الجمهورية العربية المتحدة

معهد التخطيط القومي

واحدة فقط

مذكرة رقم (٣٣)

بحوث العمليات الرياضية

دكتور ابراهيم حلمى عبد الرحمن

(الدورة التدريبية الخامسة ديسمبر ١٩٦١)

١٩٦١/٣/١

القاهرة

٣ شارع محمد مظهر - بالزمالك

"بحوث العمليات الرياضية"

هذا نوع جديد من الدراسات العلمية، عرف بهذا الأسم فى الأوساط العلمية منذ سنة ١٩٤٠ أى فى سنوات الحرب العالمية الأخيرة . نشأت تطبيقات هذا العلم والحاجة اليه فى ظل العمليات الحربية وبناء على الضرورة التى أوجدتها الحرب، ولكن بعد انتهاء الحرب، اتضح أن الخبرة المكتسبة فيه قابلة للامتداد والتطبيق فى الصناعة وفى الانتاج وفى مؤسسات الأعمال وفى تأدية الوظائف الحكومية . فبدأ ينتشر استخدام طرائق هذا العلم فى الحياة المدنية فى دول كثيرة وفى مقدمتها الولايات المتحدة الأمريكية وغيرها .

والمقصود (بالعملية) هى مجموعة التصرفات التى يطلب من رئيس أو منظم أن يصدرها ، ليحقق الغرض المطلوب من (العملية) بأقصى حد ممكن .

فالانتاج فى المعمل عملية صناعية، تحتاج الى آلات ومعدات وخامات وعمال ومشتروات وتوصيف المنتجات ثم بيع السلع فى الاسواق . كيف تنظم هذه (العملية) للحصول على أقصى انتاج، أو للحصول على أقصى (ربح) لصاحب المؤسسة . هذه عملية قديمة منذ الأزل، عرفت منذ أن عرف الانسان الصناعة ولكن مع تطور الانتاج ورقيه، تضخمت المنشآت الصناعية، وأصبح من العسير على شخص واحد أن يلم بكل جزء من العمل فيها، وأصبح من الضرورى أن توجد (ادارة صناعية) تنظم نشاط العمال وتشترى الآلات وتقرر صفقات البيع والشراء وتقدر اتجاهات الأسعار، وتوظف العمال وتدربهم وتجدد الآلات وهكذا، كل هذه الأمور ينبغى البت فيها على وجه محدد بنتائج هامة، مع ملاحظة أن شراء الآلات الحديثة يكلف صاحب المؤسسة مالا كثيرا، بينما ابقاء الآلات القديمة قد يجعل الانتاج غير اقتصادى، وشراء الخامات بكميات كبيرة يعطل جزءا من رأس المال، فبينما عدم تخزين المواد قد يتوقف معه الانتاج فى بعض الأحيان . واختيار العمال المدربين ومنحهم الاجور العالية يزيد الانتاج ولكنه يزيد التكلفة أيضا وتخفيض الاسعار يزيد من المبيعات ولكنه ينقص من الأرباح . وهكذا نرى أن (عملية) الادارة الصناعية تحتوى على أهداف متضاربة، ونرى مثلا أن ثمة مستوى معين لتجديد الآلات ، ومستوى معين لحجم المخزون، ومستوى معين لتدريب العمال وأجورهم ومستوى معين لاسعار البيع، بحيث يكون الربح الكلى أقصى ما يمكن .

فالمطلوب رياضيا أن نمثل هذه (العملية) بعلاقاتها المختلفة وحقائقها الفعلية، ثم

نستنتج مستويات التشغيل والعمالة والتخزين والتسويق التى تؤدى مثلا الى أقصى ربح أو الى أضخم انتـــاج .

مثل آخر من الحرب :ـ

طائرة معادية تهاجم سفينة فى البحر والسفينة ترد الهجوم بالمدافع المضـــادة للطائرات ،هل الأفضل للسفينة أن تعرّج خط السير حتى تتفادى قنابل الطائرة ،ولكنها عندئذ يفقد ملاحوها الفرصة لاصابة الطائرة بمدافعهم ،أو تسير فى خط ثابت ،حتى يحسن رجالها التصويـــب للدفاع ،وهل للأمر علاقة بحجم السفينة وسرعتها بالنسبة الى سرعة الطائرة .

