جمهورية مصر العربية

معهد التخطيط القومي

مذكرة خارجية رقم (١٣٤٨)

نموذج مقترح للتنبوء بالطلب على السلع ذات الطابع الموسمي.

اعداد

د. مصطفى جلال مصطفى

أبريل ١٩٨٣

القاهرة
طريق صلاح سالم مدينة نصر

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج مقترح للتنبوء بالطلب على السلع ذات الطابع الموسمى

د . مصطفى جلال مصطفى

مقدمة :

يعتمد اسلوب التنبوء بالمبيعات المتوقعة والطلب المستقبلى المحتمل على سلعة ما على عوامل متعددة أهمها طبيعة الطلب على هذه السلعة من حيث وجود طلب مستمر عليها طوال السنة أم أن الطلب ينشأ على هذه السلعة فى مواسم وفترات معينة فقط ومن ثم تعتبر السلعة ذات طابع موسمى . ونظرا للتطور الكبير فى العادات الاستهلاكية والارتفاع المستمر فى المستوى التكنولوجى فان الازواق الاستهلاكية تتغير بسرعة الآن . بحيث أصبح هناك العديد من السلع والخدمات التى تتميز بوجود طلب موسمى محدد عليها خلال السنة . بل وأصبح يختلف حجم هذا الطلب من موسم الى آخر طبقا لعوامل متعددة . ويجب أن نسلم بان هناك بعض المواسم لبعض السلع والخدمات أكثر تحديدا ووضوحا عن غيرها من المواسم لباقى السلع .

ولقد أثمر البحث العلمى بالنسبة للسلع ذات الطلب المستمر الكثير من نماذج التنبوء والتى تختلف فيما بينها فى اسلوبها وكفاءتها وكفايتها . بينما لم يقدم إلا القليل من نماذج التنبوء بالطلب على السلع ذات الطبيعة الموسمية وحتى ذلك القليل فقد تكرر

فيه معالجة مشكلة الطلب على السلعة الموسمية كمشكلة فرعية من مشكلات الرقابة على التنبوء أو كنموذج من نماذج تحديد الحجم الامثل للمخزون .

ونهدف من هذا البحث الى تقديم نموذج إحصائى لتقدير الطلب على السلع ذات الطبيعة الموسمية . وسنمهد لهذا النموذج بتقديم بعض النماذج السابقة الخاصة بدراسة السلع ذات الطابع الموسمى .

وتعتمد معظم نماذج التنبوء بالطلب المستقبلى عامة على توفر بيان بالمبيعات التاريخية لفترة طويلة ماضية . الا أن هذا النموذج المقترح لايعتمد فى تقديره للطلب المستقبلى على بيان بالمبيعات التاريخية لفترة طويلة سابقة كما أن هذا النموذج يعيد مباشرة تقدير هذا الطلب المتوقع على السلعة خلال الموسم لكل فترة زمنية قصيرة من فترات الموسم . أى أنه تتم مراجعة وتقدير الطلب على السلعة لكل فترة من الفترات خلال نفس الموسم . وذلك فور الحصول على معلومات إضافية عن المبيعات الفعلية المتحققة فى الفترة الماضية .

وصف المشكلة :

تتصف السلع ذات الطبيعة الموسمية بأن موسم المبيعات الخاص بها محدود بحيث ينتهى الطلب تقريبا على السلعة الموسمية بانتهاء الموسم الخاص بها . ويمكن للمنشاة بعد انتهاء الموسم إما أن تقوم بعرض الوحدات المتبقية من السلعة للبيع بسعر مغرى للتخلص منها تجنبا لتحمل المنشاة لتكاليف التخزين المختلفة أو قد تضطر المنشاة الى تخزين هذه الوحدات للموسم التالى وذلك بافتراض قابلية السلعة للتخزين

بحيث يكون من الممكن حينئذ بيع هذه الوحدات بنفس سعرها تقريبا . ولكن لـــن يكون من الممكن تغطية تكلفة التخزين هذه فى المبيعات التالية .

