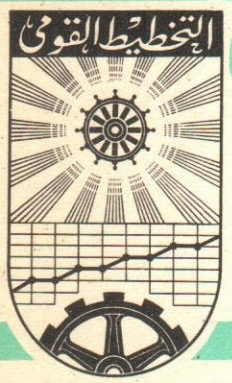
الجمهورية العربية المتحدة



معهد التخطيط القومى

مذكرة رقم ٧٦٦

دراسات
فى الاقتصاد القياسى
جزء (١)

دكتور
محمد جلال الدين أبو الدهب

مايو ١٩٦٧

القاهرة
٣ شارع محمد مظهر - بالزمالك

الآراء التى وردت فى هذه المذكـــــرة
بمثل رأى الكاتب ولاتمثل رأى المعهد ذاته

ماهية الاقتصاد القياسى :

يقصد بالاقتصاد القياسى ذلك العلم الذى يبحث فى تحديد وشرح القوانين الاقتصاديـــــة الكمية والتى تظهر فى حياتنا الاقتصاديه وذلك عن طريق استخدام الطرق الاحصائية المختلفـــة . فاذا نظرنا الى الموضوعات التى يبحثها اى اقتصادى فنجد ان اغلبها يتصل من قريب او بعيـــــد بعلاقات كميه يحاول عن طريقها تفسير وشرح العلاقات الاقتصاديه السائده فى زمن ومكان معينين . مثال ذلك تقديرات الدخل القومى ، منحنيات الطلب والعرض ، اسعار الجملة والتجزئه اجمالـــى المدخرات ، الزياده والنقصان فى الاستثمارات ، الكميات المنتجة من السلع والخدمات والكميـــات المستهلكه منها ، معدلات الاجور وما الى ذلك . ولذا نجد ان استخدام الرموز الرياضية لتمثيـــل اى من هذه العلاقات امر طبيعى . ولذا يمكن القول بان الاقتصاد القياسى كان النتيجة الطبيعيـــة للتطور التاريخى لعلم الاقتصاد . فالاقتصاد القياسى يمكن اعتباره انه مكملا لحلقة علم الاقتصاد وذلـك عن طريق استعماله للنظريات الاقتصادية (مثله فى صوره رياضيه) واختبار صلاحية وصحة هـــذه النظريات فى نفس الوقت . وبناء على ذلك يمكن القول بان علم الاقتصاد القياسى يتكون من قسميـــن اساسيين :

أولا : التمثيل الرياضى للنظريات الاقتصادية .

ثانيا : استخدام الطرق الاحصائيه لقياس العلاقات النظريه والتحقق من صحة هذه النظريـــات او عدم صحتها حتى يمكن قبولها او رفضهـا .

اى ان المجال الكلى لعلم الاقتصاد القياسى ينحصر فى التوقعات الكميه ، وقياس العلاقـات الاقتصادية بالاضافة الى الاختبارات الاحصائيه لهذه التوقعات .

وهذا لايعنى ان الاقتصاد القياسى هو الطريقه الوحيده او حتى هو الطريقه المثلى لحل جميع المشاكل الاقتصادية . فمثلا دراسة الاطار القانونى للعلاقات الاقتصاديه ، والبحث التاريخى لمشاكـل المناطق المتخلفه اقتصاديا ، والشرح اللفظى للعلاقات السائده فى حياتنا الاقتصادية وما الـــى ذلك تعتبر كلها من الطرق المفيده والمستخدمه بنجاح فى التحليلات الاقتصادية .

ومن التعريف السابق للاقتصاد القياسى يتبين انه يختلف عن كلا من النظريه الاقتصاديه والاقتصاد الاحصائى • ووجه الخلاف بين الاقتصاد القياسى والنظريه الاقتصاديه يظهر بوضوح فى أن الاقتصاد القياسى يحاول ان يصور احصائيا - بمساعدة العلاقات الكميه الثابته والمعينة - تلك القوانين التى تفرضها النظريه الاقتصاديه بصوره عامه • فمثلا الاقتصاد السياسى يبحث من بين موضوعات كثيرة القوانين الخاصه بعملية الانتاج مع تحديد العلاقات والقوانين التى تربط بين الكميات الاقتصادية المعينه ، ومثال ذلك العلاقه بين معدلات الزياده فى وسائل الانتاج ومعدلات الزياده فى الاستهلاك النهائى • اما الاقتصاد القياسى فانه يبحث فى كيفية تحديد الصفات والخصائص الكمية لهذه العلاقات فى اقتصاد معين وليكن فى ج • ع • م فى سنة ١٩٥٨ مثلا •

وبالمثل فان النظرية الاقتصاديه تبحث فى اثر التغيرات فى الدخل القومى أو اثر التغيرات فى سعر سلعة معينة على الطلب عليها • فالنظريه الاقتصادية تقول انه عندما يزيد الدخل القومى فان الطلب على اغلب السلع والخدمات يزداد بالتالى • كذلك فان الطلب على سلعة معينه سيزداد بصوره عامة عندما ينخفض سعرها • اما علم الاقتصاد القياسى فانه يبحث فى الطرق التى يمكن بها تحديد وقياس العلاقات الكمية الموجوده بين المتغيرات السابقه بصورة قاطعة • فيمكننا مثلا عن طريق الاقتصاد القياسى دراسة تأثير التغيرات التى حدثت فى اسعار الكيروسين فى ١٩٦٧ على الكميات المباعه منه او دراسة اثر الزياده المتوقعه فى الدخل القومى على الطلب على اللحم •

وتحل مشاكل الاقتصاد القياسى عن طريق استخدام طرق البحث الاحصائيه • لذا فان الاقتصاد الاحصائى يمد الاقتصاد القياسى بالماده الحقيقيه التى تمكنه من تحديد القوانين الكميه التى تربط بين المتغيرات المدروسه • لذا فان نظام البحث بالاقتصاد القياسى لمشكلة ماقد لايتغير ولكن الارقام المتعلقة والخاصه بالمتغيرات تحت الدراسه ستختلف بطبيعة الحال من زمان الى آخر •

