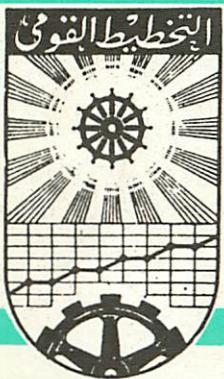


جمهوريّة مصر العربيّة



مَعْهَد التخطيط القومي

مذكرة خارجية رقم (١٤٧٩)

تطوير نموذج برمجة خطية للمساهمة في اعداد
خطه خصصه للاقتصاد المصري

اعداد

د . فتحي زغلول

يونيه ١٩٨٨

المحتويات

الصفحة

١	مقدمة
٥	نماذج البرمجة الخطية وأسعار الظل
٢	النموذج
٢	متغيرات النموذج
٩	قيود النموذج
١٣	دوال الهدف
١٤	البيانات
١٦	صورة اجمالية للنموذج
١٧	النتائج
٢٣	ملحق احصائي
٢٨	المراجع

مقدمة

النماذج التخطيطية هي أدوات في يد المخططين لاستخدامها في إعداد الخطة وهي اكتشاف الاختلافات الممكن حدوثها وتحديد مكانها وحجمها من أجل محاولة تجنبها . والنموذج هو تجريد وتبسيط الواقع دون أخالل بالهيكل الأساسي للمشكلة، وبحيث يلقى تحليل النموذج الضوء على الموقف المعين الأصلي وعلى المواقف المشابهة . ويسهل استخدام النماذج دراسة العلاقات المشابهة بين المتغيرات الاقتصادية كما يساعد على اتخاذ القرارات الاقتصادية فـي ضوء النتائج المستخلصة من هذه النماذج . وبهذه الطريقة يمكن اعتبار النماذج أدوات لمحاولات الربط بين السياسات والقرارات الاقتصادية وتعتبر البساطة ميزة للنموذج فإن النماذج الكبيرة الشاملة ليست فقط ذات تكاليف مرتفعة لبناءها ولحلها حسابيا ولكنها أيضاً أصعب في فهمها من النماذج البسيطة الصغيرة .

وتعتبر نماذج البرمجة الخطية لمتداداً طبيعياً لنماذج المدخلات والمخرجات، وهي تعتمد عليها وذلك تضمن تناسق الخطة وتضييفها قدراً كبيراً من المرونة بتحويلها معادلات التوازن القطاعية إلى متباينات ولأنها تحتوى على دالة هدف صريحه يراد تنظيمها (أو تحديدها) وتنطوي عليه ايجاد الحل الأمثل (الذى يحقق أكبر أو أصغر قيمة لدالة الهدف) على امكانية الاختيار بين بدائل مختلفة وسيناريوهات بدلاً منها ممكنته . ويحدد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية مستوى استخدام رأس المال المخصص للعمليات الانتاجية المختلفة بعكس نماذج المدخلات والمخرجات التي عند ما تخصص رأس المال معيناً لعملية انتاجية معينة فإنه يجب أن يستخدم بكل ملء طاقته في الانتاج . وكذلك إذا لوحظت نسبة معينة بين الواردات والانتاج المحلي فإنها تكون ثبته في حالة المدخلات والمخرجات في حين أن نماذج البرمجة الخطية تسمح بتحديد جديد للكميات المستوردة والكميات المصدرة من كل سلعة . ويمكن بعد بناء نموذج البرمجة الخطية إدارج إيه متباينات إضافية تعكس ظاهرة معينة للأقتصاد محل الدراسته أو حذف إيه قيود يرى حذفها بدون أن يؤثر على أسواق النموذج أو إمكاناته حلها . وهناك خاصية أخرى هامة لنماذج

البرمجه الخطيه جعلت لها أهميه عند تطبيقها في التخطيط من أجل التنمية ، هي وجود مشكله مرفقة لكل مشكله برمجه خطية ويمكن تفسير متغيرات هذه المشكله المراقه على انها مؤشرات للندرة او "أسعار" وتسمى عادة أسعار الظل وهي تمثل الأسعار التي يمكن أن يعطيها المجتمع للسلعة في حالة تحقيق المنافسه الكامله وبذلك يهدى استخدام البرمجه الخطية فمس اعداد النماذج التخطيطية ليس فقط الى دراسة الجوانب الكميه ولكن ايضا الجوانب المعمريه والقيمه للحلول البديله وبصفه عامه تقدير اسعار الظل اهميه القيود المناظره لها .

