الجمهورية العربية المتحدة

معهد التخطيط القومي

مذكرة رقم ٨٨٨

الرقابة الاحصائية لجودة الانتاج

اعداد

الدكتورة نادية مكارى

مايو ١٩٦٩

القاهرة

٣ شارع محمد مظهر - بالزمالك

الآراء التى وردت فى هذه المذكـــــــــــــــرة
تمثل رأى الكاتب ولاتمثل رأى المعهد ذاتــــــــــه

أولا : لوحـات ضبط جودة الانتـــــاج

Quality Control Charts

ان السبب الاساسى فى استخدام المبادىء والأسس الاحصائية لمراقبة جودة الانتاج يرجع الـى أن جودة المنتجات تتوقف على عوامل عشوائية بالاضافة الى العوامل السببية . فالعوامل السببيـــة Assignable Causes مثل نوع الآلة أو مهارة العامل أو نوع الخامات ... - يمكن دراستهـا والتحكم فيها . أما العوامل العشوائية أو العرضية فهى تلك التى تؤدى الى اختلاف جـــودة الوحدات المنتجة بالرغم من تشابه " جميع " ظروف الانتاج . وفى ظل هذه العوامل العشوائيـة فان الاختلافات فى الجودة تتبع توزيعا احتماليا . والتعرف على هذا التوزيع الاحتمالى وخصائصه هو الأساس الذى تبنى عليه المراقبة والضبط الاحصائى لجودة الانتاج .

فمثلا اذا كانت جودة احدى المنتجات تقاس بوزن الوحدة المنتجة واذا كانت الادارة الصناعية تقوم بفحص عينات دورية (حجم كل منها ن وحدة) من الانتاج الكلى لهذه السلعة وذلك لحساب متوسط وزن الوحدة المنتجة بكل عينة والذى سنرمز له بالرمز $\bar{س}$ ، فان قيمة $\bar{س}$ ستختلـف من عينة الى أخرى نتيجة كل من العوامل السببية والعوامل العشوائية . فاذا افترضنا غياب العوامل السببية (أى اذا افترضنا أن العينات مسحوبة من نفس المجتمع الاحصائى) فان المتغير $\bar{س}$ يكون متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع المعتاد * . فاذا كانت $\bar{س}'$ ، $\frac{ع'}{\sqrt{ن}}$ هما الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لهذا التوزيع فان قيمة المتغير $\bar{س}$ ستقع فى فترة الثقة ($\bar{س}' \pm م_\alpha \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$) وذلك

---

* اذا كان المجتمع الأصلى يتبع التوزيع المعتاد فان المتغير $\bar{س}$ يكون له توزيعا معتادا . أما اذا كان المجتمع الأصلى لا يتبع التوزيع المعتاد فان التوزيع الاحتمالى للمتغير $\bar{س}$ سيؤول الى التوزيع المعتاد مع زيادة حجم العينة وذلك بافتراض أن المجتمع الأصلى لا نهائى .

باحتمال قدرة (١ – α) حيث تعرف $م_{\alpha}$ بالمعادلة

$$\int_{م_{\alpha}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\text{ط}}}\ \text{هـ}^{-\frac{ت^{2}}{2}}\ \text{ك}\,ت = \frac{\alpha}{2}$$

فاذا سحبت عينة ووجد أن متوسط وزن الوحدة المنتجة بها وهو $\bar{س}$ يقع بين حدى الثقة $\bar{س}' \pm م_{\alpha} \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$ فان الادارة الصناعية تستطيع أن تقرر أن الاختلاف بين $\bar{س}'$ ، $\bar{س}$ يرجع الى عوامل عشوائية فقط ، وبالتالى فليس هناك ما يدعو الى وقف الانتاج لفحص العملية الانتاجية واكتشاف الأسباب التى أدت الى اختلاف القيمة $\bar{س}$ عن القيمة المتوقعة $\bar{س}'$. واحتمال أن يكون هذا القرار صحيحا هو (١ – α) .