مثل ثالـــث :ـ

مصرف يريد خدمة زبائنه من العملاء ،فيزيد عدد الموظفين الذين يستقبلون العملاء ويقسم العملاء بين الموظفين وفقا للحروف الهجائية ،ولكن زيادة عدد الموظفين معناه زيادة النفقـــة ولذلك ينبغى انقاص عددهم الى أقصى حد ،دون أن يطول انتظار العميل طويلا . ولكن فترة الانتظار تتوقف أيضا على متوسط المدة التى تستغرقها خدمة العميل من كل موظف ،ولانقاص هذه الفترة يقترح أن تكون جميع المستندات اللازمة بجوار الموظف مباشرة حتى لا يحتاج الى الاتصال بغيره ولكن تجميـــع هذه المستندات بجواره يضعف من توزيع العمل ،فكيف يمكن تحديد عدد العمليات التى يقوم بهـــا الموظف وعدد الموظفين ،حتى لا تزيد فترة الانتظار عن ٥ دقائق مثلا مع جعل النفقات أقل ما يمكن .

مثل رابـــــع :ـ

اذا أردنا تصميم خزان للمياه عبر أحد الأنهار ،للرى والملاحة وتوليد الكهربـــاء ، فالرى يحتاج الى سعة كبيرة جدا للخزان ،ولكن الخزن لا يمكن أن يتم الا فى فترة محددة منعـــا للاظماء ،وتوليد الكهرباء يحتاج الى مستوى سقوط ثابت ومنظم ،سواء أكان الماء لازما للـــرى أم لا ، والملاحة يهمها ارتفاع مستوى المياه فى مجرى النهر بحيث لا يقل عن حد معين ولأطول مدة ممكنة من السنة .

فاذا كان مردود الرى والكهرباء والملاحة معلوما ومتفاوتا ،وكانت حصيلة النهر من الميـــاه القابلة للخزن تختلف من سنة الى أخرى ،فكيف نصمم الخزان وننظم تصريف المياه منه فى الأوقـــات المختلفة من السنة ،بحيث تكون نسبة المردود الى التكاليف أكبر ما يمكن . واضح أنه لو كانت أغـــراض الرى وحدهـــا معتبرة ،لتوقفت الملاحـــة والكهربـــاء أحيانا .

ولو كانت أغراض الكهرباء وحدها مطلوبة لكان التصرف المختار هو الذى يعطى أكبر قوة سقوط على مدار السنة أما الملاحة فغرضها يتحقق اذا كانت كمية المياه الساقطة من الخزان (دون اعتبار لمستوى السقوط) ثابتة عند حد معين ،كيف اذن الاختيار .

تكفى هذه الامثلة للدلالة على المقصود (بالعملية) التى يراد بحثها رياضيا ويتضح لنا أن هذه العمليات يمكن الحكم فيها بالخبرة والتجربة والملاحظة . فالادارة الصناعية قديمة . ومن رجال الاعمال من لديهم الخبرة والدراية وحسن التقدير ،بما يجعلهم يديرون معاملهم ويقررون شئونهم بالنجاح والتوفيق دون حساب ،وكذلك الامر مع قائد السفينة ،فقد يكون من المهارة والشجاعة ما يجعله يسقط الطائرة المهاجمة أو يصدها دون خسارة بحسن التصرف وسلامة الاوامر التى يصدرها لبحارته ، وكذلك مدير المصرف ، فانه سرعان ما ينظر الى عملائه ، فاذا لاحظ أنهم يضايقهم الانتظار لانهاء معاملاتهم فانه يسرع أولا بالترحيب بهم والبشاشة فى وجوههم ، ثم يزيد عدد الموظفين فى خدمتهم حتى يتصرفون . والمهندس الذى يصمم الخزان ،قد يعنى بالرى فقط ،وقد ينذر مستخدمى الكهرباء بأنها ستنقطع عنهم فى أوقات من السنة ويقيم لهم آلات حرارية (بتكلفة اضافية) وقد يضحى بالفوائد التى تعود من الملاحة مسبقا عليها الرى والزراعة . وهكذا نرى أن هذه المسائل وغيرها ،لمما تصح فيه الخبرة والتجربة . هذه هى الصفة الأولى للعمليات .