وهناك وجهتان للنظر في استخدام أسلوب البرمجة الخطية في التخطيط . تعتمد الأولى على فكرة ان طرق البرمجة البارامتريه تقدم وسيلة ذات تكلفة معقوله لبحث ودراسته الموقف عند اطراف مجموعة الاختيارات التي يواجهها الاقتصاد ظالماً أمكن وصفها بمتباينات خطيه ونستطيع تقسيم القيود التي تحدى نماذج التخطيط التطبيقية الى ثلاثة أنواع . الاول يمثل القيود الحقيقية التي تحد من النمو الاقتصادي والتي يمكن بسهولة وواقعية التعبير عنها في شكل متباينات خطيه مثل التوازنات القطاعيه «حدود عليا على أجمالي استخدامات الموارد الاوليه وقييد ميزان المدفوعات . والنوع الثاني من القيود يمثل محاوله لتمثيل نوع اخر من قيود النمو ليست مفهومه جيدا ولكتها مهمه مثل وجود حد أعلى لكمية الاستثمار التي يمكن استيعابها في صناعة معينة في وقت معين «وجود حدود عليا للادخار تعكس حرية الحركة المحمي ودة للحكومة في الامور الماليه والنقديه . والنوع الثالث قيود سياسيه مثل تحديد معدل معين للنمو لبعض الاقاليم وضع حد ادنى على مستوى العماله وحد أعلى على الواردات التي يمكن ان تهدد بعض الصناعات القائمه فعلا ولكن لم تصل بعد لدرجة كفاءة عاليه . وأخيرا يمكن ان تضاف بعض القيود لاسباب فيه لتجنب التخصص في التجارة والتقلب في انماط الاستهلاك وبعضاً الاشكال الاخرى للتصرفات المتطرفه التي تؤدى اليها النظم الخطية مثل وضع حد أعلى على الصادرات . كل هذه القيود تستطيع التعبير عن تقريب مقبول وواقعي لمجموعة البدائل الممكنة للاقتصاد محل الدراسة . وتعتبر طريقه السمبس لحل مشكله البرمجه الخطية وسيلة فعاله لدراسة

حدود واطراف هذه المجموعة وتحول طرق البرمجة البارامترية دراسة هذه الحدود من عب ثقيل الى تمارين مدروسة واضحة وغير مكلفة.

اما وجهه النظر الاخر فتؤكد على امكانية نموذج البرمجه الخطيه مع الاسعار من حل المشكله المرافقه ءان يحاكي التوازن العام او تخصيص الموارد في حالة المنافسه . وهذا يفسر اهتمام الاكاديميين بهذه النماذج . ولكن التشابه بين حل النموذج والتوازن العام لفالسرا من غالبا ما يكون ضئيف جدا وخاصة في ناحيه الاسعار وتكون اسعار الثلث بحيث يساوى سعر المنتج التكلفه الحديه في كل قطاع وكذلك تتوضع الاسعار مساويه للمنفعة الحديه للمستهلك وهكذا . ولكن الاختلاف الوحيد بين اسعار الظل لنفس السلعة في الاستخدامات المختلفه سيأتى فقط من اسعار ظل اخرى لقيود المشكله الاصليه من النوع الثاني والثالث (بصفه خاصه) وهذا يعني ان النموذج لا يقدم تحليلات سهلا لتأثير تغيير انحرافات الاسعار الموجوده اصلا مثل الضرائب الجمركية والضرائب غير المباشره والتي يكثر الاعتماد عليها في الدول الناميه . وعموما فانه يمكن بصفه عامه استخدام اسعار الظل في تفسيرات عامه . مثلا اذا كان سعر الظل الماظنو لقيد يضع حد ادنى للعماله مرتفع فانه هذا يعني ان هذا الهدف صعب التحقيق . وكذلك تغير اسعار الظل في عمليه اعداد النموذج وتجريمه فيسترشد بها لادخال القيد الاضافيه التي تحول دون الحلول المتطارفة التي تسببها خطيه النموذج . وبصفه عامه فان نموذج برمجه خطيه مصالغ في شكل مشكله اصليه يمكنه ان يتبعها بتطور الكبيات بطريقة ادق من تنفيذ البرنامج المرافق بتطور الاسعار .