أما اذا وقعت $\bar{س}$ خارج حدى الثقة المذكورين فان هذا يدل على أن الاختلاف بين $\bar{س}$ ، $\bar{س}'$ قد يعزى الى عوامل سببية [وذلك باحتمال قدره (١ – α)] وبالتالى فان على الادارة أن تحاول فحص العملية الانتاجية لمعرفة هذه العوامل السببية – ان وجدت – واكتشاف ما اذا كانت تؤدى الى تحسين الجودة وبالتالى يجب تعزيزها لرفع مستوى جودة المنتجات ، أو تؤدى الى انخفاض مستوى الجودة فيجب ازالتها أو تجنبها .

من هذا يتضح أن الضبط الاحصائى لجودة الانتاج ما هو الا تطبيق مباشر لاختبارات الفروض الاحصائية . ففى المثال السابق كان لدينا اختبارا احصائيا فرضه العدمى (Null hypothesis) هو : $\mu = \bar{س}'$ وفرضه البديل (Alternative hypothesis) هو : $\mu \neq \bar{س}'$ حيث μ هى القيمة المتوقعة للمتغير العشوائى $\widetilde{\bar{س}}$. ووقوع القيمة المشاهدة $\bar{س}$ داخل حدى الثقة معناه عدم وجود دليل كافى لرفض الفرض العدمى . بينما وقوع $\bar{س}$ خارج حدى الثقة معناه رفض الفرض العدمى (عند درجة الثقة المعطاه) .

ويلاحظ أن القرار الذى تتخذه الادارة بناء على نتيجة الاختبار الاحصائى يتعرض لنوعين

من الخطأ :

النـــوع الأول : رفض الفرض العدمى بالرغم من أنه صحيح :

فاذا وقعت القيمة $\bar{س}$ خارج حدى الثقة فان الادارة ستقرر وقف العملية الانتاجية لفحصها ولمعرفة العوامل السببية المؤدية الى ذلك . ولكن من المحتمل ألا تكون هناك أى عوامل سببية وأن يكون وقوع المشاهدة خارج حدى الثقة راجعا الى عوامل عشوائية فقط . واحتمال أن يحدث هذا الخطأ هو ما يسمى عادة "بمستوى المعنوية" وسنرمز له بالرمز α .

النـــوع الثانى : قبول الفرض العدمى بالرغم من أنه خاطىء :

فاذا وقعت القيمة $\bar{س}$ داخل حدى الثقة فان الادارة ستقرر استمرار العملية الانتاجية مفترضة عدم وجود أى عوامل سببية . ولكن من المحتمل أن يكون هناك فى الواقع عوامل سببية مؤثرة على العملية الانتاجية الا أن الاختبار الاحصائى لم يظهرها . ومن الممكن معرفة قيمة احتمال الوقوع فى هذا النوع من الخطأ اذا كان الفرض البديل بسيطا وبافتراض أن قيمة α معلومة .

فاذا كانت β (ص) ترمز الى احتمال الوقوع فى النوع الثانى من الخطأ عندما يكون الفرض البديل هو μ = ص مثلا فانه يمكن حساب قيمة β (ص) من المعادلة :

$$\beta(ص) = \int_{ك_1}^{ك_2} \frac{1}{\sqrt{2ط}} \, هـ^{-\frac{ت^2}{2}} \, د ت$$

حيث

$$ك_1 = \frac{\bar{س}' - ص}{ع'/\sqrt{ن}} - \alpha^{م}$$

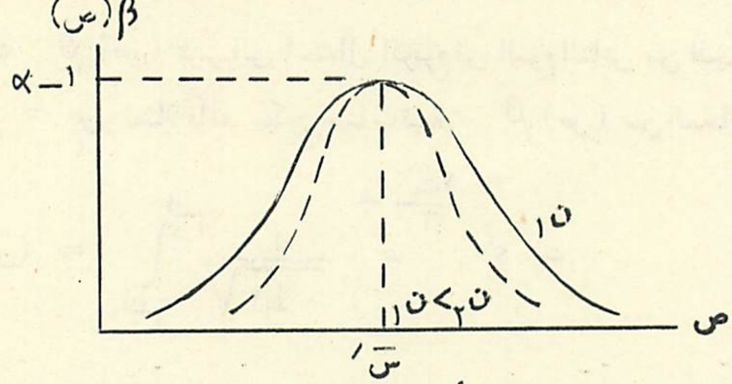
$$ك_2 = \frac{\bar{س}' - ص}{ع'/\sqrt{ن}} + \alpha^{م}$$