واول من استخدم كلمة الاقتصاد القياسى Economitrics سنة ١٩٢٦ كان الاقتصادى الاحصائى راجنر فريش Ragnar Frisch النرويجى الاصل • وقد صيغ الاصطلاح على وزن علم الاحياء القياسى Biometrics والذى ظهر فى اواخر القرن التاسع عشر والذى يستعمل الطرق الاحصائيه فى دراسات وابحاث علم الاحياء • وبمرور الزمن اصبح علم الاحياء القياسى علما مستقلا بذاته • ويجدر بالذكر هنا ان محاولات عديده لعرض العلاقات الاقتصاديه الكميه عن طريق استخدام الطرق الاحصائيه - اى بطرق الاقتصاد القياسى - قد اجريت فى ازمنه سابقه للوقت الذى اشتق فيه اصطلاح الاقتصاد القياسى •

ولقد ظهر علم الاقتصاد القياسى كعلم مستقل لدراسة الحياة الاقتصادية قبل الحرب العالمية الاولى وتطور مباشره وبسرعة بعد الحرب. ولقد تكونت فى ١٩٣٢ جمعية دوليه للاقتصاد القياسى والتى تقوم بنشر مجله Econometrica لنشر الابحاث الخاصة بذلك العلم.

واساسا فان علم الاقتصاد القياسى قد تطور فى الدول الرأسماليه ، وخلال العشرينيات قام الاتحاد السوفيتى ببعض الدراسات ولكن توقفت الابحاث الخاصه بالاقتصاد القياسى سنة ١٩٣٠. أن ظهور الاقتصاد القياسى وتطوره فى البلاد الغربيه وبالذات خلال فتره نمو ونجاح الاحتكار والرأسماليه لم يكن محض الصدفه. حيث ان المسائل والمشاكل الرئيسيه لبحوث الاقتصاد القياسى الاولى كانت تتعلق بالسياسه الاقتصاديه لكل من الدوله الرأسماليه وشركات القطاع الخاص الكبيره . ويمكن القول بان ابحاث الاقتصاد القياسى الاولى كانت تتركز حول الثلاثة اقسام الآتية :

١ - كان الغرض من ابحاث الاقتصاد القياسى الاولى هو التنبأ بالدورات الاقتصاديه فى النظام الرأسمالى . وهذا الاهتمام جاء نتيجة للفكرة التى كانت سائده من ان التنبؤ الدقيق بالدورات الاقتصاديه سيمكن الشركات الرأسماليه من أن تكيف نفسها فى الوقت المناسب لهذه التوقعات وبالتالى يمكنها تجنب الخسائر التى قد تحدث لهم فى فترات الركود او تمكنهم من استغلال فترات الرواج لزيادة ارباحهم.

٢ - والنوع الثانى من ابحاث الاقتصاد القياسى يتعلق بابحاث السوق وهذه تشمل الابحاث الخاصة بمرونة الطلب والعرض. وهذه الابحاث ظهرت ايضا نتيجة لحاجة الرأسمالى المحتكر وسياسة التدخل التى لجأت اليها بعض الحكومات الرأسمالية.

فكما نعلم جميعا فان المنتج تحت ظروف المنافسة التامة لايكون له اى تأثير على سعر ناتجه بما ان اجمالى ماينتجه يمثل جزءا صغيرا من اجمالى السوق. اى ان السعر يتحدد بعوامل خارجة عن ارادة المنتج. اما بالنسبة للمحتكر فالحالة تختلف تماما عن الحالة السابقة . فالمحتكر يمكنه التحكم فى الكميات المعروضة من ناتجه وبالتالى فيمكنه ان يتحكم فى السعر وبذلك يمكنه ان يحقق اكبر ربح . لذا فيكون من الواضح اهمية معرفة مرونة الطلب لناتج المحتكر وكذلك حساب السعر الامثل الذى يحقق اقصى ربحا له. كل هذا يوضح الاهمية التى اعطيت لابحاث الاقتصاد القياسى للسوق فى الفتره التى كان الاحتكار الرأسمالى سائدا فيها.

كذلك نلاحظ ان سياسات التدخل الحكومى التى لجأت اليها حكومة الولايات المتحدة بعد الحرب العالمية الاولى — والتى كان الهدف منها هو العمل على توطيد النظام الرأسمالى — كانت فى حاجة الى معلومات وبيانات خاصة عن حالة الاسواق سواء فى القطاع الصناعى او الزراعى ، فمثلا كان ومازال تدخل حكومة الولايات المتحده فى القطاع الزراعى على اشده . فالمعلومات الخاصه بمرونة الطلب او مرونة العرض للسلع الزراعية كانت فى غاية الاهمية حتى يمكن التنبأ بمدى نجاح السياسات السعرية المعينة .

٣ — ويعرف النوع الثالث من ابحاث الاقتصاد القياسى باسم البرمجة Programming. وهذا يشمل المشاكل والمسائل المتعلقه بالاقتصاد القومى الكلى او لقطاعات كبيره منه . والغرض من تلك الابحاث هو معرفة تأثير بعض القرارات الاقتصادية المعينة على الاقتصاد الكلى .