وتختلف السلع والخدمات ذات الطبيعة الموسمية فيما بينها فى طبيعة الطلب على كل سلعة خلال الموسم ، فقد يتصف الطلب بالثبات على مدار الموسم كله ، وقـــد يبدأ الطلب فى الارتفاع تدريجيا حتى يصل الى الذروه فى وقت معين من الموسم ثـــم يبدأ الطلب على السلعة فى الانخفاض بعد ذلك ، او قد يبدأ الطلب شديدا جدا على السلعة فى بداية الموسم ثم يبدأ بعدها هذا الطلب فى الانخفاض تدريجيا حتـــى نهاية الموسم ، وقد تكون ذروة الطلب على السلعة فى بداية الموسم وفى نهايته فـــى نفس الوقت مع انخفاض الطلب فى باقى الفترات ، ومن ثم يمكن تقييم نموذج التنبـــؤ بناء على فاعليته فى تقدير الطلب على السلعة فى الفترات المختلفة خلال الموسم وتقـدير حجم هذا الطلب خلال الموسم باكمله بحيث يجب الا توجد رواكد من السلعة لينشـــأ الطلب عليها مع تحقق شروط عدم فقدان أيه عوائد نتيجة لعدم توفر السلعة عند طلبهـــا من قبل المستهلك .

وتنتج المنشأة الصناعية من خلال خطوط الانتاج الخاصة بها العديد من السلع المختلفة ذات الطلب المستمر وذات الطلب الموسمى .

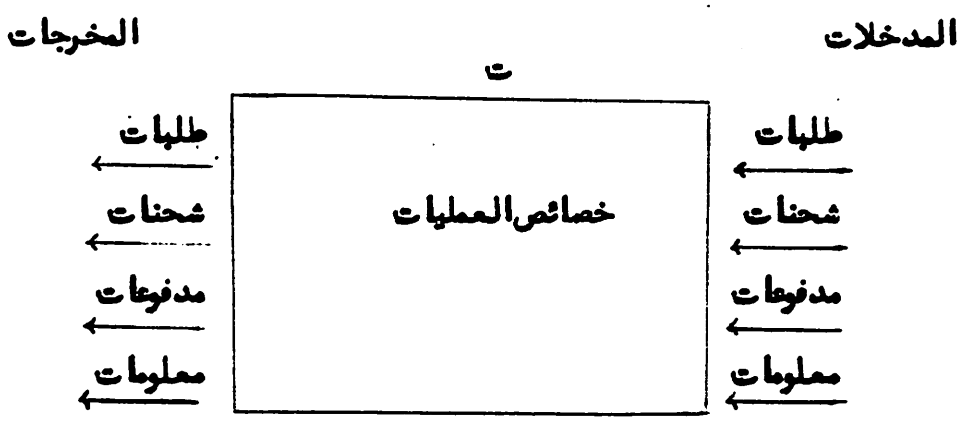
ومن الطبيعى أن نفترض أن خطوط الانتاج فى المنشأة تعمل بصورة مستمـــــرة لاكثر من موسم بل ولسنوات طويلة حيث يعمل الخط الانتاجى فى انتاج مجموعة مــــن السلع التى تشترك بالطبع فى الصفات العامة لمنتجات هذا الخط الانتاجى وحيث قـــد

يتصف الطلب على بعضا من هذه السلع بالطبيعة الموسمية •

فمثلا تعمل خطوط الانتاج الخاصة بالملابس الجاهزة بصورة مستمرة رغــم ان الطلب على أنواع كثيرة من الملابس يتصف بالموسمية بل أنه قد يكون لكل منتــج معين من الملابس السلوك الموسمى الخاص به •

وتمارس المنشأة نشاطها من خلال مجموعة من المدخلات والمخرجات، ويجب دراسة هذه العلاقة بين المخرجات والمدخلات حتى يمكن دراسة التنبوءات والتوقعات المستقبلية للمنشأة •

ويمكن عرض الصورة العامة لهذه العلاقة بين المخرجات والمدخلات بالصورة *:



حيث يمثل المربع الكبير المنشأة عند نقطة معينة من الزمن ت •

---

* د • محمد فتحى محمد على " نموذج مقترح لتخطيط الانتاج فى المدى قصــير الاجل فى المنشآت الصناعية • المجلة الاحصائية ـ المجلد الثانى عشر ١٩٦٨•

ويرى Murray* انه لأى منفذ لتوزيع السلعة ذات الطبيعة الموسمية فانه يمكن تقدير حجم المبيعات خلال الموسم باستخدام دالة بيتا بمعلمتين هما عدد الوحدات المباعة من السلعة من خلال منفذ التوزيع خلال الموسم السابق وعدد العملاء الذين حصلوا على السلعة فى الموسم السابق من خلال جميع منافذ التوزيع المختلفة • وبمرور الوقت فانه يتم الحصول على معلومات جديدة عن حجم المبيعات الفعلية لمنفذ التوزيع وعدد العملاء ومن ثم يتم اعادة تقدير احتمالات البيع باستخدام نظرية بايز مع هذه المعلومات الجديدة • وتستخدم تلك الاحتمالات فى حساب الربح المتوقع من انتاج تلك الوحدات ومن ثم تستمر المنشأة فى الانتاج لهذه السلعة طالما أن الربح الحدى المتوقع أكبر من الصفر •

ولم نشأ أن نعرض هذا النموذج بصورته التفصيلية حيث أنه لا شك أن التطبيق العملى لهذا النموذج سوف يصطدم بالغوض الخاص بمعرفة عدد العملاء فى منافذ التوزيع المختلفة مما يضع قيودا على تطبيق هذا النموذج • بالاضافة الى مايتطلبه استخدام هذا النموذج من جهد متكرر ووقت كبير للعمليات الحسابية •

ويرى Hartung ** أنه يمكن النظر الى مشكلة السلع ذات الطابع الموسمى باعتبارها أحد المشاكل الديناميكية للمخزون حيث الطلب على السلعة غير معروف • وبتعبير آخر فانه يتم الاحتفاظ بمخزون من السلعة لفترة محدوده من

---

* Murray, G., and Silver, E.," A Bayesian Analaysis of style Goods Inventory Problem". Management Science 12 (July 1966).

** Hartung, R." A simple style goods Inventory Model." Management Science, 12 (August 1973).

الزمن وحيث تتم مراجعة مستوى هذا المخزون بصفة دورية كل فترة من الزمن وذلك لاتخاذ قرار بالحجم الذى يجب رفع مستوى المخزون اليه ومن الوجهة المقابلة فان الطلب الذى ينشأ على السلعة بين هذه المراجعات المتتالية انما هو متغير عشوائى قد ينتمى الى بعض الدوال أو بعض التوزيعات ولكن معلمات هذه التوزيعات غير معروفة ولكن يتم دائما تقدير دوال التوزيع للطلب المستقبلى من تقديرات قبلية مع استخدام الطلب المشاهد والمتحقق حتى فترة معينة .

ويرى Hartung أنه يمكن تخطيط المخزون على مدار الفترات المتتالية ولتكن ($1,2,3,\dots,n$) فى موسم المبيعات للسلعة ، حيث يفترض أن الطلب التجميعى S_{i+1} للوحدة فى الفترات ($1,2,\dots,i$) يمكن التعبير عنه فى الصورة :

$$S_{i+1} = r_i S_i \qquad i = 1,2,\dots\dots,n$$

حيث : $S_1 = 1$ وحيث $r_1 , r_2 ,\dots, r_n$ هى متغيرات عشوائية مستقلة ذات توقعات محدودة وتوزيعات معروفة ، وحيث ($r_1 > 0 , r_2 ,\dots, r_n \geqslant 1$) وحيث r_i مستقلة عن S_i بالطبع.