صفة أخرى فى العمليات أنها تتضمن عناصر متعارضة . ففى المثل الاول نرى أن زيادة المخزون تزيد النفقة ،بينما نقصه تؤدى الى خسارة . ورفع السعر قد ينقص الربح ،وتخفيضه أيضا قد ينقص الربح .وفى المثل الثانى ،استقامة سير السفينة يقوى فرصة الهجوم عليها ولكنه أيضا يزيد فرصة الدفاع . وفى المثل الثالث كثرة الموظفين يحسن خدمة العملاء فيقبلون على الصرف وتزيد أرباحه ولكنها تزيد فى الوقت ذاته النفقة فتنقص الأرباح . أى أن الصفة الثانية فى العمليات هى كثرة المتغيرات فيها وتعارض أثرها بعضها مع بعض .

الصفة الثالثة فى العمليات التى نحن بصددها . أن الحل الذى نسعى اليه ، يكون الغرض منه الوصول الى أقصى ربح أو أكبر انتاج أو أقل احتمال لاصابة أو أقصى ارضاء للعملاء ، أو أعلى مردود من بناء الخزان . أى أننا ان نحصل على نهاية عظمى (لغرض) من الأغراض عن طريق التنظيم المطلوب .

الصفة الرابعة فى هذه العمليات وأمثالها أن التوصل الى حلول فيها يحتاج الى معلومات كثيرة يجب على الباحث أن يحصل عليها وفقا لكل حالة ، ففى حالة الادارة الصناعية ينبغى معرفة التكاليف والأسعار ومعدلات الاجور والانتاج ومقدار التصريف والمنافسة وأنواع الآلات الحديثة وأسعارها ومدى انتظام التصريف وامكانية تسويق الخامات وتغير أسعارها وتكاليف خزنها وهل تفسد بالتخزين أم لا ، وسعر الفائدة على القروض ومعظم هذه البيانات يجب الحصول عليها وقد لا يمكن تغييرها ، ولكن توجد متغيرات يمكن وفقا لما يستقر اليه البحث أن تعدل ومثل ذلك كمية المخزون أو سياسة الانتاج أو التدريب أو طريقة التصريف ، فهذه مسائل قد يمكن تعديلها للوصول الى تحقيق الربح الأقصى المطلوب .

وفى مثل خزان المياه ، لا يمكن تغيير تصرف النهر ولا جغرافية جوه ولا طبيعة مجراه ، ولكن يمكن تغيير ارتفاع الخزان وعدد العيون التى تنساب منها المياه ويمكن اختيار أنواع التوربينات المستخدمة لتوليد الكهرباء ، كما يمكن التوصية ببناء معامل معينة للاستفادة من الكهرباء (موسمية مثلا) أو التوصية باستخدام النهر للملاحة بواسطة سفن مسطحة القاع أو هكذا .

وباختصار نرى أن الصفة الرابعة للعمليات المبحوثة هى وجود معلومات ثابتة فى صورة متغيرات لا يمكن التحكم فيها ، ومتغيرات أخرى يحدد قيمتها الحل الأمثل ، أى أن المعلومات تتصف بالآتى :ـ

١ ـ أن موضوعها مما تفيد فيه الخبرة وله خطره فى الحياه فعلا ، ومما يبت فيه عادة ، ففى الحالات البسيطة ، بواسطة حسن التقدير ودقة الملاحظة ، بواسطة مديرين أو أشخاص لهم سلطة التقرير فى الأمر والاختيار .

٢ ـ ان العملية الواحدة يمكن تحليلها الى عناصر بينها تعارض ، بالنسبة الى الهدف المقصود أى أن هناك عوامل متنافسة بينها ومتداخلة ومتشابكة الأثر وكلها تعمل معا بحيث تحدث النتيجة المطلوبة .

٣ ـ أن المطلوب من البحث هو تحقيق هدف معين تختاره ولا ينشأ الا بناء على رغبتنا ، وعادة يكون الهدف هو أن الوصول الى أقصى أو أدنى حد لدالة مطلوبة (كالربح أو المردود أو فترة الانتظار) .