وذلك لأنه فى ظل الفرض البديل البسيط يكون المتغير $\bar{س}$ هو متغير عشوائى له توزيع معتاد وسطه الحسابى $\mu = ص$ وخطأ المعيارى $\frac{ع'}{\sqrt{ن}}$. ولكن احتمال قبول الفرض العدمى هو احتمال وقوع المتغير $\bar{س}$ بين حدى الثقة $\bar{س}' \pm م_{\alpha} \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$ أى أنه يساوى احتمال وقوع المتغير $\frac{\bar{س} - ص}{ع'/\sqrt{ن}}$ (وهو متغير معتاد قياسى فى ظل الفرض البديل) بين القيمتين :

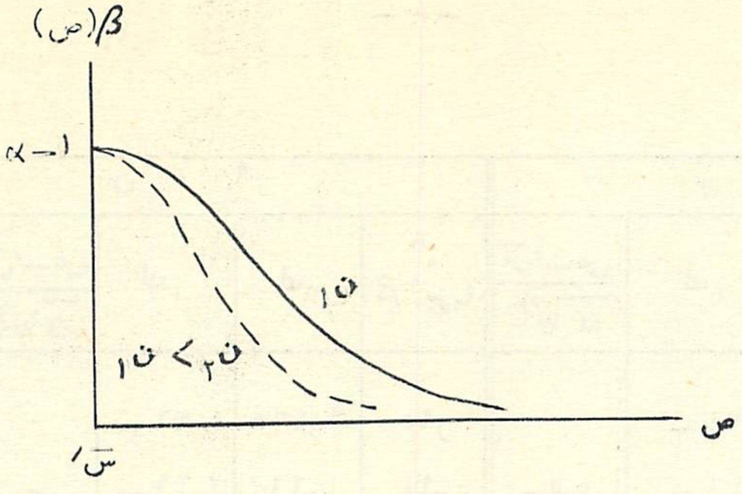
$$\frac{\bar{س}' - ص}{ع'/\sqrt{ن}} \pm م_{\alpha}$$ (وذلك لكل قيمة من قيم α) .

من هذا يتضح أن احتمال حدوث خطأ من النوع الثانى يتوقف على قيمة كل من ص ، ن (وذلك لكل قيمة من قيم α) . ويلاحظ أن β (ص) $= ١ - \alpha$ اذا كانت $\bar{ص} = \bar{س}'$ وأن قيمتها تتناقص (وتؤول الى الصفر) كلما ابتعدت قيمة ص عن قيمة $\bar{س}'$ — فى أى من الاتجاهين — كما يلاحظ أن قيمة β (ص) تتناقص مع زيادة حجم العينة (لكل قيمة ثابتة ص) .

وعلى ذلك فانه يمكن تمثيل β (ص) بيانيا كدالة فى القيم المختلفة للمقدار ص :



والمنحنى هنا متماثل نتيجة افتراض أن التوزيع الاحتمالى المستخدم هو التوزيع المعتاد بالاضافة الى استخدام اختبار ذو ذيلين (الذيلين متساويان وكل منهما يساوى $\frac{\alpha}{٢}$ فى ظل الفرض العدمى) . ونتيجة هذا التماثل فانه يمكن الاكتفاء برسم أحد طرفى المنحنى . أى أنه يمكن توضيح العلاقة بين β (ص) ، ص بالشكل التالى :



ملاحظات :

١ ـ الدالة [١ ـ β (ص)] تسمى دالة قوة الاختبار Power function

٢ ـ اذا كان الاختبار المستخدم ذو ذيل واحد فان المنحنى الذى يمثل العلاقة بين β (ص) ، ص سيأخذ الشكل المبين بالرسم البيانى الأخير .

