-0.009631\,)\,(\,1+0.44B^2\,)=\varepsilon_t-0.35\,\varepsilon_{t-1}$$

$$(Y_t-Y_{t-1})\,(1+0.44\,B^2)\;-\;0.01386=\varepsilon_t-0.35\,\varepsilon_{t-1}$$

$$Y_t=0.01387+Y_{t-1}-0.44\,Y_{t-2}+0.44\,Y_{t-3}+\varepsilon_t-0.35\,\varepsilon_{t-1} \qquad (١٧)$$

وهذه هى المعادلة (١٤) حيث إن :

$$\delta=0.01387\ ,\ g_1=0\ ,\ g_2=-0.44$$

$$\varepsilon_t \equiv WN(0,\sigma^2)\text{، }\theta_1=0.35$$

$$|g_2-g_1|<1\ ,\ |g_1+g_2|<1\ ,\ -1<g_2<1$$

وهذا يحقق شروط الاستقرار. ومن المعادلة (١٧) نجد أن:

$$\varepsilon_t = 0.35\varepsilon_{t-1} + Y_t - 0.01387 - Y_{t-1} + 0.44\,Y_{t-2} - 0.44\,Y_{t-3} \qquad (١٨)$$

وفيما يلى تلخيص لقيم سلسلة الفروق الأولى الفعلية والمقدرة وسلسلة البواقى لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل والتمثيل البيانى لها والتى تم تقديراها بالاعتماد على نموذج ARIMA(2,1,1) وذلك باستخدام برنامج EViews.5.1.

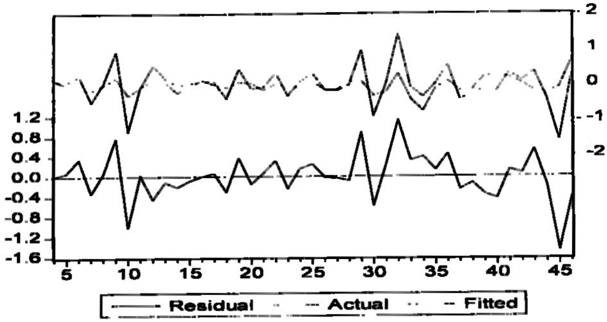
جدول (٢٠)

قيم سلسلة الفروق الأولى الفعلية والمقدرة وسلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل.

obs	Actual	Fitted	Residual	obs	Actual	Fitted	Residual
4	0.14	0.12772	0.01228	26	-0.14	-0.12155	-0.01845
5	0.09	0.00952	0.08048	27	-0.16	-0.12838	-0.03162
6	0.27	-0.0757	0.3457	28	0	0.0862	-0.0862
7	-0.48	-0.14713	-0.33287	29	1	0.11415	0.88585
8	0.07	0.01284	0.05716	30	-0.88	-0.29778	-0.58222
9	0.98	0.20369	0.77631	31	0.01	-0.21874	0.22874
10	-1.3	-0.28987	-1.01013	32	1.45	0.31829	1.13171
11	-0.03	-0.05946	0.02946	33	-0.06	-0.38865	0.32865
12	0.12	0.5721	-0.4521	34	-0.34	-0.736	0.396
13	0.08	0.18601	-0.10601	35	0.03	-0.09922	0.12922
14	-0.21	-0.00135	-0.20865	36	0.57	0.1171	0.4529
15	-0.03	0.05225	-0.08225	37	-0.41	-0.1586	-0.2514
16	0.14	0.13463	0.00537	38	-0.27	-0.14704	-0.12296
17	0.09	0.02508	0.06492	39	-0.11	0.23644	-0.34644
18	-0.38	-0.07023	-0.30977	40	-0.18	0.25381	-0.43381
19	0.46	0.08345	0.37655	41	0.35	0.21457	0.13543
20	-0.1	0.04759	-0.14759	42	0.11	0.04493	0.06507
21	-0.07	-0.13544	0.06544	43	0.38	-0.16214	0.54214
22	0.35	0.03456	0.31544	44	-0.4	-0.22498	-0.17502
23	-0.31	-0.0665	-0.2435	45	-1.55	-0.0908	-1.4592
24	0.11	-0.05359	0.16359	46	0.3	0.70213	-0.40213
25	0.34	0.09189	0.24811				