٤ ـ ان المتغيرات التى تمثل معلوماتنا عن العملية كثيرة ويحصل عليها بالخبرة الفعلية وبعضها مما يمكن التحكم فيه والآخر له تصرفه أو سيره المستقل عن إرادتنا أو تنظيمنا ٠

ورياضيا يمكن تمثيل هذا الامر كالآتى :ـ

ليكن الهدف المقصود تحقيقه هو« ف »٠ (الربح مثلا)

ويتحقق هذا الهدف عن طريق (العملية) المعقدة التى تتضمن متغيرات كثيرة هى

س ١ : سعر شراء الخامات ٠

س ٢ : نوع الخامات التى تدخل فى السلعة النهائية ٠

س ٣ : درجة توافر الخامات مخزونة فى أى وقت ٠

س ٤ : سرعة تشغيل الخامات وتصريفها ٠

ص ١ : قدرة العمال على العمل بأجور معينة ٠

ص ٢ : سعر البيع بالنسبة الى السعر المتوقع فى السوق ٠

ص ٣ : كمية الانتاج الكلى ٠

أى أن ف = د (س ، ص)

حيث س معطيات قابلة للتغير ، ص معطيات ثابتة خارج الحل

والمطلوب هو أن تكون (ف) نهاية عظمى ، بشرط قيام العلاقات العملية والفنية بين المتغيرات س ، ص المختلفة ٠

(٢)

ان العلوم الرياضية حينما تتقدم الى معالجة مثل هذه المشاكل الواقعية الهامة ،إنما تفتح مجالا جديدا واسعا للعلم والتقدم العلمى . هذا هو مجال (الادارة العملية) فى الصناعة والزراعة والتجارة والاعمال والحياة عامة . أى أن الرياضيات تقتحم المجتمع الانسانى بعملياته المتشابكة وتقيم للتفكير العلمى مكانا فى ميدان ،كان يظن من قبل أن العلم لن يصل اليه الا بعد وقت طويل .

ان الرياضيات،لا تدخل وحدها هذا الميدان الخصب الهام ،انما تصحب معها المعرفة كلها . ففى الامثلة التى ذكرتها للتوضيح ،نجد أن من اللازم أن يوجد رجل المال ورجل الصناعة ورجل الحرب ورجل الهندسة والكهرباء والملاحة والزراعة ورجل المصارف وعالم النفس والعلاقات العامة أى أنه فى كل حالة يجب أن يتكون (فريق) من المفكرين الذين لكل منهم خبرة كاملة بناحية من نواحى الموضوع ،ومع هؤلاء يوجد خبير العمليات الرياضية ،الذى كما سنرى يكون عليه تَقَصِّى كيفية سير العمل وأن يناقش الاخصائيين فى تفاصيل الاجراءات واعتماد كل خطوة من خطوات العمل على غيرها من الخطوات ،مستخدما فى ذلك التفكير العلمى المنطقى مطبقا على أساس التجربة الفعلية .

وهذه مسائل بعيدة كل البعد عن المسائل المعلومة لنا فى علم الحركة أو علم التوازن أو علم الفيزياء أو الفلك أو الكيمياء أو غيرها من الفروع العلمية التى نشأت ونمت منذ مئات السنين ، ونجحت فى تفسير الكثير من ظواهر الكون وخواص المادة وأدت الى مخترعات كثيرة ننعم بها فى المجالات الهندسية والصناعية وغيرها .

وهذه المسائل أيضا بعيدة كل البعد عن موضوعات علوم الحياة من نبات وحيوان وجيولوجيا وحشرات ،بل وطب وزراعة ،لان التقدم العلمى فى هذه الميادين كان يعتمد دائما على تسلسل الاحداث وتنسيق المشاهدات وعلاقة التبعية الحتمية (قطعيا أو احتمالا) لكل مشاهدة بالنسبة للمشاهدة السابقة .

فالظواهر الفلكية رتيبة والظواهر النادرة فيها مثل الخسوف والكسوف لها تفسير ويمكن التنبوء بها . فالتنبوء هو الاثبات الكامل للنجاح العلمى . وتفسير الظواهر المشاهدة يرجع الى قوانين الحركة والتفاعل بين الأجرام عن طريق الجذب أو حبس الضوء يمكن قياسها والعوامل المؤثرة فيها قليلة .

وكذلك نمو النبات من البذرة حتى يصبح مثمرا يسير فى دورة نعلمها بالمشاهدة المتكررة ونصفها بالفحص العلمى والتقصى ونرجعها الى أسباب وراثية أو بيئية ونتوقع لدورة الحياة فى النبات نهاية نعلمها والعلم يزيد من فهمنا لهذه الدورة من الاحداث المتتالية التى تتكرر جيلا بعد جيل ، وتكرارها فى ذاته يوضح تتابعها لنا حتى قبل أن يرتقى العلم الى تفسير أسبابها . والتنبؤ هنا أيضا يحدث بناء على التكرار وتسلسل الصور .