٣ ـ اذا كان الفرض البديل البسيط هو μ = ص فانه يمكن تحديد حجم العينة ن التى تجعل β (ص) مساوية لقيم معلومة .

مثال ١ :

ارسم المنحنى β (ص) للاختبار الاحصائى للوسط الحسابى اذا علمت أن :

الفرض العدمى μ = ١٢

الفرض البديل μ = ١٢٫١٥ ، ١٢٫٣٠ ، ١٢٫٤٥ ، ....

الانحراف المعيارى هو ١٫٥

مستوى المعنوية α = ٠٫٠٥

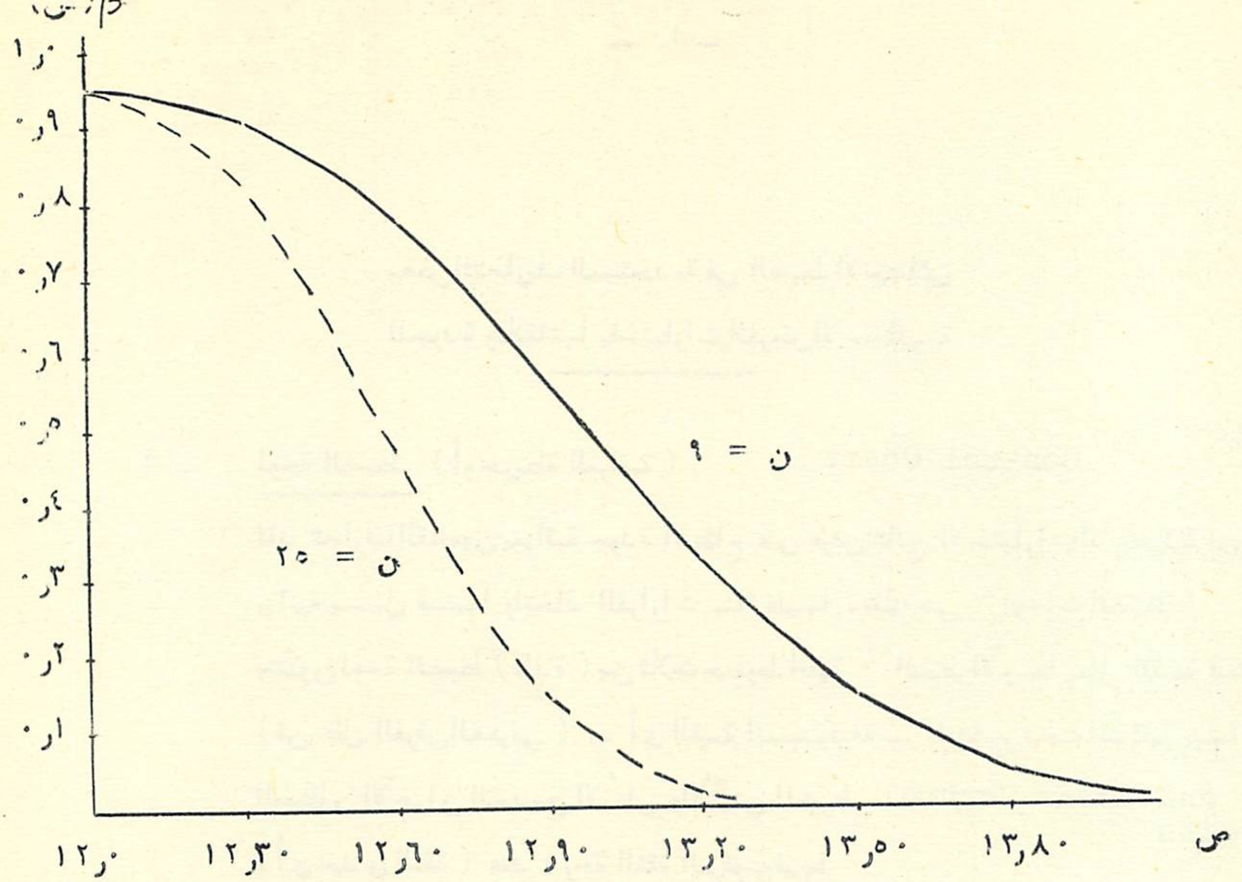
وذلك لاحجام العينات ٩ ، ٢٥

الحل : طالما أن α = ٠٫٠٥ فان $م_{\alpha}$ = ١٫٩٦

ونحصل على قيم β (ص) من الجدول التالى :