شكل (٤)

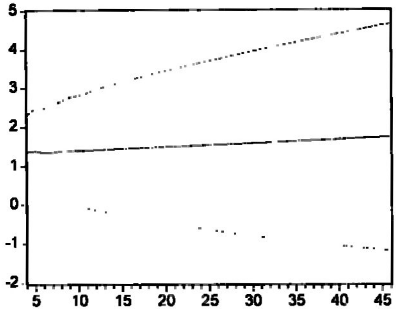
التوقيع البيانى لسلسلة الفروق الأولى الفعلية والمقدرة وسلسلة البواقى لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



ويمكن باستخدام برنامج Eviews 5.1 الحصول على قيمة معامل عدم التساوى لثايل Thiel's U وذلك لتحديد مدى جودة التقديرات التى تم الحصول عليها بالاعتماد على نموذج ARIMA(2,1,1) وذلك كما فى الشكل التالى:

شكل (٥)

نتائج اختبار جودة التقدير Thiel's Inequality coefficient لنموذج ARIMA (2,1,1) لسلسة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل



Forecast: SER1F	
Actual: SER1	
Forecast sample: 1 46	
Adjusted sample: 4 46	
Included observations: 43	
Root Mean Squared Error	0.619606
Mean Absolute Error	0.506145
Mean Abs. Percent Error	29.52918
Theil Inequality Coefficient	0.184347
Bias Proportion	0.056299
Variance Proportion	0.777207
Covariance Proportion	0.166494

٨- استخدام نموذج ARIMA(2 , 1 , 1) فى التنبؤ بالقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى المستقبل:

سيتم الآن استخدام نموذج ARIMA(2 , 1 , 1) في التنبؤ بالقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل فى المستقبل ولإمكانية التنبؤ ينبغى أولاً الحصول على صيغة التنبؤ المناسبة وذلك كما يلى:

ذكر برى (٢٠٠٢) أنه إذا كان هناك سلسلة زمنية مشاهدة $\{ Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n-1}, Y_n \}$ خاصة بظاهرة ما، ..... Y_{n+1}, Y_{n+2} أو $Y_{n+\ell}, \ell \geq 1$ هى القيم المستقبلية للظاهرة محل الدراسة وكانت.... $Y_n(1), Y_n(2), \ldots$ أو $Y_n(\ell), \ell \geq 1$ هى التنبوءات المستقبلية للظاهرة محل الدراسة فإن :

$$Y_n(\ell) = E(Y_{n+\ell} \mid Y_n, Y_{n-1}, \ldots),\ \ell \geq 1 \qquad (١٩)$$

وبتطبيق ذلك على المعادلة (١٤) وبالرجوع إلى خصائص سلسلة الخطأ العشوائي $\varepsilon_t \equiv WN(0,\sigma^2)$ برى (٢٠٠٢) حيث إن:

$$E\left[\varepsilon_{n+\ell} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] = 0 \ , \ \ell = \pm 1 \ , \pm 2 \ldots$$

$$E\left[\varepsilon_n \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] = \varepsilon_n$$