وفى العلوم التجريبية كالفيزياء ، مهارة العالم الباحث تتجه الى حصر المتغيرات التى يسمح لها بالعمل فى التجربة واستبعاد أقصى عدد منها ، حتى يمكنه الاستدلال بالمشاهدة والتجربة على أثر المتغيرات الواحد بعد الآخر ، أى أن التجربة تعزل بعض المتغيرات على حدة حتى تقيم علاقة منطقية بين المشاهدات .

وفى هذه الفروع العلمية ـ الفلك ـ النبات ـ الفيزياء ـ لا يؤثر الباحث بنفسه فى المشاهدة ولا يتأثر بها الا فى حدود ضيقة يمكن اهمالها ، بحيث يصح القول بأن مجال البحث العلمى منفصل تمام الانفصال عن شخصية الباحث ذاته .

وحتى فى العلوم الاجتماعية ، حينما تقدم علم النفس وعلم الاجتماع وعلم السلوك وعلم التربية بحيث بدئ فى اتباع بعض الأساليب الرياضية ، مثل قياس الذكاء ، والنمو العقلى ، والتكامل أو العدالة الاجتماعية أو احتمالات الاستهلاك ورغبات الجماهير واستطلاع آرائها ، فى هذه المجالات العلمية يسعى الباحث الى عزل الظواهر التى يشعر بأهميتها عن غيرها ، ويعتمد على الاحصاء فى الوصول الى صورة رتيبة للمشاهدات الفرادى التى تكون متفاوتة فيما بينها .

أما فى بحوث العمليات ، فموضوع البحث يشمل (عملية) كاملة تجرى فى الحياة الاجتماعية ويشترك فيها عشرات الأشخاص أو الآلات ، وقد لا تتكرر كثيرا أو لا تتكرر بنفس الوضع مرة بعد أخرى . والبحث يصل الى تنظيم واختيار ، مما يلقى على عاتق المدير المسئول أو صاحب العملية ، سواء أكان هذا المدير رئيسا لمعمل أو قائد السفينة أو مديرا لمؤسسة المشروعات الكبرى . فبحوث العمليات تعتبر حلولها مساعدة على حسن التصرف فى شئون الحياة .

وهى تجمع بين المنطق الرياضى والطريقة العلمية فى التفكير ، وبين الخبرة العملية والفنية فى اجراء العمليات التفصيلية .

وهى تخدم هدفا يحدده الرئيس المسئول .

فلا غرو اذن أن نجد أن الموضوعات التى تعالجها بحوث العمليات متنوعة جدا ، ومنتشرة وتكاد تشمل كل ميادين النشاط الانسانى . واليكم بعض الموضوعات التى نجحت بحوث العمليات فى ايجاد حلول عملية فيها :ـ

١) حسن استخدام رؤوس الأموال الموظفة .
٢) تغير الأسواق بسبب التغيرات الفنية والتطور الاجتماعى .
٣) تحسين عمليات الانتاج بانقاص التكاليف .
٤) حسن اختيار التصميمات والآلات وتنظيمها لتحقيق أغراض معينة .
٥) حل مشكلات السير (المرور) فى المدن .
٦) حسن استخدام عربات السكك الحديدية لنقل أقصى حمل ممكن فى أقصر وقت .
٧) التوزيع الأمثل للرقعة الزراعية على محاصيل مختلفة للحصول على أكبر ثمن للناتج .
٨) ترتيب عمليات الانتاج فى مصفاة البترول .
٩) تطبيقات عسكرية فى استخدام الاسلحة المختلفة .
١٠) تطبيقات فى انقاص الحوادث واقلال اصابات العمل .

ـ (٣) ـ

والامثلة التى استخدمت فيها بحوث العمليات الرياضية تعد بالآلاف ، ولكن يمكن تجميعها فى عدد قليل من الانواع الرئيسية . وسنصف فيما يلى أهم هذه الأنواع .

النوع الأول : عمليات البرامج الخطية وغير الخطية .
النوع الثانى : عمليات النماذج الاحتمالية .
النوع الثالث : عمليات الانتظار .

النوع الرابع : عمليات التخزين والسحب.

النوع الخامس : العمليات التنافسية .

النوع السادس: العمليات التتابعية .

