جمهورية مصر العربية

معهد التخطيط القومي

مذكرة خارجية رقم (١٣٩٦)

# دراسات في السلاسل الزمنية

## تطوير برنامج للتسوية الاسية

اعداد

دكتورة / ماجدة ابراهيم

فبراير ١٩٨٤

القاهرة
طريق صلاح سالم مدينة نصر

تعتبر دراسة التغير لظاهرة ما مع الزمن من المواضيع التى يهتم بها علم الاحصاء ، ويتم ذلك بتحليل ما يسمى بالسلاسل الزمنية ٠

تعريـــف :

تعرف السلسلة الزمنيه بأنها المدلول العددى لمجموعة من المشاهدات الخاصة بمؤشر احصائى معين فى لحظات أو فترات زمنية متتابعة ٠ أما القيم العددية لهذا المؤشر والــتى تمثل السلسلة الزمنية فتسمى مستويات السلسلة ويمكن دراسة السلسلة الزمنية من اظهار سلوك التغير فى مستوياتها ٠

وهذا السلوك يمكن معرفته فى بعض الاحيان بمجرد النظر للشكل البيانى الخاص بالسلسة وفى حالات اخرى نجد أن طبيعة هذا السلوك قد تحجبها بعض الذبذبات نتيجة تأثير التغيرات العشوائية ٠

ولذلك فان اظهار الاتجاه الخاص بمستوى السلسلة يعتبر من أهم اهداف دراستهــــا ٠ ويلاحظ أنه نادرا ما توجد سلسلة زمنية لا يتغير مستواها على طول الفترة الزمنية الخاصة بهـــا فمعظمها يتميز بقدر من التغير والتذبذب ، الا أن هذه الذبذبات ليست واحدة بالنسبــــة للظواهر المختلفة وقد تكون نتيجة لعوامل عدة ٠

وقد تنجم الذبذبات التى تحدث للسلسلة الزمنية عن أسباب عشوائية أو عوامل موسميـــة أو أسباب رئيسية لعوامل محددة تساعد على ارتفاع او انخفاض الظاهرة محل الدراسة ولذا يمكن القول ان السلسلة الزمنية تتضمن ثلاث مكونات ٠

- الاتجاه وهو يمثل الحركة طويلة الاجل للسلسلة ٠
- حركة منتظمة قصيرة الاجل ٠
- حركة عشوائية غير منتظمة ٠

وقد عنى الباحثين من زمن بعيد بفصل هذه المكونات عن بعضها واظهار صيغة تطــــور السلسلة الزمنية فى فترة زمنية معينة ٠

وقبل التعرض لطرق معالجة السلاسل الزمنية سنتناول فى ايجاز لتاريخ دراستها

<u>عرض تاريخى موجز :</u>

بدأت دراسة السلاسل الزمنية على أسس رياضية فى 1807 عندما أعلن الرياضى الفرنسى فورير Fourier أن أى سلسلة زمنية يمكن تقريبها لمجموعة دوال مثلثية ( دالة الجيب وجيب التمام ) وقد استخدم هذه الفكرة شوستر Schuster سنة 1906 عند تقديره للدوريات المستترة hidden periodicities أما بداية العصر الحديث للسلاسل الزمنية فقد كان بأعمال يول Yule سنة 1927 ، ووصلت مرحلة تقدمها الرئيسى سنة 1938 عندما طور Wold نظرية شاملة لانحدار الذاتى / المتوسطات المتحركة (ARMA) Autoregressive/ Moving Averages ، وسنة 1940 عندما قام وينر وكولموجورف Wiener, Kolmogoroff بحل مشاكل التقدير لكل من المنقيات المتصلة والمتقطعة Continuois and discrete Filters

وحديثا فى الستينات عندما تمكن كالمان وكالمان وبوسى Kalman Bucy من مواصلة دراسات أساليب التقدير التى بدأها كولموجورف ووينر عن السلاسل غير المستقرة التى تتخذ من انظمة فى مجال الزمن . أما من ناحية بحوث العمليات فقد شهدت الفترة من الخمسينات والستينات تطور نماذج التسوية الاسية Exponential Smoothing وفى مجال طرق تجزئ السلاسل الزمنية فان استخدام الحاسبات الالكترونية قد فتح عهد جديد لتخزين المعلومات واستخدامها بسهولة . وأخيرا فان التحليل الطيفى Spectural analysis أصبح طريقة متاحة لتحليل السلاسل الزمنية .