ومن المعروف أن التخطيط الخصي في مصر يلجأ - فقط - في أساليبه لنماذج اجمالية (Macro) وموازين سلعية ، وجد اول المدخلات والمخرجات كأدوات كمية في الاستقطاع المستقبلي وضبط التوازن بين أهداف الخطة . وهذه الورقة تستعرض محاولة لتطبيق أحد النماذج الخطية للأمثلية في محاولة لدعم أساليب التخطيط الخصي بمعايير الكفاءة في استخدام الموارد وتحظيم العائد منها . في هذا النموذج تتمثل الاضافة في محاولة :

- أ - ربط الطلب النهائي على منتجات كل قطاع بالتطور المتوقع لاجمالى الاستهلاك القومى
بواسطة المزونات النسبية وتوسيع مفهوم الاتساق الداخلى للخطة من أتساق التدفقات القطاعية
إلى اتساق بين تفاصيل كل من العرض والطلب .
- ب - الاهتمام بانتاجية العمل بالإضافة إلى انتاجية رأس المال ودور التدفقات السلعية
ال وسيطة في توليد الانتاج .

وستعرض الورقة تلخيصاً لتجربة تطبيق هذا الاسلوب للبرمجة على البيانات الاقتصادية
المصرية ، وتوضح الصعوبات التي يمكن أن تثار أمام هذا الاسلوب نتيجة لضعف قاعدة البيانات
الخام ، والمعلمات التخطيطية اللازمة ، في الواقع التخطيطي المصري . وتطرح هذه الورقة
بشكل واضح أهمية أن تعطى أجهزة التخطيط العناية الضرورية لتطوير معاملات فنية تخطيطية
(وليس محاسبية) ، وهو الشئ المفتقد حاليا ، في ضوء التغيرات المحلية والعالمية
السريعة في التكنولوجيا ومجالات المشروعات الاقتصادية المستجدة .

نماذج البرمجة الخطية وأسعار التحليل:

تعريف:

لكل مشكلة برمجة خطية توجد مشكلة ذات علاقة وثيقة بها تسمى المشكلة المرافقه وكل قيد من المشكلة الاصلية يناظره متغير في المشكلة المرافقه . وبالعكس فكل متغير في المشكلة الاصلية يناظره قيد في المشكلة المرافقه . وهكذا يكون عدد متغيرات المشكلة المرافقه مساو لعدد قيود المشكلة الاصلية . وعدد قيود المشكلة المرافقه مساو لعدد متغيرات المشكلة الاصلية . والصورة العامة لمشكلة البرمجة الخطية الاصلية والمرافقه هي :

المشكلة المرافقه

$$\begin{aligned} \text{Min } g(p') &= p' b \\ \text{Subject to } p' A &\geq C \\ p' &\geq 0 \end{aligned}$$

المشكلة الاصلية

$$\begin{aligned} \text{Max } f(x) &= C'x \\ \text{Subject to } Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

وتتصدر نظرية التوافق على أن الشرط الضروري والكافى لكل يكون المتتجه x^0 ، والذى يمثل حلًا مسموحًا به للمشكلة الاصلية يمثل أيضًا حلًا أمثلًا هو أن يوجد متتجه مرافق p^0 ، بحيث :

$$p^0 A x^0 - b = 0 \quad (1)$$

$$(p^0 A - C) x^0 = 0 \quad (2)$$

ف هذه الحالة يكون المتتجه p^0 هو الحل الأمثل للمشكلة المرافقه .

ويطلق على الشرطين (1) و (2) .

يمكن التعبير عنهمما تفصيلا كالتالى :

$$p_i^0 > 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n A_{ij} x_j^0 - b_i = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j^0 - b_i > 0 \Rightarrow p_i^0 = 0 \quad (4)$$

$$x_j^0 > 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i^0 A_{ij} - c_j' = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i^0 A_{ij} - c_j' > 0 \Rightarrow x_j^0 = 0 \quad (6)$$

أى أن نظرية الترافق تتصل على أنه عندما يكون قيد ما في أحدى المشكلتين غير مقييد عند الحل الامثل (أى أنه متتحقق بعلاقته $< \text{ أو } >$) ، فإن المتغير المرافق لهذا القيد في المشكلة المرافقية يكون مساو للصفر عند الحل الامثل . أى أنه عندما يكون متغير مرافق لسطر معين في مشكلة البرمجة الخطية مساو للصفر عند الحل الامثل فإن القيد الذي يعبر عنه هذا السطر يكون في حقيقته غير مقييد ولذلك يمكن استبعاده من المشكلة بدون أن يؤثر ذلك على القيمة المثلثى لدالة الهدف أو على القيم المثلثى للمتغيرات . فمثلاً إذا كان المعروض من العمل عند مستوى معين من المهارة لا يمكن استخدامه كله ، فإن القيد الذي يمثل هذا النوع من العمالة لا يكون مقيداً . فإذا زاد عرض هذا النوع من العمالة بكمية صغيرة فإنها أيضاً ستبقى بدون استخدام وبذلك لن تؤدي إلى أي تحسن في قيمة دالة الهدف . وكذلك إذا قلل عرض هذا النوع من العمالة بكمية صغيرة ، لن يؤثر ذلك على دالة الهدف وعلى الحل الامثل . عموماً فإن أعمدة المصفوفة A تمثل متجه المتطلبات من المدخلات للأنشطة الانتاجية ، ويمثل المتجه b كمية العرض الثابتة من المدخلات ، ويمثل المتجه c' اوزان دالة الهدف .