لنفرض مثلا ان الحكومة قد قررت زيادة انتاج الحديد بمقدار ١٠ آلاف طن . ويستلزم لتحقيق تلك الخطة العمل على التنسيق والربط بين عدد كبير من القرارات الاخرى . وتعتبر مشكلة التنسيق والربط بين الانشطه الاقتصاديه المستقله كنقطة البداية لتطور وتقدم نظرية البرمجة فى الاقتصاد القياسى . ولقد ظهر هذا النوع من الابحاث ايام الحرب العالمية الثانية ولم يكن ظهوره ايضا محض الصدفه . فمشكلة عنق الزجاجه قد ظهرت بكثره فى اقتصاد الدول المحاربة . فمثلا قد يتوقف انتاج الطائرات كنتيجة لنقص فى الكميات المعروضة من بعض عناصر الانتاج الضروريه . وهنا ظهرت فائدة طرق البرمجة للاقتصاد القياسى فى ايجاد حلول لتلك المشاكل ، وكذلك مشاكل التنسيق والربط بين مختلف الانشطه فى الاقتصاد الكلى فى فترة الحرب . ولقد استرعت نظرية البرمجه بعد انتهاء الحرب انظار الشركات الرأسمالية والتى كانت تولى مشكلة التنسيق بين الكميات المعروضه من عناصر الانتاج اهمية كبرى . ويمكن القول ايضا بأن هذا النوع من الابحاث كان وليد حاجة المحتكر الرأسمالى والحكومات الرأسمالية .

قد يتبادر الى الذهن سؤال هام عن مدى امكانية استخدام علم الاقتصاد القياسى فى حل مشاكل وتنظيم الاقتصاد القومى فى البلاد التى تطبق النظام الاشتراكى . مما سبق يتبين ان نظرية البرمجة تبحث فى كيفية وضع خطط معينة للاقتصاد القومى اولمختلف قطاعاته . ويمكن استخدام تلك الطرق فى وضع الخطط فى البلاد الاشتراكيه اذا توفرت البيانات والامكانيات لاستخدامها . كذلك يمكن الاستعانة بابحاث الاقتصاد القياسى للسوق فى البلاد الاشتراكيه لمعرفة وحساب رد الفعل الذى قد يحدث نتيجة لاتخاذ قرار اقتصادى معين .

طـرق البحـث العلمـــى

يستعمل الاقتصاديون فى ابحاثهم الاقتصاديه مايعرف بطريقة البحث العلمى . وبما ان الاقتصاد القياسى يهتم بالجانب الكمى من علم الاقتصاد ، لذا يمكننا القول بأنه حالة خاصة لعلم الاقتصـــاد والتى تكيف فيها الطرق العلميه العامة حتى يمكن استخدامها لتحليل البيانات الاقتصاديـــــة تحليلا كميا . ويجدر بنا ان نذكر هنا انه لايوجد شىء واحد يطلق عليه طريقة البحث العلمى . فالطرق العلميه المستخدمه تختلف من ميدان الى آخر كما انها تختلف من باحث الى آخر داخل نفس الميدان بالاضافة الى انها تختلف للباحث الواحد من بحث الى آخر . ولكن من السهل وضع نمط واحد يشمـــل الخطوط العريضه لكل البحوث العلميه . وهذا النمط يشمل اربعة خطوات رئيسيه :

١ ـ جمع البيانات والمعلومات

٢ ـ وضع الفرض او الفروض اى وضع حلول عامه تصف وتشرح العلاقه بين البيانات المجموعة .

٣ ـ التنبؤ والتوقع ـ وهو عبارة عن شرح او ايضاح نحصل عليه عن طريق استنتاج نتائج خاصـــة معينه من الفروض السابقه لم يكن من الممكن الوصول اليها عن طريق جمع البيانات فقط .

٤ ـ اختبار التنبؤات والتوقعات بالنسبه للحقائق المشاهده عن طريق الاستدلال الاحصـــائى .

أولا : جمع البيانات والحقائق :

يختار الباحث فى العادة المشكله التى يكون له ميل نحوها والتى يتوافر لها الحوافز والدوافع لايجاد حلول لها . فمثلا فى علم الاحياء قد تكون المشكله هى اكتشاف المعدل الذى تتكاثر به الخلايا المصابه بالعدوى تحت ظروف معينة . وفى علم النفس قد تكون المشكله استبيان رد الفعل الذى تقـــوم به بعض الحيوانات عندما تتعرض لمؤثرات معينه . وفى الاقتصاد قد تكون المشكله تحديد الطلب علـــى السجائر . ومهما اختلفت المشكله او اختلف الميدان فان الخطوه الاولى للباحث هى القيام بجمع كـــل مايمكن جمعة من بيانات ومعلومات وحقائق عن المشكله تحت البحث . كما انه يجب ان يأخذ فى اعتبـــاره نتائج الابحاث السابقه التى قد يكون لها اتصال بالمشكله تحت البحث . ففى حاله تقدير الطلب علـــى السجائر تكون البيانات فى صورة اسعار السجائر المختلفه ، الكميات المستهلكه من السجائر ، اسعـــار

السيجار واسعار تبغ الغليون بالاضافه الى بيانات عن الدخول وتوزيعها • كذلك فان البيانات قد تشمل معلومات وبيانات عن انظمه السوق • ومقدار البيانات ونوعها يتوقف على الحكم الشخصى للباحث بالاضافه الى طبيعه المشكله نفسها • ومدى اهميتها •

ثانيا : وضع الفروض

اذا نظر احدنا الى الظواهر المختلفه فى عالمنا هذا فانه يكون من الصعب عليه ان لايشعر بالرهبة ازاء التعقيدات المركبه التى سيلاحظها • لذا فانه يتحتم علينا اذا اردنا ان نتفهم ظاهرة ما ان نبدأ بفروض مبسطه نعتبرها كنقطه بداية لتحليلنا لهذه الظاهره • كما انه من المعلوم ان مجرد جمع البيانات والمعلومات عن الظاهره تحت البحث لن يمدنا باى شرح اوايضاح لسلوك بعض المتغيرات فى البيانات المجموعه • لذا وجب على الباحث ان يكتشف العلاقات العامه التى قد تتواجد بين المتغيرات المشاهده • فمثلا اذا لاحظ الباحث ان تغيرا قد طرأ على متغير ما فيجب عليه ان يكتشف وان يتعرف على الاسباب التى ادت الى هذا التغير • فقد يكون هذا التغير ناتج عن فعل متغير آخر •