	ن = ٩				ن = ٢٥			
ص	$\frac{\bar{س}-ص}{ع/\sqrt{ن}}$	ك ١	ك ٢	% β (ص)	$\frac{\bar{س}-ص}{ع/\sqrt{ن}}$	ك ١	ك ٢	% β (ص)
١٢ر٠	٠	-١ر٩٦	+١ر٩٦	٠ر٩٥	٠	-١ر٩٦	+١ر٩٦	٠ر٩٥
١٢ر١٥	-٠ر٣	-٢ر٢٦	١ر٦٦	٠ر٩٤	-٠ر٥	-٢ر٤٦	١ر٤٦	٠ر٩٢
١٢ر٣٠	-٠ر٦	-٢ر٥٦	١ر٣٦	٠ر٩١	-١ر٠	-٢ر٩٦	٠ر٩٦	٠ر٨٣
١٢ر٤٥	-٠ر٩	-٢ر٨٦	١ر٠٦	٠ر٨٥	-١ر٥	-٣ر٤٦	٠ر٤٦	٠ر٦٨
١٢ر٦٠	-١ر٢	-٣ر١٦	٠ر٧٦	٠ر٧٨	-٢ر٠	-٣ر٩٦	-٠ر٠٤	٠ر٤٨
١٢ر٧٥	-١ر٥	-٣ر٤٦	٠ر٤٦	٠ر٦٨	-٢ر٥	-٤ر٤٦	-٠ر٥٤	٠ر٢٩
١٢ر٩٠	-١ر٨	-٣ر٧٦	٠ر١٦	٠ر٥٦	-٣ر٠	-٤ر٩٦	-١ر٠٤	٠ر١٥
١٣ر٠٥	-٢ر١	-٤ر٠٦	-٠ر١٤	٠ر٤٤	-٣ر٥	-٥ر٤٦	-١ر٥٤	٠ر٠٦
١٣ر٢٠	-٢ر٤	-٤ر٣٦	-٠ر٤٤	٠ر٣٣	-٤ر٠	-٥ر٩٦	-٢ر٠٤	٠ر٠٢
١٣ر٣٥	-٢ر٧	-٤ر٦٦	-٠ر٧٤	٠ر٢٣	-٤ر٥	-٦ر٤٦	-٢ر٥٤	٠
١٣ر٥٠	-٣ر٠	-٤ر٩٦	-١ر٠٤	٠ر١٥	-٥ر٠	-٦ر٩٦	-٣ر٠٤	٠
١٣ر٦٥	-٣ر٣	-٥ر٢٦	-١ر٣٤	٠ر٠٩	-٥ر٥	٠	٠	٠
١٣ر٨٠	-٣ر٦	-٥ر٥٦	-١ر٦٤	٠ر٠٥	-٦ر٠	٠	٠	٠
١٣ر٩٥	-٣ر٩	-٥ر٨٦	-١ر٩٤	٠ر٠٣	-٦ر٥	٠	٠	٠
١٤ر١٠	-٤ر٢	-٦ر١٦	-٢ر٢٤	٠ر٠١	-٧ر٠	٠	٠	٠
١٤ر٢٥	-٤ر٥	-٦ر٤٦	-٢ر٥٤	٠ر٠٠	-٧ر٥	٠	٠	٠

أى أن المنحنى β (ص) هو :


β(ص)
١,٠
٠,٩
٠,٨
٠,٧
٠,٦
٠,٥
٠,٤
٠,٣
٠,٢
٠,١
ن = ٩
ن = ٢٥
١٢,٠
١٢,٣٠
١٢,٦٠
١٢,٩٠
١٣,٢٠
١٣,٥٠
١٣,٨٠
ص