ومن نظرية الترافق نجد أن المتغيرات المرافقية تمثل أسعار المدخلات . وبذلك يمكن تفسير المعادلة (٣) على أن المدخلات المستخدمة بكل منها هي فقط التي تكون لها سعر موجب . أما تلك التي توجد بوفرة وتزيد عن حاجة المجتمع فيكون سعرها صفر .

اما المعادلة (٥) فتعنى أن النشطة التي لا تسبب خسارة هي فقط التي يتم تشغيلها بمستوى موجب .

يمكن أيضاً إثبات أنه بشرط أن لا تتغير مجموعة الأنشطة الموجبة في الحل الامثل بزيادة صغيرة في أحد عناصر المتجه b فإن .

$$\frac{\Delta f^0(x)}{\Delta b_i} = p_i^0 \quad (7)$$

حيث تمثل $\frac{\Delta b_i}{\Delta f^0(x)}$ زيادة صفيرة في العرض من المدخل i وهذه تؤدي إلى زيادة صفيرة في قيمة دالة الهدف تساوى $(x)^0$ فتكون النسبة $\frac{\Delta f^0(x)}{\Delta b_i}$ وهي قيمة الانتاجية الحدية للمدخل i تساوى سعر الظل b_i^0 لهذا المدخل.

وفي هذا تشبه أسعار الظل اسعار التوازن في حالة المنافسة فهي مثلها مؤشرات للندرة النسبية وذلك يمكن ان تكون مفيدة جداً للمخططين عند اتخاذ القرارات.

النموذج :

النموذج المقترن هو نموذج برمجة خطية استاتيكي مقارن يعتمد على المعاملات الفنية المتضمنة في جدول المدخلات والمخرجات لسنة ١٩٢٢ الذي أعده مركز بحوث التنمية والتخطيط التكنولوجي بجامعة القاهرة بالاشتراك مع وزارة التخطيط. ويرسم النموذج الاقتصاد القومي الى ١١ قطاعاً وهي بالترتيب :

الزراعة - التعداد - الصناعة - البترول ومنتجاته - الكهرباء - التشيد - النقل والمواصلات - قناء السويس - السياحة - الاسكان - خدمات أخرى - وهو نفس التقسيم الوارد بالتوازن العام للخطة الخمسية ٨٣/٨٢ - ٨٧/٨٦ ومع تجميع قطاعات الخدمات بخلاف السياحة والاسكان في قطاع واحد "خدمات أخرى" وقد اضطررنا الى ذلك نظراً لأن ذلك التفصيل في قطاعات الخدمات قد ورد بهذا الشكل لأول مرة. وإن استخدام نفس تقسيم الخطة القطاعي يحقق هدفين الاول هو امكانية استخدام البيانات التي أعدت للخطة والثانى هو سهولة مقارنة النتائج التي سوف تحصل عليها بمشيلتها في الخطة وذلك تكون العلاقة بين النموذج المقترن والخطة هي علاقة مزدوجة فهو من ناحية يعتمد عليها ومن ناحية أخرى يتنافس معها.

متغيرات النموذج :

يحتوى النموذج على ٤١ متغيراً خارجياً وهم الانفاق الحكومي القطاعي $b_i = ١,٦ .. ١١,٠$ والانفاق الحكومي الكلى G_T وكمية العمل الثابتة المعروضة L_F = العجز المسحوب به في ميزان المدفوعات. كما يحتوى على ٢٨ متغيراً داخلياً وهـ :