لذا فتكون الخطوه التاليه امام الباحث هى وضع فرض او شرح مبدئى للظاهره تحت البحث ويبدأ فى تنسيق وصياغة الحقائق المعروفه ولعمل ذلك فعليه ان يضع بعض الفروض مثل الفرض القائل بان المستهلكين يحاولون دائما الحصول على اقصى اشباع لرغباتهم • وفى اثناء ذلك يتبين للباحث ان هناك بعض المتغيرات ذات اهمية كبرى فى حين ان البعض الآخر تليها فى الاهميه والبعض الآخر يمكن اهماله نظرا لعدم ارتباطه بالمشكله تحت البحث • فمثلا اسعار المثلجات قد تعتبر غير ذات قيمة عند تحليل الطلب على السجائر رغم انه قد يكون لها بعض التأثير فى الحقيقه ، ولكن هذا التأثير قد يكون صغير جدا لدرجة انه يمكن تركه حتى يمكن التحكم فى المشكله •

ثالثا : التنبؤ الاستدلالى :

ولايقصد بالتنبؤ هنا معرفة وشرح حوادث ومشاكل المستقبل ولكن جرت العاده ان يحاول الباحثون ان يتنبأوا بحوادث وقعت بالفعل ولكنها لم تلاحظ بعد ، اى بمعنى انهم يقومون بوضع تقارير ايضاحيه عن بعض الحوادث الغير معروفه وتستعمل هذه عند وضع الفروض • فمثلا فى علم

التاريخ نجد ان المؤرخ قد يتنبأ بأن موت ملك ماكان فى سنة ٨٠٣ قبل الميلاد مستندا على بعض الوقائع والظروف الاخرى المعروفه . فاذا اثبت البحث فى الآثار والسجلات المدونة عليها (وهذه حقائق بالطبع) ان الوفاه كانت فى نفس السنة فيكون التنبؤ قد تأكد . اما اذا اثبتت هذه السجلات ان الوفاة وقعت فى سنه ٦٠٣ قبل الميلاد فيكون التنبؤ قد نقض ووجب رفضه . وفى الاقتصاد فاننا نفرض أن المستهلكين يعملوا دائما على الحصول على اكبر منفعة تحت ظروف معينه . ويتضمن هذا الفرض المختصر نظرية الطلب التى تقول : ان العلاقه بين الكميات المطلوبه من اى سلعه او خدمه واسعارها هى علاقة عكسيه عندما تبقى جميع العوامل الاخرى ثابته . ويلاحظ ان هذه قاعده عامه يمكن تطبيقها على أى سلعه وليس بالتحديد على القمح اوالساعات فقط . ولنأخذ حالة بسيطه لايضاح ذلك فلنفرض ان الكميات المعروضه من السجائر قد زادت فى مدينه القاهره ، وان اسعار السلع المرتبطه بها كذلك مستوى الدخول لم يتغير ونلاحظ بالرغم من ذلك ان الطلب على السجائر لم يتغير ، فيمكننا التنبؤ فى هذه الحاله بان سعر السجائر فى مدينة القاهره قد انخفض اوانه سينخفض فى المستقبل .

رابعا : الاستدلال الاحصائى :

والخطوه الاخيره هى اختبار التنبؤات التى امكن وضعها اثناء تحليلنا للمشكله . فاذا تعارضت الحقائق المشاهده مع التنبؤ فان ذلك يثبت عدم صحة الفرض اوالنظريه لذا وجب رفضها . وفى حالة ما اذا تطابق التنبؤ مع الحقائق الملاحظه فاننا نقول ان الفرض اوالنظريه كان صحيحا . اى بمعنى أن الفرض لم نثبته بل اننا فشلنا فى ان نثبت عدم صحته . وعموما فاننا نقبل الفروض العامه طالما ان التنبؤات المبنيه عليها لم تتعارض مع الحقائق التى نلاحظها اونشاهدها . واختبار الفروض قد يأخذ صورة التجارب المعمليه فى بعض الميادين مثل الطبيعه والكيمياء . وفى ميادين اخرى مثل علم الفلك وعلوم الاجتماع فانه يتعذر اجراء التجارب الميدانيه والتى يمكننا عن طريقها قبول الفروض اورفضها . وذلك لانه من المستحيل التحكم فى البيئه المحيطه بالمتغيرات تحت البحث وخاصة اذا استلزم الامر التخلص من تأثير جميع المتغيرات فى البيانات حتى يمكن قياس تاثير احد المتغيرات على متغير آخر ولذا تستعمل فى هذه الحالات بعض الاختبارات الاحصائيه الخاصة .

ن / ط

الوسائل الرياضية المستخدمة فى الاقتصاد القياسى

Mathematical Tools Used In Econometrics

تمد الرياضة العاملين بالاقتصاد القياسى بعديد من الوسائل الرياضية المختلفة التى يمكن استخدامها فى بناء وتركيب النماذج الاقتصادية . وفيما يلى أهم هذه الوسائل :

١ ـ الهندسة التحليلية :

وهذه تساعد الباحث فى تمثيل البيانات والمعلومات المتوفرة لديه تمثيلا بيانيا ، أى أنها تمكنه من تحويل المعادلات الاقتصادية الى رسوم بيانية ، والرسوم البيانية الى معادلات .

٢ ـ الدوال :

اذا كانت ص = د (س)

فيقال أن الكمية ص دالة للكمية (س) أى أنه يمكن تحديد وتعيين قيمة ص المقابلة لأى قيمة تعطى لـ س ، أو اذا كان أى تغير فى قيمة س ينتج عنه تغير مناظر فى قيمة ص .

فمثلا حجم الكرة يعتبر دالة لنصف قطرها ، ومساحة المربع دالة لطول الضلع فيه ، ومساحة المستطيل دالة لكل من الطول والعرض فيه وهذا يعنى أنه اذا تغير طول ضلع المربع فيصاحب هذا تغير فى مساحة المربع نفسها ، كذلك قد يكون المتغير ص دالة لمتغير واحد أو متغيرين كما فى حالة مساحة المستطيل . لذا يمكن القول بأن اصطلاح دالة قد اشتق ليصور العلاقة بين المتغيرات .