وفى بداية الفترة i فإنه يفترض أن حجم المخزون التجميعى من الوحدات هو x كما أن حجم الطلب التجميعى الذى تحقق حتى بداية الفترة i هو S_i وحيث يتم رفع مستوى المخزون التجميعى الى المستوى $y \geqslant x$ ومن ثم فان عدد الوحدات التى تم شراؤها للتخزين فى الفترة i هو ($y - x$)

كما أن حجم المخزون فى نهاية الفترة i هو ($y - S_{i+1}$) وهـــذا يساوى $y - h_i S$ • وبفرض ان $g_i(x , S)$ هى الحد الادنـــى للتكلفة المتوقعة فى الفترات $i, \ldots\ldots\ldots n$ حينما يكون المخزون التجميعى والطلب المتحقق فى الفترات ($1 , \ldots\ldots , i-1$) هو x , S علـى الترتيب حيث :

$$g_i(x,S) = \mathop{Min}_{y \geqslant x} \left\{ C_i(y-x) + EL_i(y-h_i S) + E g_{i+1}(y, h_i S) \right\}$$

$$i = 1, \ldots\ldots\ldots n$$

حيث : $g_{n+1} = o$ وحيث E هى مميز القيمة المتوقعة وحيث C_i هـى تكلفة الشراء للوحدة •

وبشروط معينة يصل Hartung الى أنه يمكن ايجاد :

$$y = y_i^* \quad (x , S)$$

والتى تحقق النهاية الصغرى لدالة التكلفة السابقة حيث يمكن بشروط معينـــة اثبات أن :

$$y_i^* \; (x,S) = \mathrm{Max} \; (x, \bar{y}_i \; S t_i^{-1}) \qquad\qquad i = 1,2,\ldots\ldots n$$

حيث :

$$t_i = \left[E \; (\; S_{n+1} \; / \; S_i \;) \right]^{-1}$$

وبذلك يصل Hartung الى تحقيق المستوى الامثل للمخزون مـــن السلعة الموسمية فى الفترات المتتالية من المـوسم •

ومن الواضح أن هذا النموذج لايناسب السلع التى يتم انتاجهـــا لاول مرة ومن ثم لايوجد لها بيان بالمبيعات التاريخية ٠

اما Ravindran* فانه يرى ان الطلب على السلعة الموسميـــة خلال الموسم البيعى لها يتأثر بالطلب السابق على هذه السلعة فى المواســم الماضية وذلك بسبب العملاء الذين سبق لهم شراء هذه السلعة وقدموا النصائح لاصدقائهم بشراء مثلها فى المواسم التالية وذلك بالاضافة الى حب الانســان فى مواقف متعددة لتقليد غيره فى الشراء ومن ثم يفترض عملية بواسون غـــير المتجانسة (Nonhomogeneous Poisson process) حيث معدل الطلب هو $\lambda(t)$ فى أى لحظة t وبمعرفة حجـــم الطلب قبل t وليكن d فانه يمكن اعتبار أن :

$$\lambda(t) = \lambda + (t)d$$

حيث λ هى معدل الطلب الثابت كما أن (t) تمثل معدل المبيعات الذى يرجع الى تأثير العملاء وهو دالة تناقصية فى الزمن ويطلق عليه معدل المبيعات التأثرى ٠

وللتبسيط افترض أن :

* Ravindran, A." Management of Seasonal Style-Goods Inventories" Operations Research 20 (March 1972).

$$\lambda(t) = \lambda + \alpha d \qquad (١)$$

وبالاستمرار فى عرض النموذج الذى قدمه Ravindran نجده قد عرض توزيع الطلب التأثرى باستخدام الجداول الخاصة بتوزيع ذى الحدين السالب وذلك نظرا لأن التوزيع التأثرى يتناقص الى توزيع ذى الحدين السالب عند اعطاء T والتى تمثل طول الموسم . وباعتبار أن $P_n(t)$ هى احتمال أن حجم الطلب هو n خلال الموسم البيعى الذى طوله T فان :

$$P_n(T) = \left[\Gamma(b+n) \Big/ \Gamma(b) \Gamma(n+1)\right]\left[\exp(-\alpha T)\right]^{b} \left[1-\exp(-\alpha T)\right]^{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

حيث b هى ثابت موجب يساوى $\frac{\lambda}{\alpha}$ وحيث $n=0,1,2,\ldots$.