<u>طرق معالجة السلاسل الزمنية :</u>

<u>أولا</u> : من ابسط الطرق لمعالجة السلاسل الزمنية بغرض اظهار مسلك تغيرها هو تحديد اجمالى أو متوسط الظاهرة لفترات زمنية أكبر نسبيا ( بين كل لحظتين ) من تلك المعبر عنها .

والمثال التالى يوضح هذا الاسلوب .

اذا كان الجدول رقم (١) يوضح تطور استعمال القوى الكهربائية بالمليون كيلوات / ساعة لاغراض اضاءة الشوارع والطرق العمومية فى الولايات المتحدة الامريكية خلال الفترة

1951 - 1953 [٢] فانه يمكن التعرف على اتجاه تطور هذه الظاهرة بهـــذا الاسلوب عن طريق المتوسط الشهري لكل سنة ، كما هو موضح بالجدول رقم (٢) .

جدول رقم ( ١ )

| الشهر / السنة | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1951 | 318 | [illegible] | 373 | [illegible] | 231 | [illegible] | [illegible] | 245 | 260 | [illegible] | [illegible] | 347 |
| 1952 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 321 | 312 | [illegible] |
| 1953 | 367 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 251 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 345 | 367 | 394 |

جدول رقم ( ٢ )

| السنة | المتوسط الشهري | متوسط الربع السنوي: الاول | الثانى | الثالث | الرابع |
|---|---|---|---|---|---|
| 1951 | 273.7 | 202.3 | 232,3 | [illegible] | [illegible] |
| 1952 | [illegible] | [illegible] | 251,0 | [illegible] | [illegible] |
| 1953 | [illegible] | 333 | [illegible] | 234,0 | [illegible] |

ومن الواضح بمقارنة الجدولين ان الجدول رقم ( ٣ ) أكثر سهولة في التعرف علـــى اتجاه الظاهرة عن الجدول رقم (١) . مما يعني أنه كلما زادت المسافة بين كل سنتين في السلسلة كلما قلت الذبذبات التي تتعرض لها الظاهرة واظهرت فقط المسلك العـــام للسلسلة .

**ثانيا** : المتوسطات المتحركة وهي غالبا ما تستعمل لاظهار الاتجاه الخاص بالسلسلة ، وفي هـذه الحالة فان الاوساط المتحركة المحسوبة لفترات معينة متتابعة تحل محل القراءات الحقيقية . وهذا الاسلوب يؤدي الى تمهيد السلسلة وازالة الذبذبات الناتجة عن العوامل العشوائية واظهار التطور العام لها . ويحتاج حساب المتوسطات المتحركة الى مخزون لكـــل

البيانات الخاصة بالسلسلة الى نهاية الفترة ولتكن (N) ،

ويمكن تعريف الوسط المتحرك $M_t$ لفترة قدرها N كالتالى :

$$M_t = \frac{1}{N} \sum_{i=t}^{t-N+1} X_i = \frac{1}{N} (X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \cdots X_{t-N+1})$$