وتعتبر ص = د (س) دالة عامة . أى أنه يوجد علاقة بين ص ، س ولكن نوع هذه العلاقة غير محدد أى غير مبين . أى أنه عندما تتغير س فان ص يحدث فيها تغير بطريقة ما .

ولتوضيح فائدة التمثيل الرياضى للعلاقات عن طريق الدوال فانه يمكننا أخذ مثال من الاقتصاد وليكن دالة الطلب على سلعة معينة .

دالة الطلب ط = د (ث)

بفرض ط تمثل الكميات المطلوبة من السلعة ،

ث ثمن هذه السلعة .

وهذه الدالة تعنى أن الكميات المطلوبة من السلعة تتوقف على أثمانها ، وهذه دالة عامة أى أنها لم تحدد العلاقة الكمية بين المتغيرين . فاذا وضعت دالة الطلب فى صورة المعادلة الآتية :

ط = ١٢٤ — ٢ ث

فتكون هذه دالة صريحة أو محددة للعلاقة بين الكميات المطلوبة من السلعة المعينة وثمنها . ويلاحظ أنها دالة متناقصة أى عندما يرتفع الثمن فان الكميات المطلوبة تقل .

وهناك أنواع مختلفة من الدوال يمكن استعراضها فى الآتى :

١ — دوال ذات متغير واحد :

ان الدالة ص = د (س) تعنى أن هناك علاقة بين ص ومتغير واحد س . لذا يطلق عليها دالة ذات متغير واحد . ومن بين الدوال ذات المتغير الواحد ما يلى :

أ) الدوال الخطية : ويكون المتغير المستقل من الدرجة الأولى فقط . وتسمى فى بعض الأحيان دالة من الدرجة الأولى . مثال :

ص = ٣ س (١) ، ص = ٥ + ٣ س (٣)

ص = ٤ — ٢ س (٢) ، ص = أ + ب س (٤)

والمعادلة رقم (٤) تمثل معادلة الخط المستقيم فى صورتها العامة ، حيث أ ، ب يعتبران ثوابت المعادلة ، ويمثل أ الجزء المقطوع من المحور الصادى ، ب ميل الخط المستقيم .

ب) الدوال التربيعية : أى أنها من الدرجة الثانية . حيث نجد أن المتغير المستقل أو الأصلى قد يظهر بأى قيمة وبشرط أن لا يتعدى القوة التربيعية . مثال :

ص = ٢ + س^{٢} ، ص = ٣ س — ٤ س^{٢}

ص = ٣ — ٢ س + ٧ س^{٢} ، ص = أ + ب س + حـ س^{٢}

والأخيرة هى الصورة العامة للدالة التربيعية وتكون أ ، ب ، حـ هى ثوابت المعادلة .

حـ) دوال تكعيبية : ويظهر فيها المتغير الأصلى بأى قوة وبشرط أن لا يتعدى الدرجة الثالثة . ويقال عليها إنها دوال من الدرجة الثالثة . مثال :

ص = ٣ - س^{٣} ، ص = ٧ س - ٣ س^{٢} + ٨ س^{٣}

ص = ٤ - ٢ س + ١٧ س^{٣} ، ص = أ + ب س + حـ س^{٢} + د س^{٣}

والأخيرة هى الصورة العامة للدالة التكعيبية وتكون أ ، ب ، حـ ، د هى ثوابت المعادلة .

د) أنواع أخرى من الدوال :

١ - دالة أسيه Exponeutial Function : ص = ٦ + ٢ $^{-س}$

٢ - دالة بوغاريتمية Logarithmic Function : ص = لو س

٢ - دوال ذات متغيرين أو أكثر :

ومثال ذلك ص = د (س ، ع ، ز)

أى أن هناك علاقة بين المتغير التابع ص والمتغيرات س ، ع ، ز . ويمكن كتابة العلاقة بين المتغير التابع ص وعديد من المتغيرات المستقلة وليكن عددها (ن) باستخدام رمز واحد وليكن س وترقيمه بأرقام مختلفة للتمييز بين المتغيرات المختلفة . مثل

ص = د (س$_{١}$ ، س$_{٢}$ ، س$_{٣}$ ..... س$_{ن}$)

ولنعود الى مثالنا من الاقتصاد والخاص بدالة الطلب فكما نعلم فأن الكميات المطلوبة من سلعة ما تتوقف على متغيرات أخرى بجانب سعرها نفسه ، ومن المتغيرات الهامة الواجب أخذها فى الاعتبار أسعار السلع البديلة ، وأسعار السلع المكملة ، دخل المستهلك واختلاف الأذواق . والقول بأن الكميات المطلوبة من سلعة ما تتوقف على سعرها كان يعنى ضمنيا أننا فرضنا ثبات المتغيرات الأخرى . فاذا أردنا ادخال المتغيرات الأخرى فى دالة الطلب للسلعة س فتكون صورتها العامة كالآتى :

ط$_{س}$ = د (ث$_{س}$ ، ث$_{ص}$ ، ث$_{ز}$ ، أ ، ع)

بفرض أن ط س الكميات المطلوبة من السلعة س ،

ث س ثمن السلعة س ،

ث ص ثمن السلعة ص ،

ث ز ثمن السلعة ز ،

أ مستوى الدخل للمستهلكين ،

ع مقياس لتذوق المستهلكين .

فاذا كانت هذه الدالة من الدرجة الأولى لكل المتغيرات المستقلة فانها قد تأخذ الشكل الآتى :

$$ط_س = ٢٨ - ١٤ث_س + ٢ث_ص + ٣ر٠ث_ز + ٧ر٠أ + ٣ر٠ع$$

فاذا عرفنا قيم كل المتغيرات المستقلة فانه يمكننا التنبأ بالكميات المطلوبة من السلعة س .