ومن ثم فان القيمة المتوقعة للتوزيع التأثرى هى :

$$m(T) = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n(T) = b\left[1-\exp(-\alpha T)\right] \Big/ \exp(-\alpha T) \ldots\ldots\ldots \quad (٣)$$

وبافتراض ان حجم المخزون من السلعة فى بداية الموسم البيعى هو y وحيث الهدف هو تحديد المستوى الامثل للمخزون y حتى يمكن الوصول بالربح المتوقع الى نهايته العظمى مع ملاحظة ان هناك خسارة فى العائد قدرها p

للوحدة عند نفاذ المخزون قبل انتهاء الموسم كما أن هناك التكلفة h للاحتفاظ بوحدة من المخزون لوحدة الزمن ، وايضا هناك التكلفة الثابته K وهـــى مستقلة عن حجم المخزون .

وبفرض أن الربح المتوقع هو $\Pi(y,T)$ وذلك لمستوى معين مـــن المخزون y ولموسم المبيعات الذى طوله T فان الربح المتوقع $\Pi(y,T)$ يكون :

$\Pi(y,T)$ = العائد المتوقع ـ تكلفة الحصول على المخزون ـ التكلفـــة المتوقعة للاحتفاظ بالمخزون ـ التكلفة المتوقعة للمبيعـــات الضائعة .

ومن ثم فإن :

$$\Pi(y,T) = r\left[\sum_{n=o}^{n=y} nP_n(T) + \sum_{n=y+1}^{n=\infty} yP_n(T)\right]$$

$$-K\delta(y) - Cy - h\sum_{n=o}^{n=y}(y-n)\int_o^T P_n(t)dt - p\sum_{n=y+1}^{\infty}(n-y)P_n(T)$$

حيث :

$$\int_o^T P_n(t)dt = I_q(n+1,b)/\alpha(b+n) \quad \ldots\ldots \quad (٤)$$

$$q = 1-\exp(-\alpha T)$$

وحيث $I_q(n+1,b)$ هى نسبة دالة بيتا غيرالكاملة

بالمعلمات : q ، $n+1$ ، b.

ومن ٣ ، ٤ نحصل على :

$$\pi(y,T) = \lambda m(T) - K\varsigma(y) - G(y,T) \;\ldots\ldots \quad (٥)$$

حيث :

$$G(y,T) = Cy + (p+\lambda)\sum_{n=y+1}^{\infty}(n-y)P_n(t)$$

$$+h\sum_{n=o}^{n=y}(y-n)\; I_q(n+1,b)/\alpha(b+n) \ldots\ldots \quad (٦)$$

والهدف هو ايجاد افضل قيمة لـ y حتى يمكن تعظيم دالة الربح $\pi(y,T)$ ، ولهذا إفترض Ravindram أن $y_o(T)$ تمثل المستوى الحجم لحجم الطلب عندما تكون T معطاه والذى يصل $G(y,T)$ الى نهايتها الصغرى • ومن الواضح أن $y_o(T)$ قيمة وحيدة نجد عندها الفرق الأول $\Delta G_1(y,T)$ إما صفر أو تتغير الاشارة حيث :

$$\Delta G(y,T) = G(y+1,T) - G(y,T)$$

$$= -(p+\lambda-c) + (p+\lambda)\sum_{n=o}^{n=y}P_n(T)$$

$$+ h\sum_{n=o}^{n=y} I_q(n+1,b)/\alpha(b+n) \ldots\ldots \quad (٧)$$

وبوضع $\Delta G(o,T) = A(T)$ ووضع y تساوى الصفر فى (٧) فان :

$$A(T) = C-(P+\pi-h/\lambda)\left[1-P_o(T)\right]\ldots \quad (٨)$$

وحينما يكون حجم الطلبية هو $y_o(T)$ فان التكلفة الكلية للطلبيـــة هى :

$$K + G\left[y_o(T), T\right]$$

ومن ثم تكون السياسة المثلى هى جعل مستوى المخزون حتى $y_o(T)$ فقط واذا فقط تحقق الشرط :

$$G(o,T) > K + G\left[y_o(T), T\right]$$

وبذلك يتحقق للمنشأة الحجم الأمثل للمخزون من السلعة فى بدايـــة موسم المبيعات .