ولضيق المقام ، سأقتصر فى الصفحات التالية على توضيح بعض مسائل بحوث العمليات التى تحل بطريقة البرامج الخطية فى الموضوعات الاقتصادية ، مشيرا بعد ذلك ، الى بعض الموضوعات التى أتبعت فيها هذه البحوث فى التخطيط القومى فى الجمهورية العربية المتحدة . ولكن قبل الاشارة الى البرامج الخطية بالذات ، نلاحظ أن الحلول التى تقدمها دراسات بحوث العمليات فى غالبيتها ليست فى صورة رياضية وتحليلية ، أى أنها لا تكون على شكل معادلة أو مفكوك أو دالة من الدوال الكثيرة المعلومة فى الرياضيات ، بل أن معظم الحلول يحصل عليه فى صورة رقمية بالحساب التقريبى المتكرر .

وهذا ينقلنا الى جانب آخر من جوانب التطور الحديث فى بحوث العمليات وهو الحسابات الآلية ، التى تستخدم فيها الآلات الحاسبة الالكترونية والميكانيكية والكهربائية السريعة . فهذه الآلات يمكنها أن تجرى مئات الالوف من عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة فى دقائق معدودة وفضلا عن ذلك يمكنها أن تنفذ عدة عمليات متتابعة وأن تختزن الأرقام وتحل المعادلات التفاضلية .

وفيما يخص بحوث العمليات بالذات ، أصبحت الآلات الحاسبة الكبيرة ضرورة ، اذ أن فى كثير من مسائل بحوث العمليات يحتاج الامر الى حل ٣٠ ألف معادلة آنية حوالى ١٠٠ مرة متتالية ، وتكرار الحل سببه العمل على الوصول الى الحل التقريبى خطوة خطوة ، فيبدأ كما يحدث فى الحلول الرقمية بحل مسموح به ولو كان بعيدا كل البعد عن أن يحقق العلاقات ، ثم يستخدم الحل الاول فى الاقتراب من الحل النهائى خطوة خطوة . ولذلك فانه اذا كان لدينا حوالى ١٠٠ متغير ولكن متغير ٣٠ متباينة تحدد قيمته فى دائرة معينة ، فان الآلات الحاسبة تقوم بهذه الحسابات فى دقائق ، بينما اذا تركت للحسابات اليدوية أو آلات الضرب الصغيرة ، فانها قد تستغرق أعواما ، بل وربما لا يمكن حلها أساسا ولذلك يعتبر ادخال الآلات الحاسبة الالكترونية السريعة عنصرا جوهريا من عناصر تقدم بحوث العمليات ونجاحها فى السنوات العشر الأخيرة . ولا شك أن التطورات المستقبلة فى الآلات الحاسبة - مثل ادخال الترانزيستور فيها ، أو استخدام الشريط المغنطيسى بدلا من البطاقات المثقبة وزيادة السرعة لا شك أن هذه كلها عوامل ستؤدى الى توسيع نطاق هذه العمليات .

من الأهمية أن نلاحظ أن الحلول الرقمية المتتابعة فى مسائل بحوث العمليات تكاد تماثل النتائج التى نحصل عليها بالخبرة والتكرار ، حيث تصل الخبرة بعد التجربة الطويلة والاخطاء المتتالية الى تقرير صورة معينة للتصرف الحسن . أما فى بحوث العمليات فالآلات السريعة تصور لنا النتيجة فى ثوانى ثم تكررها مرارا كثيرة وفى كل مرة تستفيد من (الخبرة) السابقة حتى نصل الى الحل الأمثل .

ويجدر بنا أن نلحظ أيضا ، أن فى مسائل بحوث العمليات ، يجب أن تفكر مجموعة كاملة من الاخصائيين وليس فردا واحدا بذاته . فيجب أولا أن يوجد المسئولون فعلا عن العملية — رجال الاقتصاد — الحرب — السياسة — الادارة — الصناعة لأنهم هم أنفسهم أصحاب المشكلة والذين يبدأ بخبرتهم ويحددون (الغرض) الذى يسعى اليه الحل . ثم تجمع الاخصائيين فى جميع عناصر المشكلة على أن يفكروا تفكيرا علميا فى جميع وسائل الحل سواء أكانت هذه الوسائل تنظيمية أو علمية أو ادارية أو نفسية فلا يصح مطلقا فى بحوث العمليات أن تهمل المسائل الانسانية أو المسائل العلمية أو المسائل الادارية أو المسائل الاقتصادية ، بل يجب الجمع بينها جميعا فى اطار واحد باتباع طريقة التفكير العلمى والعمل على الوصول الى الغرض .