٣ ـ التفاضـــل :

ويقصد به الطريقة الرياضية التى تمكننا من ايجاد معدل التغير فى متغير ما بالنسبة لمتغير آخر . فاذا كانت ص متغير غير مستقل أى تابع ويعتمد على المتغير المستقل س فانه عن طريق حساب التفاضل يمكن ايجاد معدل التغير فى ص بالنسبة الى س . أى بمعنى أنه اذا حدث تغير بسيط فى المتغير س . فانه يمكن معرفة معدل التغير فى ص . فمثلا فى تحليل الطلب لسلعة ما فنجد أنه من الأهمية توفر مقياس لمعدل التغير فى الكميات المطلوبة من السلعة المعينة نتيجة للتغير فى أثمانها . كذلك فانه من المفيد جدا معرفة معدلات تغير تكاليف الوحدة الانتاجية عندما يتغير حجم الناتج ، أو معرفة معدل التغير فى الانفاق الاستهلاكى الكلى كنتيجة للتغير فى مستوى الدخول .

النهايات : لنفرض أن ص = د (س) = $\dfrac{١ - س^{٢}}{-٢\sqrt{س^{٢} + ٣}}$

فاذا كانت س = ١ فان المقدار ١ ـ س^{٢} = صفر ، كذلك فان (٢ ـ $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤}$) = ٢ ـ $\sqrt{٤}$ = ٢ ـ ٢ = صفر . من هذا نرى أن د (١) لا يمكن تعريفها من هذه المعادلة وذلك لأن التعويض بـ (١) بدلا من س فى المعادلة السابقة سنحصل على $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ وهذا يعتبر رقما غير محدد . لذا يمكننا التعويض بدلا من س بعدد قريب جدا من (١) وبذلك يمكننا الحصول على قيمة للدالة . فعند اختيارنا للمتغير س قيمة قريبة جدا من الواحد (سواء كانت موجبة أو سالبة) فان كلا من البسط والمقام سيكونان قريبان من الصفر .

وكلما قربت قيمة س المختارة من الواحد كلما قرب البسط والمقام من الصفر ولكن طالما أن س لا تساوى الواحد فانه يمكن تحديد وتعريف الدالة .

ولكن ما زالت أمامنا مشكلة تحديد الكسر الذى يقرب منه قيمة الدالة عندما تقرب قيمة س من الواحد الصحيح . لنفرض أنه يمكننا التخلص من مقام الكسر كالآتى :

$$د(س) = \frac{١ - س^{٢}}{٢ - \sqrt{س^{٢} + ٣}} = \frac{١ - س^{٢}}{٢ - \sqrt{س^{٢} + ٣}} \times \frac{٢ + \sqrt{س^{٢} + ٣}}{٢ + \sqrt{س^{٢} + ٣}}$$

$$= \frac{(١ - س^{٢})(٢ + \sqrt{س^{٢} + ٣})}{٤ - (س^{٢} + ٣)} = \frac{(١ - س^{٢})(٢ + \sqrt{س^{٢} + ٣})}{١ - س^{٢}}$$

$$= \frac{٢ + \sqrt{س^{٢} + ٣}}{١} \times \frac{١ - س^{٢}}{١ - س^{٢}}$$

من هذا نرى أن الدالة نفسها أمكن اعادة صياغتها بالطريقة التى تسمح لنا معرفة القيمة التى تقترب منها عندما تقترب س من الواحد الصحيح ، فمن الواضح أن $\frac{١ - س^{٢}}{١ - س^{٢}} = ١$

لأى قيمة للمتغير س لا تساوى واحد . وحيث أن المقدار (٢ + $\sqrt{س^{٢} + ٣}$) يقرب من ٤ عندما تكون س قريبة من الواحد فان د (س) تقترب قيمتها من ٤ باختيار قيمة لـ س قريبة من الواحد ولكن لا تساويه .

والقول بأن " د (س) تقرب من ٤ ، عندما تكون قيمة س قريبة من الواحد ولكنها لا تساويه " يمكن وضعها فى الصورة الآتية :

$$\text{نها}_{س \leftarrow ١} \; د(س) = ٤$$

وتقرأ " نهاية د (س) عندما تقرب س من ١ تساوى ٤ " ويجب التنبيه هنا الى أن قيمة النهاية تساوى أربعة وليست الدالة نفسها التى تساوى ٤ .

وكما سبق أن أوضحنا أن تفاضل الدالة ص = د (س) يقيس معدل التغير فى ص بالنسبة للتغير فى ص . لنفرض أن $\Delta س$ تمثل التغير البسيط جدا بالزيادة أو النقصان فى المتغير س ، وأن $\Delta ص$ تمثل التغير البسيط جدا بالزيادة أو النقصان فى المتغير ص .

ويمكن وضع $\Delta ص = (ص + \Delta ص) - ص$ ،

$\Delta س = (س + \Delta س) - س$.

$$\therefore \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{(ص + \Delta ص) - ص}{(س + \Delta س) - س}$$

وهذه يمكن وضعها فى الصورة الدالية كالآتى :

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(س + \Delta س) - د(س)}{(س + \Delta س) - س} = \frac{د(س + \Delta س) - د(س)}{\Delta س}$$

أى أن $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ تبين متوسط معدل التغير فى ص بالنسبة الى س . لنفرض أن التغير فى س أصبح صغيرا جدا ، أى أن $\Delta س \longrightarrow$ صفر ، فانه يمكن القول فى هذه الحالة بأن

$$\text{نها}_{\Delta س \to \text{صفر}} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \text{نها}_{\Delta س \to \text{صفر}} \frac{د(س + \Delta س) - د(س)}{\Delta س}$$

يطلق عليه تفاضل الدالة ويرمز لها بالرمز $\frac{ك ص}{ك س}$

قواعد التفاضل الأساسية :