من هذا التعريف نلاحظ امكانية تغيير القراءتين الاولى والاخيرة بمجرد الحصول على بيانات جديدة لاستخراج المتوسطات المتتابعة ويمكن اعادة كتابة هذه المعادلــــة على الصورة

$$M_t^{(1)} = M_{t-1} + \frac{X_t - X_{t-N}}{N} \qquad (1)$$

وفي حالة ما اذا شكلت عملية التخزين مشكلة فانه يمكن تقريب كل مشاهدة عن طريق المتوسط والقيم المتوقعة الخاصة بها فاذا قربت تلك القراءة $X_{t-N}$ من المتوســـط $t-1$ أى $X_{t-N} \simeq M_{t-1}$ فانه يمكن كتابه $M_t$ على الصورة :

$$M_t = M_{t-1} + \frac{X_t - M_{t-1}}{N} \qquad (2)$$

وباعادة كتابة هذه الصيغة المقربة تكون $M_t$ مساوية (2)

$$M_t = \frac{1}{N} X_t - (1 - \frac{1}{N}) M_{t-1} \qquad (2')$$

وهى تعنى ان المتوسط المتحرك عبارة عن وسط مرجح للقراءة الاخيرة والمتوســـط المتحرك السابق . كما يلاحظ أن مجموع الاوزان تساوى واحد .

ولتوضيح ذلك نضرب المثال التالى بفرض أن

$X_1 = 4 \qquad X_2 = 5 \qquad X_3 = 6$

فأن $M_t = \frac{15}{3} = 5$ ، وباضافة قراءة جديدة لتكن $X_4 = 4$

فيكون $M_t$ طبقا للصيغة 2 مساوية

---

1- $M_t = \frac{1}{N} ( X_t \sum_{i=t-1}^{t-N} X_i - X_{t-N})$ (1)

(2) هذه الصيغة تشابه فى صورتها التسوية الاسية والتى سيرد ذكرها فيما بعد .

أما القيمة الغير مقربة لهذا الوسط تكون

$$M_t = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} \times 5 = 5\ 2/3$$

$$M_t = \frac{5 + 6 + 7}{3} = 6$$

ويؤخذ على المتوسطات المتحركة انها تؤدى الى قصر السلسلة السواء عن السلسلة الاصلية بعدد من الحدود قدره $(N-1)/12$ من كلا الطرفين حيث N عدد الحدود التى تحسب منها المتوسطات المتحركة • وبديهيا فان طريقة المتوسطات المتحركة كما يمكن حسابها بعدد فردى من الحدود يمكن حسابها ايضا باعداد حدود زوجية • وفى هذه الحالة تستعمل طريقة المركزة التى تتلخص فى الحصول على الوسط الحسابى لكل وسطين متحركين • وبذلك يحصل على البيانات السواء المقابلة لكل نقطة زمنية محددة ( حيث تقع المتوسطات المستحركة فى حالة التسوية بأعداد قراءات زوجية بين النقاط الزمنية المختلفة )

ثالثا :الصيغ التحليلية :

تعتبر الصيغ التحليلية أكثر حداثة لتسوية السلسلة الزمنية بغرض اظهار اتجاه تطور الظاهرة محل الدراسة •

وفى هذا الصدد وعلى اساس البيانات المتاحة يمكن استخدام أنسب صيغة رياضية تمكن من تصوير اتجاه التطور والتى عن طريقها يمكن حساب القيم السواء • وبمعنى آخر فان مستوى السلسلة الزمنية فى هذه الحالة يعبر عنه كدالة فى الزمن وبناء عليه تكون المشكلة تحديد شكل هذه الدالة [3] والبحث عن قيم معالمها بالبيانات المتاحة •

كما أن هناك طرق تحليلية أخرى يمكن استخدامها لتسوية السلاسل الزمنية • وتعتبر سلسلة فورير أهم هذه الطرق بالاضافة الى التسوية الاسية •

أ — سلسلة فورير :

ويمكن التعبير عنها فى صورتها الرياضية كما هو موضح :

$$\hat{Y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^{m} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

وتستخدم عادة متسلسلة فورير عندما تتميز البيانات المطلوب تسويتها بتغيرات فترية . أما $k$ فيها تمثل أو تحدد عدد التوافقات فى السلسلة وهى رقم اختيارى يعتمد على درجة التقريب [1] المطلوبة فى السلسلة ، وعادة ما يكون هذا العدد أربعة وبهذا تتحدد صورة التغيرات الفترية فى مستوى السلسلة أما معالم المعادلة السابقة وهى $a's$, $b's$ فيمكن تقديرها بطريقة المربعات الصغرى وسنكتفى هنا بالصيغة الرياضية الخاصة بتقدير هـذه المعلمات (١-٢) .