فالعمل فى (فريق) ضرورة لبحوث العمليات ، وحينما يتم الوصول الى حل ، يجب أن يجرب الحل ، وتنظر وسائل التحقق من صحته وفائدته عمليا ، وينظر خاصة فى (الفروض) التى بنى عليها الحل ومدى مطابقتها للواقع أو عدم مطابقتها له ، لان الحل قد يكون صحيحا بشروط معينة .

البرامج الخطية

يمكن فى الصورة الرياضية أن نكتب مسائل البرامج الخطية كالآتى :—

اذا علم أن ل = $ك_1 س_1 + ك_2 س_2 + ك_3 س_3 + \cdots + ك_ن س_ن$

وأن $س_1 ، س_2 ، س_3 \cdots س_ن$ كلها موجبة أو صفرا

وأن $أ_{11} س_1 + أ_{11} س_2 + \cdots أ_{1ن} س_ن \leqslant ب_1$

$أ_{12} س_1 + أ_{12} س_2 + \cdots أ_{2ن} س_ن \leqslant ب_2$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$أ_{م1} س_1 + أ_{م2} س_2 + \cdots + أ_{مn} س_n \geq ب_م$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

فانه يكون مطلوبا الوصول الى قيم المتغيرات (س) التى تجعل المجموع(ل)أكبر ما يمكن (أوأقل ما يمكن)مع تحقيق شروط المتباينات٠ عدد العلاقات (م × ن) والمتغيرات الاصلية ن ٠

نأخذ حالة بسيطة للتمثيل : نفترض وجود متغيرين س١ ، س٢ وهما ≥ صفر

تكون المسألة هى أن $أ_{11} س_1 + أ_{21} س_2 \geq ب_1$

$$أ_{12} س_1 + أ_{22} س_2 \geq ب_2$$

$$أ_{13} س_1 + أ_{23} س_2 \geq ب_3$$

والمطلوب أن ل = $ك_1 س_1 + ك_2 س_2$ تكون أعظم ما يمكن

ولزيادة التوضيح نفترض قيما عددية للثوابت كالآتى :-

$$٥ س_1 + ٨ س_2 \geq ٤٠$$

$$٨ س_1 + ٣ س_2 \geq ٣٢$$

$$س_2 \geq ٤$$

وأن ل = $س_1 + ٢ س_2$

فاذا رسمنا الخط المستقيم $٥ س_1 + ٨ س_2 = ٤٠$

فان جميع النقط التى تحقق المتباينة الأولى تكون واقعة على هذا الخط او الى يساره ٠

واذا رسمنا الخط المستقيم $٨ س_1 + ٣ س_2 = ٣٢$

فان جميع النقط التى تحقق المتباينة الثانية تكون واقعة على هذا الخط أو على يساره وكذلك مع الخط الاخير $س_2 = ٤$

أى أن قيم س١ ، س٢ المطلوبة لا بد أن تكون فى داخل الشكل الخماسى المحدد بهذه الخطوط والمحورين (س١ ، س٢)

ولنفترض بعد ئذ قيما مختلفة للمتغير ل ، ولتكن أول قيمة هـــى ١٥

عند ئذ نرسم الخـــط س١ + ٢س٢ = ١٥

ثم نحركه موازيا لنفسه (أى تغير قيمة الثابت ١٠) حتى يمس الخط الشكل الرباعى فـــى أقصى بعد له عن المركز ، وهو عند نقطة تقاطع الخطين الاولين .

فاذا افترضنا وجود ن من المتغيرات فان (دائرة الحل) تصبح على شكل مجسم فى فضاء أبعاده ن ـ ويصير التعبير الذى يدل على قيمة التغير (ل) هو سطح مستوفى فضاء أبعاده ن ،

ويكون الحل المطلوب هو الوصول الى نقطة التماس بين السطح وبين المجسم الذى يكون فيه السطـــح أبعد ما يمكن من نقطة الأصل .