بعض التعاريف المستخدمة فى الضبط الاحصائى للجودة وعلاقاتها باختبارات الفروض الاحصائيـــة

١ — لوحة الضبط (أو خريطة المراقبة) Control Chart

لقد تعارف القائمون بمراقبة جودة الانتاج على عرض نتائج الاختبارات الاحصائية فى صورة بيانية يسهل فهمها واتخاذ القرارات بناء عليها ، تلك هى " لوحات الضبط " ٠

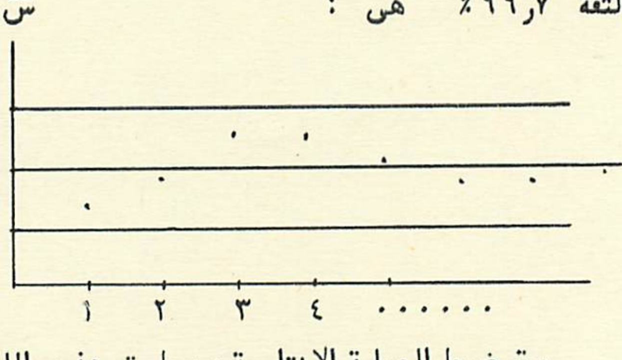
وتتكون لوحة الضبط (عادة) من ثلاث خطوط أفقية ٠ الخط الأوسط يمثل القيمة المتوقعة (فى ظل الفرض العدمى) — أى القيمة المستهدفة — للمتغير تحت المراقبة بينما يمثل الخطان الآخران الحدين الأعلى والأدنى للضبط Upper and Lower Control Limits (أى حدى الثقة) عند درجة الثقة المرغوب فيها ٠

ففى المثال السابق تكون لوحة الضبط لمتوسط وزن الوحدة المنتجة عند درجة الثقة ٩٩٫٧٪* هى :

(UCL) $\bar{س}' + ٣ \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$

$\bar{س}'$

(LCL) $\bar{س}' - ٣ \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$



ويتم ضبط العملية الانتاجية عن طريق هذه اللوحات وذلك بأخذ عينات دوريـــة وحساب قيمة المتغير المستخدم كمقياس للجودة (فى كل عينة) وتوقيع النقط المناظرة علـــى لوحة الضبط ٠ وطالما كانت النقط واقعة داخل حدود الضبط فان الانتاج يستمر ويقـــال

---

* بناء على الخبرة المستمدة من مجالات صناعية مختلفة فان حدود الضبط المبنية على ثـــلاث امثال الخطأ المعيارى تعتبر محققة لنوع من التعادل بين نوعى الخطأ ولذلك فهى تستخـــدم عـــادة ٠

أن العملية تحت الضبط الاحصائى Under Control أما اذا وقعت احدى النقط خارج حدود الضبط فان الانتاج يوقف حتى يتم فحص العملية الانتاجية ويقال أن العملية الانتاجية خارجة عن الضبط الاحصائى Out-of Control

فأهمية هذه اللوحات تظهر فى قدرتها على التفرقة (بدرجة ثقة معلومة) بين العوامل السببية والعوامل العشوائية المؤثرة على جودة المنتجات . وكثيرا ما يؤدى هذا الى اكتشاف أسباب المشاكل الانتاجية وبالتالى الى رفع مستوى جودة الانتاج . بالاضافة الى ذلك فان استخدام هذه اللوحات معناه التسليم بامكانية وجود عوامل عشوائية ومعرفة مدى تأثيرها على العملية الانتاجية وبالتالى فانه يؤدى الى تخفيض نفقات فحص العملية الانتاجية التى قد تتم بدون مبرر اذا لم تستخدم لوحات الضبط للتفرقة بين الحالات التى تكون فيها اختلافات الجودة راجعة الى عوامل عشوائية والحالات التى تكون فيها هذه الاختلافات راجعة على عوامل سببية .