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n}$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum Y \cos kt$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum Y \sin kt$$

وتبدأ قيمة $t$ من الصفر وبزيادة فترية قدرها $\frac{2\pi}{n}$ حيث $n$ عـدد معادلات السلسلة .

فمثلا اذا كانت $n = 10$ فان النقط الزمنية $t$ يمكن كتابتها على الصورة :

$$0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \pi, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}, \frac{9\pi}{5}$$

ويتضح من ذلك انه لكل قيمة من قيم $t$ يجب حساب قيم النسب المثلثيـة للتوافقات المختلفة والتى يمكن تصويرها فى جدول لسهولة العرض وذلك بفرض أن قيم $n = 12$

---

(١) كلما زادت قيمة $k$ كلما زادت دقة التقريب وزاد بالتالى حجم العمليات الحسابيـــة بدرجة أكبر .

| t | cos t | cos 2 t | cos 3 t | cos 4 t | Sin t | sin 2 t | sin 3t | Sin 4t |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| π/6 | 0,856 | 0,5 | 0 | 0,5 | 0,5 | 0,856 | 1 | 0,856 |
| π/3 | 0,5 | 0,5 | 1 | - 0,5 | 0,856 | 0,856 | 0 | -0,856 |

وفى الواقع فان التسوية باستخدام سلسلة فورير تعطى نتائج ايجابية اذا كانت السلسلة الزمنية تحوى ذبذبات موسمية ولن نتعرض هنا لكيفية قياسها .

ب — من الطرق التحليلية الاخرى التسوية الاسية :

سبق أن عرضنا أعلاه بصورة مختصرة لتسوية السلاسل الزمنية اما باستخدام المتوسطات المتحركة (١) أو الطرق التحليلية والتى من بينها كما ذكرنا بالاضافة الى سلسلة فورير نماذج التسوية الاسية .

وقد كان هولت 1957 أول من أدخل هذه النماذج واستعملها وطبقها على نطاق واسع بمشاركة براون 1959 . وكان لوينتر Winter 1960 مساهمات ذات اهمية خاصة حيث أدخل نماذج التسوية الاسية فى حالة وجود بيانات تحمل طابع الموسمية .

ومن ناحية فقد اعطى براون وميير . Meyer 1963 خلفية نظرية كبيرة لهذه النماذج . أما مساهمات تيل Teil وهيج Hage 1964 فقد كانت فى مجال نماذج التسوية الاسية الاحتمالية .

---

(١) أ — فى هذه الحالة فان التسوية للسلاسل التى تتسم ذبذبات موسمية دون فصلها عن الاتجاه العام .

ب — أو التسوية لفصل الذبذبات الموسمية عن الاتجاه العام .

انظر د . على نصار مذكرة رقم ٣٢٧ ، ٢٢٦ داخلية .

وفى هذا الصرغر فاننا سنقتصر فقط على موضوع التسوية الاسية للسلاسل الزمنية والتى تقتصر مكوناتها على الاتجاه العام •

وتتلافى نماذج التسوية الاسية بعض الانتقادات التى توجه عادة لطرق قياس الاتجاه العام للسلاسل الزمنية باستخدام الاساليب التقليدية للاحصاء وعلى الاخص اسلوب الانحدار عند تحديد قيم الثوابت للدوال الرياضية • ومن هذه الانتقادات ( ١ ـ أ ، ب )

أ ـ تساوى اهمية البيانات الخاصة بالسلسلة الزمنية رغم تفاوتها من حيث الحداثة أو القدم •

ب ـ النماذج المختارة ( وكذلك قياساتنا لثوابت الدوال ) ليست مرنة بالدرجة الكافية مع توافر اية بيانات حديثة المفروض استخدامها فى تصحيح النموذج الرياضى •