١ ـ تفاضل الدالة الاسية :

اذا كانت ك مقدار ثابت ، ص = د (س) = ك س^{ن}

فيكون $\frac{كـ ص}{كـ س}$ = ك ن س$^{ن-١}$

أمثلة :

الدالة	تفاضلها
ص = ٢ ص^{٧}	$\frac{كـ ص}{كـ س}$ = ١٤ س^{٦}
ص = ٣ $\sqrt{س}$ = ٣ س$^{\frac{١}{٢}}$	$\frac{كـ ص}{كـ س}$ = $\frac{٣}{٢}$ س$^{-\frac{١}{٢}}$ = $\frac{٣}{٢\sqrt{س}}$
ص = $\frac{٤}{س^{٢}}$ = ٤ س$^{-٢}$	$\frac{كـ ص}{كـ س}$ = ـ ٨ س$^{-٣}$ = ـ $\frac{٨}{س^{٣}}$
ص = ك	$\frac{كـ ص}{كـ س}$ = صفر (أى أن تفاضل الثابت يساوى صفرا)

٢ ـ تفاضل مجموع أو الفرق بين دالتين :

تفاضل حاصل جمع دالتين يساوى حاصل جمع تفاضلهما ، تفاضل الفرق بين دالتين يساوى الفرق بين تفاضلهما .

لنفرض ص = د (س)

وأن د (س) = هـ (س) + و (س)

فان $\frac{كـ ص}{كـ س}$ = $\frac{كـ هـ}{كـ س}$ + $\frac{كـ و}{كـ س}$

وبالمثل ص = د (س)

وأن د (س) = هـ (س) ـ و (س)

فان $\frac{ك ص}{ك س} = \frac{ك هـ}{ك س} - \frac{ك و}{ك س}$

مثال : ص = د (س) = ١٥ + ٤س ـ ٥س^{٢} + ٧ س^{٣}

فيكون $\frac{ك ص}{ك س}$ = ٤ ـ ١٠ س + ٢١ س^{٢}

أمثلة أخرى :

الدالـــة	تفاضلهـــا
ص = ١٦ + ٣ س	$\frac{ك ص}{ك س}$ = ٣
ص = س^{٥} ـ ٣ س^{٤} ـ ٢ س^{٣} + س^{٢} + س	$\frac{ك ص}{ك س}$ = ٥س^{٤} ـ ١٢س^{٣} ـ ٦س^{٢} ـ ٢س + ١
ص = ٢ س ـ $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{س}$	$\frac{ك ص}{ك س}$ = ٢ ـ $\frac{١}{٤}$ س$^{-\frac{١}{٢}}$ = ٢ ـ $\frac{١}{٤\sqrt{س}}$

٣ ـ تفاضل حاصل ضرب دالتين :

تفاضل حاصل ضرب دالتين عبارة عن حاصل جمع الدالة الأولى مضروبة فى تفاضل الدالـــة الثانية زائد الدالة الثانية مضروبه فى تفاضل الدالة الأولى ٠ لنفرض أن

ص = د (س) = هـ (س) × و (س)

$\frac{ك ص}{ك س}$ = هـ (س) ٠ وَ (س) + و (س) ٠ هَ (س)

بفرض أن

هَ (س) هى تفاضل هـ (س) بالنسبة لـ س ،

وَ (س) هى تفاضل و (س) بالنسبة لـ س ٠

مثال : ص = د (س) = (س^{٤} + ٣ س^{٢}) (س^{٢} ـ ٢ س + ٣)

$$\frac{ك ص}{ك س} = (س^{٤} + ٣س^{٢})(٢س - ٢) + (س^{٢} - ٢س + ٣)(٤س^{٣} + ٦س)$$

$$= (٢س^{٥} - ٢س^{٤} + ٦س^{٣} - ٦س^{٢}) + (٤س^{٥} - ٨س^{٤} + ١٨س^{٣} - ١٢س^{٢} + ١٨س)$$

$$= (٦س^{٥} - ١٠س^{٤} + ٢٤س^{٣} - ١٨س^{٢} + ١٨ س$$

أمثلة أخرى :

الدالة	تفاضلها
ص = (٣ س^{٢}) (س$^{\frac{١}{٣}}$)	$\frac{ك ص}{ك س} = ٧ س^{\frac{٤}{٣}} = ٧ \sqrt[٣]{س^{٤}}$
ص = (٣ س) (س^{٢} ـ $\sqrt{س}$)	$\frac{ك ص}{ك س} = ٩ س^{٢} - \frac{٩}{٢} \sqrt{س}$

٤ ـ تفاضل الدالة الكسرية :

تفاضل الدالة الكسرية عبارة عن تفاضل البسط مضروبا فى المقام مطروحا منه تفاضل المقام مضروبا فى البسط كل هذا مقسوما على مربع المقام .

$$د ع ص = د (س) = \frac{هـ (س)}{و (س)}$$

$$\text{فيكون } \frac{ك ص}{ك س} = \frac{هـ' (س) \cdot و (س) - و' (س) \cdot هـ (س)}{[و (س)]^{٢}}$$

بفرض أن هـ' (س) هى تفاضل هـ (س) بالنسبة لـ س ،
و' (س) هى تفاضل و (س) بالنسبة لـ س .