هذا التصوير الهندسى للمسألة العامة للبرامج الخطية ، تثير فى الذهن عدة مشكـــلات رياضية ، أهمها اثبات وجود حل منفرد ، وكذلك ضمان تحدب المجسم فى كل نقطة من نقطه . ثم هنـاك المشكلات الحسابية الخاصة بكيفية التوصل رقميا الى الحل المطلوب . من الشرح الهندسى (فى مسطح ذى بعدين) يتضح أن من الممكن أن نبدأ من نقطة واقعة داخل منطقة السماح ، ثم نتحرك منها فـــى الاتجاه الذى يزيد معه الدالة (ل) تدريجيا مرة بعد مرة ، حتى نجد أن الحلول المتتالية لا تـــؤدى الى زيادة الدالة (ل) كثيرا وعند ئذ تكون هذه هى القيمة القصوى المطلوبة .

من هذا يتضح أن البرامج الخطية موضوع يتعلق بمتغيرات بينها علاقات خطية ، ولها شروط تحديدية وأن هذه الشروط أيضا تكتب فى صور خطية . وهذه أبسط صورة رياضية للبرامج ـ ومن الطبيعى أن نعمم هذا النوع من المسائل باعتبار أن الدالة (ل) غير خطية مع بقاء العلاقات المحددة خطيـة أو أن نعتبر هذه العلاقات الأخيرة أيضا علاقات غير خطية .

ولكن الحلول الرياضية والرقمية والتحليلية تصبح فى هذه الحالة متعددة جدا ، ولذلـــك لم تحدث بعد تطبيقات عملية ذات قيمة لمسائل البرامج غير الخطية ولم تتقدم دراستها النظرية تقدمـا كافيا . ومما يذكر أن مسائل البرامج غير الخطية تنشىء موضوعات فى فروع رياضية مختلفة منها نظريـــة معادلات الفروق وحساب التغيرات وغيرها .

ومن التطورات الأخرى للبرامج الخطية ، ادخال عنصر الزمن كمتغير أساسى فى الـــدوال

أو ادخال عنصر التتابع فى المسائل مما يكسب المشكلة صفة ديناميكية ٠ولكن نكتفى هنا بتوضيح بعض تطبيقات البرامج الخطية فى النواحى الاقتصادية والعامة ٠

البرامج الخطية فى التخطيط القومى

سأشير فيما يلى الى نماذج لتصوير استخدام البرامج الخطية فى التنمية الاقتصادية والتخطيط القومى ،وسأراعى التيسير للتوضيح ،لأن التعبيرات الكاملة لمعادلات البرامج الخطية قد تكون معقدة بما لا يناسب الذكر فى هذا المقام ٠

لنفرض للتيسير ان الاقتصاد ينقسم الى ن من القطاعات وأن مقدار الانتاج الكلى فى تلك القطاعات هو مجموع (س١ ، س٢ ، س٣ ، ٠٠٠٠٠)

والانتاج فى أى قطاع س ينشأ عن سلع مختلفة تتجمع من القطاعات الاخرى بنسبة أ ر ل من القطاع ر الى القطاع ل . وعلى ذلك فان :

$$\sum_{ر=1}^{ن} أ_{ر\,ل}\, س_ر = س_ل$$ وهذا يحدد متباينات لقيم س المختلفة ٠

وهنا نرى أن الكفاءة الاقتصادية تقرر أن مجموع السلع الداخلة فى تكوين سلعة معينة لا بد وأن يكون أقل ما يمكن والا وجد التبذير ٠

وليكن ملحوظا أن الانتاج يتوزع على مختلف القطاعات ويبقى جزء منه للاستهلاك ونعبر عن ذلك كالآتى :-

$$س_ل = أ_{ل\,ر}\, س_ر + ك_ل$$ ٠ وتقدر الكفاءة الاقتصادية العامة هنا أيضا بالشرط الآتى :- ان يكون مجموع الانتاج حدا أقصى لتشغيل الطاقة المركبة والا كان معنى ذلك سوء ادارة أو تنظيم أو أنه حدث اسراف سابق فى تركيب طاقات معطلة بأكثر من الحاجة ٠

ووجود شرط الحد الادنى للمدخلات يمثل الكفاية الانتاجية والتكنولوجية وشرط الحد الاقصى لتشغيل الطاقة المركبة يعتبر من قبيل الكفاية التنظيمية ٠ ولكن توجد عادة سلعا نادرة ، يرجى حسن الافادة منها لانها تمثل الاقتصاد ،فاذا كانت س٥ مثلا سلعة نادرة ٠ ٠ فان حسن