• حجم انتاج قطاع الزراعة	=	x_1
• " " التعدين	=	x_2
• " الصناعة	=	x_3
• " البترول ومنتجاته	=	x_4
• " الكهرباء	=	x_5
• " التشييد	=	x_6
• " النقل والمواصلات	=	x_7
• " قناة السويس	=	x_8
• " السياحة	=	x_9
• " الاسكان	=	x_{10}
• " الخدمات الأخرى	=	x_{11}
• C_T = أجمالي الاستهلاك الخالص النهائي	=	x_{12}
• E_1 = حجم الصادرات من منتجات قطاع الزراعة	=	x_{13}
• E_2 = حجم الصادرات من منتجات قطاع التعدين	=	x_{14}
• E_3 = " الصناعة	=	x_{15}
• E_4 = " البترول ومنتجاته	=	x_{16}
• E_7 = " النقل والمواصلات	=	x_{17}
• E_8 = " قناة السويس	=	x_{18}
• E_9 = " السياحة	=	x_{19}
• E_{11} = " خدمات أخرى	=	x_{20}
• J_3 = الانتاج من قطاع الصناعة المخصص للاستثمار	=	x_{21}
• J_6 = " التشييد	=	x_{22}
• J_{11} = " الخدمات الأخرى	=	x_{23}
• J_T = أجمالي الاستثمارات	=	x_{24}
• $GDP =$ الناتج المحلي الإجمالي	=	x_{25}

$M^X = X_{26}$ كمية الواردات من السلع الوسيطة .

$M^C = X_{27}$ " " الاستهلاكية .

" " " الاستثمارية .

قيود النمو

أولاً هنالك القيود التي تعبر عن توازنات الانتاج :

التوازن الأساسي بين العرض والطلب كما بصورة جدول مدخلات - مخرجات يمكن

عاده على الصورة :

$$X_i + M_i^C = \sum_{j=1}^n x_{ij} + C_i + G_i + J_i + E_i + S_i \quad i=1,2,\dots,n$$

$$= \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + F_i$$

حيث n هي عدد القطاعات .

x_i = حجم انتاج القطاع i

M_i^C = الواردات المنافسة من منتجات منافسة لمنتجات القطاع i

x_{ij} = الاستخدام الوسيط من انتاج i في القطاع j

C_i = الاستهلاك الخاص النهائي من منتجات القطاع i

G_i = الانفاق الحكومي على منتجات القطاع i

J_i = الانتاج من القطاع i المخصص للاستثمار وهو التكوين الرأسالي من منتجات القطاع i

E_i = الصادرات من انتاج القطاع i

S_i = التغيير في المخزون من منتجات القطاع i

F_i = اجمالي الطلب النهائي على منتجات القطاع i

$$F_i = C_i + G_i + J_i + E_i + S_i$$

x_{ij} = المعاملات الفنية وهي الكمية اللازمة من انتاج القطاع i لانتاج وحدة واحدة منتجات القطاع j

تعبر هذه التوازنات عن تدفقات عينية لسلع وخدمات . عمليا يعبر عن الانتاج القطاعي بارقام قياسية للكميات اي انها مقادير حقيقة . وهذا يعني عدمأخذ التغيرات النسبية في الاسعار في الاعتبار او تأثير التضخم ولا يدخل في الدراسة ايضا التدفقات النقدية ولا التمويل

سنفترض في النموذج ان الواردات الوسيطة غير منافسة وبالتالي لا تدخل في حساب المعاملات الفنية ϵ_i ولذلك فسوف نخدها ايضا من الطرف الايسر لمعادلة التوازن .

كذلك يمكننا اهمال التغير في المخزون في المدى المتوسط . اما بالنسبة للاستهلاك الخاص النهائي فحيث انه يكون عادة حوالي ثلاثة ارباع الطلب النهائي او اكثر في معظم القطاعات لذلك فسوف يستحق الكثير من الجهد لمحاولة التنبؤ به . سنفترض ان مستويات الاستهلاك القطاعي تعتمد على عدد السكان المتوقع وعلى مستوى الاستهلاك الاجمالي المتوقع . وتستخدم عادة المعادلة التالية للتنبؤ بالاستهلاكي على منتجات القطاع ا

$$\frac{c_i(t)}{N(t)} = \phi_i \left[\frac{c_T(t)}{N(t)} \right]^{\epsilon_i} \quad i=1,2,\dots,n$$

حيث : $N(t)$ = عدد السكان عند الزمن t

$c_T(t)$ = الانفاق الكلى على السلع الاستهلاكية عند الزمن t

ϵ_i = مرونة انجيل (عند الزمن t)