فإنه يمكن الحصول صيغة التنبؤ المناسبة لنموذج ARIMA(2,1,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك كما يلي:

$$Y_n(\ell) = E\left[\ \delta + (g_1+1)Y_{n+\ell-1} + (g_2-g_1)Y_{n+\ell-2} - g_2 Y_{n+\ell-3} + \varepsilon_{n+\ell} - \theta_1 \varepsilon_{n+\ell-1} \ \middle| \ Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right]$$

$$\begin{aligned} Y_n(\ell) = {} & \delta + (g_1+1)E\left[\ Y_{n+\ell-1} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] + (g_2-g_1) \\ & E\left[\ Y_{n+\ell-2} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] - g_2 E\left[\ Y_{n+\ell-3} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] \\ & + E\left[\varepsilon_{n+\ell} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] - \theta_1 E\left[\ \varepsilon_{n+\ell-1} \ \middle| \ Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_n(\ell) = {} & \delta + (g_1+1)Y_n(\ell-1) + (g_2-g_1)Y_n(\ell-2) - \\ & g_2 Y_n(\ell-3) + E\left[\varepsilon_{n+\ell} \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] - \theta_1 E\left[\varepsilon_{n+\ell-1} \right. \\ & \left. \middle| Y_n, Y_{n-1}, \ldots\right] \end{aligned} \qquad (٢٠)$$

وبحل النموذج السابق تكرارياً نجد أن :

$\ell = 1:$

$$Y_n(1) = \delta + (g_1+1)Y_n + (g_2-g_1)Y_{n-1} - g_2 Y_{n-2} - \theta_1 \varepsilon_n$$

$\ell = 2:$

$$Y_n(2) = \delta + (g_1+1)Y_n(1) + (g_2-g_1)Y_n - g_2 Y_{n-1}$$

$\ell = 3:$

$$Y_n(3) = \delta + (g_1+1)Y_n(2) + (g_2-g_1)Y_n(1) - g_2 Y_n$$

وبالتالي فإن دالة التنبؤ لنموذج ARIMA(2 , 1 ,1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل هي:

$$Y_n(\ell) = \begin{cases} \delta + (g_1+1)Y_n + (g_2-g_1)Y_{n-1} - g_2 Y_{n-2} - \theta_1 \varepsilon_n & ,\ell = 1 \\ \delta + (g_1+1)Y_n(\ell-1) + (g_2-g_1)Y_n(\ell-2) - g_2 Y_n(\ell-3) & ,\ell \geq 2 \end{cases} \qquad (٢١)$$

وبالتعويض عن القيم التالية

فى المعادلة (٢١):

$$g_1 = 0 \, , \, g_2 = -0.44 \, , \, \theta_1 = 0.35, n = 46, \varepsilon_{46} = -0.4, \delta = 0.01387.$$

فانه يتم الحصول على تقدير لدالة التنبؤ لنموذج ARIMA(2 , 1 , 1) لسلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وهى:

$$Y_{46}(\ell) = \begin{cases} 0.15387 + Y_{46} - 0.44Y_{45} + 0.44Y_{44} & ,\ell = 1 \\ 0.01387 + Y_{46}(\ell-1) - 0.44Y_{46}(\ell-2) + 0.44Y_{46}(\ell-3) & ,\ell \geq 2 \end{cases} \qquad (٢٢)$$

حيث تم الحصول على $\varepsilon_n = \varepsilon_{46} = -0.4$ وذلك باستخدام المعادلة (١٨) وذلك بالحل المتتالى لهذه المعادلة إبتدءاً من المشاهدة الرابعة فى سلسلة القيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك بوضع $\varepsilon_3 = 0$ وذلك حتى الوصول إلى قيمة $\varepsilon_{46} = -0.4$ وباستخدام المعادلة (٢٢) قد تم الحصول بعض التنبوات المستقبلية للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل وذلك لعشرين فترة زمنية مستقبلية طول كل منها ثلاثة سنوات متتالية وذلك كماهو وارد فى الجدول التالى:

جدول (٢١)

التنبوات المستقبلية $Y_{46}(\ell)$ باستخدام نموذج ARIMA (2,1,1) للقيم الدنيا للتدفقات الطبيعية لمياه نهر النيل بوحدة المليار متر مكعب