يضاف الى هذه المزايا أن لوحات الضبط تساعد الفنيين على تعيين المواصفات الفنية بطريقة واقعية وعلى المقارنة بين الطرق المختلفة للانتاج . وهذا ما سنوضحه عند تعريف " حدود التسامح " .

٢ — حدود التسامح : Tolerance Limits

عند القيام بانتاج معين يكون هناك دائما مواصفات فنية يحاول المنتج تحقيقها ونظرا لأن هناك الكثير من العوامل الفنية التى تؤثر على الوحدة المنتجة فان المختصين يضعون دائما " حدودا للتسامح " لهذه المواصفات ، بمعنى أنهم يعتبرون الوحدة المنتجة محققة للمواصفات الفنية المطلوبة اذا وقعت قيمة المقياس المستخدم كدليل على المواصفة بين حدى التسامح .

والآن ما هو الفرق بين حدى التسامح وحدى الضبط ؟

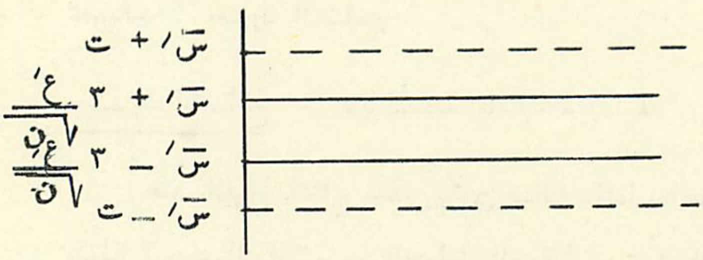
أن حدى التسامح يعرفا بناء على اعتبارات فنية بينما يعرف حدى الضبط بناءً على

اعتبارات احصائية . فاذا افترضنا فى المثال السابق أن متوسط الوزن المطلوب تحقيقه فنيا هو أيضا $\bar{س}'$ ، وأنه من المسموح به فنيا أن يقع متوسط وزن الوحدة المنتجة بين $\bar{س}' \pm ت$ فان حدى التسامح يكونا $\bar{س}' \pm ت$ بينما حدى الضبط هما $\bar{س}' \pm ٣ \frac{ع'}{\sqrt{ن}}$ (بثقة ٩٩٫٧٪) .

واذا رسمنا كل من حدى الضبط وحدى التسامح على لوحة واحدة فاننا نحصل على احدى الحالتين الآتيتين :

أولا : حدود الضبط داخلة ضمن حدود التسامح :

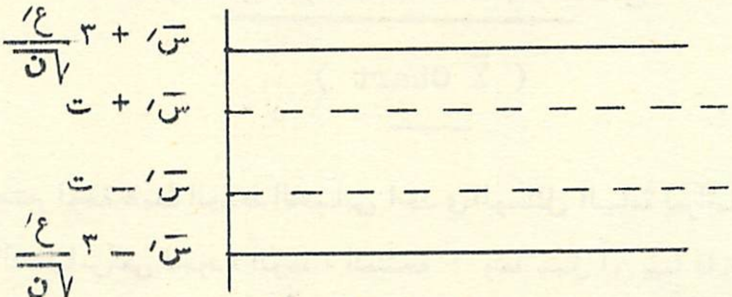
فى هذه الحالة نجد أن النقط التى تقع خارج حدود الضبط مازال مسموح بها فنيا ، وبالتالى فقد لا يكون هناك ما يدعو الى فحص العملية الانتاجية . ومن الواضح أن هذا قد يدل على عدم فاعلية لوحة الضبط . الا أنه قد يدل أيضا على "ضعف" حدود التسامح بمعنى أنه من الممكن مراجعة المواصفات الفنية ووضع حدودا أضيق للتسامح تكون أكثر فاعلية مما يؤدى الى رفع مستوى جودة المنتجات .