ϕ_i = ثابت

وهذه المعادلة تعطى عادة مستويات للاستهلاك القطاعي c_i لاتجمع الى الاستهلاك الاجمالي c_T بالضبط ولكن بخطأ ٥% او اقل لتفادي هذا الخطأ تحول هذه المعادلة الى معادلة خطية باستخدام سنة الأساس (السنة ٠) فتصبح :

$$c_i(t) = \epsilon_i \frac{c_i(0)}{c_T(0)} c_T(0) + \frac{N(t)}{N(0)} c_T(0) (1 - \epsilon_i) \quad i=1,2,\dots,n$$

وحتى يكون الجمع صحيحاً فان مرونات انجليز يجب ان تتحقق الشرط :

$$\sum_i \epsilon_i \left[\frac{c_i^{(0)}}{c_T(0)} \right] = 1 \quad \text{بوضع} \\ (18) \quad \bar{c}_i = \epsilon_i \frac{c_i(0)}{c_T(0)}$$

$$(19) \quad \bar{c}_i = \frac{N(t)}{N(0)} c_i(0) (1-\epsilon_i)$$

حيث انها ثوابت يمكن حسابتها من حسبت يتم المرونات ϵ_i ومعدل الزيادة السكانية .
تأخذ توازنات الانتاج الصورة الآتية :

$$-x_i + \sum_{j=1}^{11} a_{ij} x_j + \bar{c}_i c_T + j_i + E_i \leq -\bar{c}_i - G_i \quad i=1,2,\dots,11$$

يظهر j_i وهو الانتاج من القطاع i المخصص للاستثمار في التوازن الخاص بالقطاعات ٦٦٦٦٦ فقط وهي قطاعات الصناعة والتشيد والخدمات الأخرى وهي القطاعات التي تنتج سلعًا استثمارية . كذلك لا يظهر متغير الصادرات E_i في توازنات القطاعات ٥٦٠٥ وهي الكهرباء والتشيد والاسكان حيث أن الانتاج بطبيعته للاستهلاك المحلي فقط ولا يصدر شيء منه . أما المجموعة الثانية من القيود فهي تعبر عن التدفقات الاستثمارية .

$$-j_i + \sum_{j=1}^{11} h_{ij} x_j \leq 0 \quad i=3,6,11$$

حيث h_{ij} هي معاملات تنساب الاستثمار المنتج محلياً إلى إجمالي الانتاج .
ويمثل القيد التالي الطلب على العمل :

$$\sum_{i=1}^{11} \lambda_i x_i \leq \bar{L}$$

حيث λ_i = مقلوب انتاجية العامل بالقطاع i .

يعتبر النموذج أن الواردات غير منافسة بمعنى أنها لا تهدف إلى احتلال الانتاج المحلي محل الواردات ولكنها تستورد من كل مجموعة سلعية ما يحدده الطلب عليها كما لو كفا لانتاج أي بديل محلي لها فتحدد الكمية المستوردة من السلع الوسيطة M^X بكميات الانتاج القطاعية المستهدفة وترتبط معها بمعاملات ثابتة a_{ij} .

$$M^X \geq \sum_{i=1}^{n'} a_{ij} X_i$$

وتعتمد الواردات الاستثمارية M^J على حجم الانتاج القطاعي وترتبط معه بمعاملات ثابتة b_{ij} .

$$M^J > \sum_{i=1}^{n'} b_{ij} X_i$$

وتعتمد الواردات الاستهلاكية M^C على الاستهلاك الخاص الإجمالي وترتبط معه بمعاملات ثابتة c_{ij} .

$$M^C \geq \sum_{i=1}^{n'} c_{ij} C_i$$

وأخذ قيد ميزان المدفوعات الصورة :

$$M^X + M^C + M^J - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 5, 6, 10}}^{n'} E_i \leq F$$

اما قيد الادخار فهو :

$$(1-s)V - C_T \leq S_0 + G_T$$

حيث s = معامل الادخار الحدي

S_0 = ثابت يعتمد على متغيرات سنة الأساس C_T, G_T, V وعلى s

$$S_0 = C_T(0) - G_T(0) - V(0)$$

وقد نتج القيد عن وضع حدًا أعلى على المدخرات الإضافية المتوقعة يساوي معامل الادخار الحدي s مضروبا في الزيادة في الناتج المحلي الإجمالي . أما الزيادة في المدخرات فيعبر عنها بالزيادة في الناتج القومي المحلي مطروحا منها الزيادة في الإنفاق الحكومي والزيادة في إجمالي الاستهلاك الخاص .

$$[V(t) - V(0)] - [G_T(t) - G_T(0)] - [C_T(t) - C_T(0)] \leq s [V(t) - V(0)]$$