مركز الفترة	$Y_{46}(\ell)$	التنبوات	مركز الفترة	$Y_{46}(\ell)$	التنبوات
٢٠٠٩	$Y_{46}(1)$	٢.١١٦	٢٠٣٩	$Y_{46}(11)$	١.٨٦٧
٢٠١٢	$Y_{46}(2)$	٢.٠٠٠	٢٠٤٢	$Y_{46}(12)$	١.٨٧٩
٢٠١٥	$Y_{46}(3)$	١.٦٤٦	٢٠٤٥	$Y_{46}(13)$	١.٨٩٥
٢٠١٨	$Y_{46}(4)$	١.٧١١	٢٠٤٨	$Y_{46}(14)$	١.٩٠٤
٢٠٢١	$Y_{46}(5)$	١.٨٨١	٢٠٥١	$Y_{46}(15)$	١.٩١١
٢٠٢٤	$Y_{46}(6)$	١.٨٦٦	٢٠٥٤	$Y_{46}(16)$	١.٩٢١
٢٠٢٧	$Y_{46}(7)$	١.٨٠٥	٢٠٥٧	$Y_{46}(17)$	١.٩٣٢
٢٠٣٠	$Y_{46}(8)$	١.٨٢٥	٢٠٦٠	$Y_{46}(18)$	١.٩٤١
٢٠٣٣	$Y_{46}(9)$	١.٨٦٦	٢٠٦٣	$Y_{46}(19)$	١.٩٥٠
٢٠٣٦	$Y_{46}(10)$	١.٨٧١	٢٠٦٦	$Y_{46}(20)$	١.٩٦٠

ويتضح من الجدول (٢١) أن تلك التنبوات المستقبلية $Y_{46}(\ell) = (x_\ell)$ تتناقص فترتين ثم تتزايد ثلاث فترات وذلك حتى الفترة الثانية عشر حيث تأخذ تلك التنبوات فى التزايد حتى الفترة العشرين.

٩- النتائج:

أسفرت الدراسة عن التنبوات المستقبلية للقيم الدنيا لتدفقات مياه نهر النيل كما هو مبين في الجدول رقم (٢١).

١٠- المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

[١] عدنان ماجد عبد الرحمن بري، (٢٠٠٢)، "طرق التنبؤالإحصائي"، كتاب منشور، كلية العلوم جامعة الملك سعود، الرياض.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

[1] Abdel Hamied, E.S., (2005), Unpublished Thesis, "Fuzzy Neural Network Model for Nile River Flood Forecasting", Cairo University, Cairo.

[2] Coles, S., (2001), "An introduction to statistical modeling of extreme values", SpringerVerlag, Londone.

[3] Dicky, D. A. and Fuler, W.A., "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", ***Econometrica***, (1981), Vol. 49, PP: 1057-1072.

[4] Kamwi, I.S., (2005), published Thesis, "Fitting Extreme Value Distributions to The Zambezi River Flood Water Levels Recorded at Katima Mulilo in Namibia", The Western Cape University, USA.

[5] Kotb,N.S., (2002), Unpublished Ph.D. Dissertation, " The Compound Distributions", Al-Azhar University, Cairo.

[6] Lawless, J.F., (1982), "Statistical Methodes and model for lifetime Data", John wiley & Sons, New York.

[7] Persson, K. and Ryden, J., (2010), "Exponentiated Gumbel Distribution for Estimation of Return Levels of Significant Wave Height", ***Journal of Environmental Statistics***, Vol. 1, Issue. 3, PP: 1-12.

[8] Stock, J.H., (1994), " Unit Roots, Structural Breaks, and Trends, ***Handbook of Econometrics***, Volume 4, Amsterdam: North-Holland.

[9] Todorovic, P. and Zelenhasic, E., (1970), "A stochastic Model for Flood Analysis" ***Water Resources Research***, Vol. 6, No. 6, PP: 1641-1648.