جـ ـ المؤشرات التى تستخدم للحكم على جودة النموذج الرياضى من ناحية هى مؤشرات لمدى انطباق البيانات الحقيقية على النموذج الرياضى فى الماضى فقط •

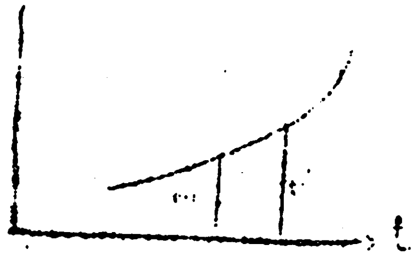
ومن ناحية اخرى تهمل نوعية الظاهرة المراد حساب الاتجاه العام لها وهذا يثير بعض المشكلات لاهمال اقتصاديات هذه الظاهرة عند التنبوء • كما أن احد الانتقادات التى توجه لتسوية السلاسل الزمنية عن طريق المتوسطات المتحركة ( غير المرجحه ) لفصل قيم الاتجاه العام عن الذبذبات الموسمية هو اننا نستخدم أوزانا متساوية للقيم $X_t$ بدلا من استخدام اوزان متفاوته $X_i$ على الشكل التالى :

$$\hat{X}_t = \sum_{i=t-m}^{t+m} \gamma_i \quad X_i \qquad \sum \gamma_i = 1 \qquad (3)$$

والفكرة هنا ان تأخذ $\gamma_i$ قيما تتناقص مع تقادم القيمة المقابلة $X_i$ ، واذا افترضنا ان $\gamma_i$ تتناقص فى شكل دالة أسية مع الزمن فان القيم المتوقعة يمكن ان تأخذ الشكل البسيط التالى :

$$\hat{X}_t = \alpha X_t + (1-\alpha) \hat{X}_{t-1}$$

$$\hat{X}_t = \hat{X}_{t-1} + \alpha (X_t - \hat{X}_{t-1}) \qquad (4)$$



$$\gamma_1 = (1-\alpha)^{t-1}$$

ومن (١) يلاحظ أن تباين $\hat{X}_t$ أقل من تباين $X_t$

$$\sigma^2_{\hat{X}} = \sigma^2_{X} \sum_{1}^{t-1} \gamma_1^2$$

حيث $\hat{X}_t$ هى القيمة المتوقعة ، $\alpha$ ثابت التسوية .
وتسمى الصيغة السابقة بصيغة هولت ويمكن فك هذه الدالة ( 4 ) عن طريق احلال $\hat{X}_{t-1}$ بما تساويها ينتج ان :

$$\begin{aligned}
\hat{X}_t &= \alpha X_t + (1-\alpha)\left(\alpha X_{t-1} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-2}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 \left(\alpha X_{t-2} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-3}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + (1-\alpha)^3 \left(\alpha X_{t-3} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-4}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 X_{t-3} + \dots \qquad (5)
\end{aligned}$$

وكما سبق ذكره فان $\alpha$ تمثل ثابت التسوية ( معامل التسوية ) وتتراوح قيمتها بين الصفر ، الواحد ، أما القيمة $\alpha(1-\alpha)^{t-\tau}$ فانها تعبر عن الوزن النسبى للقراءة $X_{t-\tau}$

ومن العلاقة ( 5 ) نلاحظ ان مقياس واحد $\hat{X}_t$ يحوى كل المعلومات السابقة (دون حذف اى من المشاهدات كما فى حالة المتوسطات المتحركة ) بأوزان مختلفة تتناسب وتقادم كل قراءة . كما نلاحظ أيضا أن المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية فى اللحظة t مساويا لمركبتين ــ المستوى الحقيقى للسلسلة عند هذه اللحظة t والمستوى المتوسط محسوبا للفترة السابقة .