ثانيا : حدود التسامح داخلة ضمن حدود الضبط :

فى هذه الحالة قد نجد أن العملية الانتاجية تحت الضبط الاحصائى وبالرغم من ذلك توجد بعض الوحدات المنتجة الغير مسموح بها فنيا . ومعنى ذلك أن العملية الانتاجية لن تستطيع تحقيق المواصفات المطلوبة . وقد يرجع ذلك الى وضع مواصفات فنية " متعسفة " (أو غير واقعية) كما أنه قد يرجع الى أن التشتت بين الوحدات المنتجة كبيرا (مما يؤدى الى اتساع المسافة بين حدى الضبط) أو الى صغر حجم

العينات المستخدمة ... وبالتالى فان على الادارة الصناعية اما أن تحاول استخدام طريقة انتاجية جديدة حتى تتحقق المواصفات المطلوبة أو أنها ستطالب الفنيين باعادة النظر فى المواصفات الموضوعة .



٣ _ منحنى مميز الفاعلية : Operating characteristic Curve

لكل لوحة ضبط يمكن حساب " منحنى مميز الفاعلية " الذى يبين الى أى مدى تكون عملية الرقابة أو الضبط فعالة فهو يعطى احتمال الاستمرار فى الانتاج (نتيجة وقوع النقطة المشاهدة داخل حدى الضبط) بالرغم من وجود عوامل سببية مؤثرة على العملية الانتاجية . ومنحنى مميز الفاعلية يبين هذه المخاطرة كدالة فى القيم المختلفة التى يمكن أن يأخذها مقياس الجودة . وعلى ذلك فهو نفس المنحنى الذى رمزنا اليه من قبل بالرمز β (ص) .

مما سبق يتضح أن استخدام لوحات الضبط يؤدى الى معرفة المستوى الفعلى لجودة المنتجات وكذلك الى مراقبة وتحسين هذا المستوى . وفيما يلى سندرس الأنواع المختلفة من لوحات الضبط وطرق تقدير حدى الضبط فى كل نوع .

---

١ ـ لوحة ضبط الوســـط الحسابـــى

($\bar{X}$ Chart)

تُعتبر لوحة ضبط الوسط الحسابى احد ى الوسائل الهامة لمراقبة وضبط العملية الانتاجيـــة اذا كان هناك مقياس كمى لجودة الوحدة المنتجة . وكما سبق أن بينا فان تكوين هذه اللوحة يفترض أن القيمة المستهدفة لمتوسط هذا المقياس ($\bar{\text{س}}'$) وكذلك الانحراف المعيارى له ($\text{ع}'/\sqrt{\text{ن}}$) معلومتان وبالتالى فان حدى الضبط للوسط الحسابى هما :

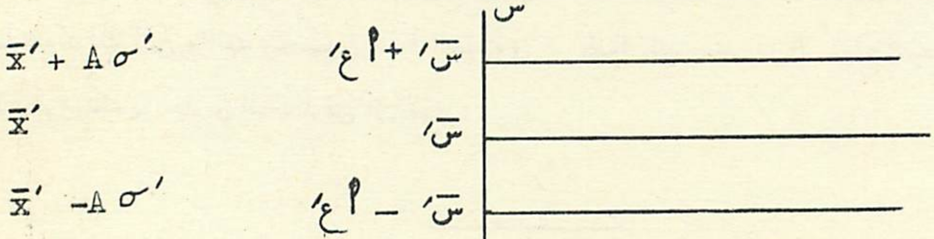
$$\bar{\text{س}}' \pm 3 \frac{\text{ع}'}{\sqrt{\text{ن}}}$$

(ن هو حجم كل من العينات التى يتم سحبها دوريا من الانتاج الكلى)

فاذا وضعنا $\text{أ} = \frac{3}{\sqrt{\text{ن}}}$ فان حدى الضبط يصبحا :

$$\bar{\text{س}}' \pm \text{أ}\,\text{ع}'$$

حيث تعتمد قيمة أ على حجم العينة ن وتظهر فى الجدول رقم (١)



وتتم مراقبة وضبط العملية الانتاجية بتوقيع قيمة المتوسط لكل عينة ($\bar{\text{س}}$) على لوحة الضبـــط ويستمر الانتاج طالما أن النقط تقع داخل حدى الضبط . فاذا ما وقعت احدى النقط خارج حـــدى الضبط يوقف الانتاج وتفحص العملية الانتاجية .