ويمكن اعادة كتابة المعادلة (3) على الصورة :

$$\hat{X}_t = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i X_{t-i} + (1-\alpha)^t X_0 \qquad (5')$$

حيث $X_0$ تمثل قيمة ابتدائية • ويلاحظ أن الوزن النسبي لكل قراءة يتناقص بالقياس الى موقعها في الدالة الاسية أو بمعنى آخر فان الوسط في هذه الحالة لـه أوزان أسية فمثلا اذا كانت $\alpha = 0,1$ فان هذا يعني أن الاوزان تكون $0,1$ للقراءة محل البحث ولتكن رقم $t$ $0,1\ (1-0,1) = 0,09$ للقراءة $(t - 1)$ وللحد رقم $(t - 2)$ يكون $0,081 = 0,1(1-0,1)^2$ ... وهكذا •

ويكون متوسط عمر البيانات $\bar{i}$ عبارة عن متوسط أعمار الازمنة المختلفة كل منهم مرجح بالمقدار $\alpha^i\ (1-\alpha)^i$ أي أن

$$\bar{i} = 0\alpha B^0 + \alpha B + 2\alpha B^2 + 3\alpha B^3 + \dots + i\alpha B^i + \dots$$
$$= \alpha \sum_{i=0}^{\infty} i B^i = \frac{\alpha B}{(1-B)^2} = \frac{B}{\alpha}$$

حيث $B = (1-\alpha)$

مما سبق نلاحظ أن المعلمة $\alpha$ تؤثر في طول فترة التسوية والتي بدورها تؤثر في الاوساط الاسية الناتجه • ويعتبر اختيار قيمة الثابت $\alpha$ من المشاكل الصعبة في تطبيق أساليب التسوية الاسية •

وعلى الرغم من أن كثيرا من الدراسات قد أوضحت أن افضل قيمة لهذه المعلمة هي التي تقع بين $0,3$ ، $0,1$ الا أنها لم تبين ما اذا كانت هذه القيم بناء على خبرة عملية أم على اسس تحليلية •

وتوجد طريقة أخرى لتحديد هذه المعلمة اقترحها براون وهي مبنية على اساس الفترة الزمنية التي تتم عنها التسوية • والصيغة المقترحة هنا هي :

$$\alpha = \frac{2}{m+1}$$

حيث $m$ هي فترة التسوية •

ويلاحظ على هذه الطريقة انها تفرض مسبقا معرفتنا بالطول الانسب لفترة التسوية فقيمة $\alpha$ تتأثر في كثير من الاحيان ببعض القرارات الاقتصادية التي قد يكون لها تأثير على الظاهرة محل الدراسة ، كأن يتخذ قرار بزيادة الاستثمار أو قرار بتغيير السياسة

الاقتصادية ولكن في أحيان اخرى يصعب تحديد الطول الانسب لفترة التسوية كحالة مثلا تسوية سلسلة زمنية عن انتاجية العامل عبر الايام المختلفة • ولذلك فنحن في حاجة الى قياس آخر للمعلمة $\alpha$ .

وهدف هذه الورقة هو الوصول الى هذا القياس عن طريق الاستفادة من امكانيات الحاسب الالكتروني لتحديد افضل قيمة لهذه المعلمة ( من بين مجموعة القيم الممثلة التي تنحصر بينها أي بين الصفر ، الواحد ) والتي تسمح بأصغر انحراف للقيم المتوقعة عن القيم الحقيقية للظاهرة موضع التسوية ، كذلك محاولة استنتاج علاقة هذه القيم بنوعية القراءات محل الدراسة •

وسنقتصر في هذا العرض الموجز على التسوية الاسية في صورتها البسيطة ثم التسوية باستخدام اسلوب براون سواء في حالة المعادلات الخطية او الدرجة الثانية •

**أولا : التسوية الاسية البسيطة :**

في هذه الحالة استخدمت المعادلة رقم 4 وقد أخذت جميع القيم الممكنة للمعلمة $\alpha$ بين 0,1 ، 0,9 وفي هذا الصدد أستعملت مجموعة من السلاسل الزمنية مختلفة الاطوال لظواهر مختلفة [1] موضحة بالجدول رقم ( ١ ) •

والنتائج الخاصة بهذه الحالة موضحة بالجدول رقم ( ١ ) •

يلاحظ من الجدول ان افضل قيمة لـ $\alpha$ هي التي تقترب من 0,9 مما يعني بطريقة الصدفة ان هذه المجموعة لا تستدعي اجراء تسوية بسيطة وانما سنلجأ الى اجراء التسوية الاسية بعد تحديد الاتجاه لكل سلسلة من هذه المجموعة وقد اختير اتجاه عام خطي كذلك اختير معامل الارتباط في كل حالة كمؤشر ( بسيط ) لصحة الاتجاه • وهذا ينقلنا الى التسوية باسلوب براون •

---

(١) البيانات من كتاب المؤشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ — ١٩٧٣ تقارير متابعة وتقييم الخطة الخمسية الاولى و ١٩٧١/١٩٧٢ •

جدول رقم (١)

النتائج التجميعية للعمليات الحسابية* الخاصة بتحديد قيمة المعلمة $\alpha$ لسلاسل زمنية مختلفة – حالة التسوية البسيطة

| مسلسل | طبيعة الحالة | عدد القراءات | مجموع مربعات الخطأ | نسبة الخطأ المعياري | القيمة المثلى لـ $\alpha$ | معامل الارتباط معادلة خطية |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | تطور انتاج قصب السكر ٠ | 15 | 5[illegible]304,1 | 0,026 | 0,9 | 0,91 |
| 2 | تطور انتاج قصب السكر ٠ | 22 | 574103,4 | 0,1416 | 0,9 | 0,93 |
| 3 | محصول البصل كامل النضج ٠ | 15 | 6407,0 | 0,1935 | 0,9 | 0,97 |
| 4 | محصول البصل كامل النضج ٠ | 22 | 8844,3 | 0,4000 | 0,9 | 0,64 |
| 5 | تطور الانتاج من الاسمنت ٠ | 22 | 478,2 | 0,2024 | 0,9 | 0,97 |
| 6 | السفن العابرة لقناة السويس ٠ | 17 | 10350,4 | 0,1548 | 0,9 | 0,92 |

$$\text{نسبة الخطأ القياسي} = \frac{\text{الخطأ المعياري}}{\text{متوسط القيم المتوقعة}} \times ١٠٠$$

* قام الزميل / عوض محمد أحمد بالادارة العامة للحاسب الالكتروني بكتابة وتشغيل البرامج الخاصة بالعمليات الحسابية على الحاسب الالكتروني سواء بالنسبة للجدول رقم (١) او الجدول رقم (٢) التالي ٠

**التسوية باستخدام طريقة براون :**

تعتبر هذه الطريقة من الطرق المناسبة لتسوية البيانات التى قد تكون خطية أو من الدرجة الثابتة ... الخ .

وقد استخدم فى هذا المقام اسلوب براون فى حالتين :

أ - النموذج الخطى .

ب- النموذج من الدرجة الثابتة .

وقبل عرض للنتائج المختلفة سنعرض لطريقة براون بايجاز ، ويمكن صياغتها فى صورتها العامة كالتالى :

$$S_t^{(k)} = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (1-\alpha)^i \; S_{t-1}^{(k-1)}$$

أو بمعنى آخر فان :

$$S_t^{(k)} = \alpha \, S_t^{(k-1)} + (1-\alpha) \; S_{t-1}^{(k)} \qquad (6)$$

حيث $S_t^{(k)}$ التسوية من الدرجة $k$

وعلى اساس هذه الصيغة يمكن استخراج المتوسطات المرجحة من الدرجة الاولى والثانية والثالثة كما يلى :

$$S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha) \; S_{t-1}^{(1)}$$

$$S_t^{(2)} = \alpha \, S_t^{(1)} + (1-\alpha) \; S_{t-1}^{(2)}$$

$$S_t^{(3)} = \alpha \, S_t^{(2)} + (1-\alpha) \; S_{t-1}^{(3)}$$