مثال : ص = د (س) = $\frac{٢ س^{٢}}{٣ س + ١}$

فيكون $\frac{ك ص}{ك س} = \frac{(٤ س)(٣ س + ١) - (٣)(٢ س^{٢})}{(٣ س + ١)^{٢}}$

$= \frac{٦ س^{٢} + ٤ س}{(٣ س + ١)^{٢}}$

أمثلة أخرى :

الدالة	تفاضلها
$ص = \frac{س + ١}{س - ١}$	$\frac{ك ص}{ك س} = \frac{-٢}{(س - ١)^{٢}}$
$ص = \frac{٢ س^{٢} + ٣ س + ١}{س^{٢} + ٤ س + ٢}$	$\frac{ك ص}{ك س} = \frac{٥ س^{٢} + ٦ س + ٢}{(س^{٢} + ٤ س + ٢)^{٢}}$
$ص = \frac{س}{س^{٢} + س}$	$\frac{ك ص}{ك س} = \frac{-\frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}} - \frac{٣}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}}{(س^{٢} + س)^{٢}}$

٤ - نظرية الاحتمالات :

تعتمد القياسات الاقتصادية على نظرية الاحصاء والتى بالتالى تعتمد على نظرية الاحتمالات . هناك تشابه كبير بين التجارب المعملية التى تجرى فى العلوم الطبيعية والقياسات الاحصائية فى العلوم الاقتصادية . ففى كلتا الحالتين ، فان الباحث يسعى الى ايجاد العلاقات المتوقعة بين الحوادث Events المختلفة ومسبباتها . فالباحث فى معمل ما يمكنه التحكم لدرجة ما فى الظروف الخارجية التى قد تحيط بالحادثة أو مسبباتها . أى أن الباحث يمكنه تغيير مسببات الحادثة والظروف المحيطة بها ثم يجرى بعض الاختبارات ليرى ما اذا كانت الحادثة ستحدث بالطريقة المتوقعة لها تحت الظروف المعينة . ولو أن الباحث يكون متحكما فى مسببات الحادثة المعروفة له الا أن نتائج التجارب المعملية تكون عرضة للأخطاء الناتجة عن أسباب ليس للباحث أى علم بها . وهذه الأخطاء العارضة والتى يطلق عليها فى العادة الاخطاء العشوائية هى التى ولدت الحاجة الى فكرة الاحتمالات .

وبالمثل فى علوم الاقتصاد فاننا نعزى حدوث بعض الظواهر الاجتماعية والاقتصادية الى ظواهر اجتماعية أخرى فمثلا فاننا نفرض أن الاستهلاك القومى الكلى يتحدد أو يتوقف على مستوى الدخل القومى. فعندما نقوم ببحث ظاهرة اجتماعية فلا يمكننا اجراء تجربة بالمعنى الحرفى للكلمة ، وذلك لأنه لا يمكننا التحكم فى المسببات والظروف المحيطة بتلك الظاهرة . وكل ما يمكننا القيام به هو فرضنا لبعض المسببات للظاهرة المبحوثة ، وعندما نختبر فروضنا هذه نجد أن النتائج المتحصل عليها عرضة أيضا للأخطاء العارضة أو العشوائية ومن هنا ظهرت الحاجة أيضا الى فكرة الاحتمالات فى دراسات الاقتصاد القياسى .

فكـــرة الاحتمـــال :

يرجع التعريف الاحصائى للاحتمال الى فكرة التكرار النسبى . ولنأخذ مثالا تقليديا ، لنفرض أننا سنلقى قطعة من النقود المعدنية الى أعلى مائة مرة . ففى هذه الحالة يستحيل علينا أن نتنبأ ما اذا كان سيظهر وجه الكتابة أو وجه الصورة لقطعة النقود فى أى من الرميات . أى أن القوى العشوائية أو الاخطاء العشوائية — الناتجة عن مسببات غير معلومة — هى التى ستحدد ما اذا كانت الكتابة أو الصورة هى التى تظهر . لنفرض أنه قد ظهرت ٤٥ صورة من المائة محاولة التى أجريت، فيكون التكرار النسبى للصورة $\frac{٤٥}{١٠٠}$. وعلى العموم فان التكرار النسبى للحادثة (أى ظهور الصورة) يساوى عدد المرات التى ظهرت فيها الواقعة مقسوما على عدد المحاولات فى التجربة (فى هذه الحالة عدد الرميات لقطعة النقود) .

ومثال آخر من العلوم الاجتماعية ، ففى الدراسات السكانية فالباحث قد يرغب فى معرفة التكرار النسبى للمواليد الذكور . فبالرجوع الى سجلات المواليد فى فترة معينة فبفرض أن عدد المواليد الكلى هو (n) فى الفترة المعينة ، وأن عدد المواليد الذكور فى نفس الفترة هو (x) فيكون التكرار النسبى للمواليد الذكور مساويا ($\frac{x}{n}$) .

والاحتمال هو القيمة المحددة أو المعينة للتكرار النسبى عندما يقرب عدد المحاولات المالا نهاية وبشرط أن تكون سلسلة المحاولات عشوائية — فعندما تقع سلسلة من المحاولات العديدة ، ونسبة عدد المرات التى ظهرت فيها الحادثة الى العدد الكلى للمحاولات تكون قريبة من (p) وأن هذه النسبة تقرب من (p) عندما يزداد عدد المحاولات ، فاننا نقول أن احتمال حدوث الحادثة يكون

مساويا (p) أى أن

$$p_r(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{x}{n} = p$$

بفرض أن (n) يمثل عدد المحاولات العشوائية

(x) عدد المرات التى تظهر فيها الحادثة (E) .

والمقصود من السلسلة العشوائية للمحاولات ، أنه عند اختيار أى مجموعة من المحاولات (n_i) فانها ستعطينا نفس القيمة للمقدار (p) المتحصل عليه من ال (n) محاولة فمثلا اذا اخترنا كل محاولة ثالثة من المحاولات الكلية (n) . فيكون عدد المحاولات المختار مساويا (n_3) وبطبيعة الحال فان (n_3) ستكون أقل من (n) — واننا لاحظنا أن الحادثة (E) قد ظهرت فى (x_3) محاولة فاذا كانت السلسلة الأصلية والتى حجمها (n) سلسلة عشوائية ، فاننا سنجد أن

$$p_r(E) = \lim_{n_3 \to \infty} \frac{x_3}{n_3} = p$$

وفى الحالة العامة فان سلسلة المحاولات (n') وتظهر فيها الحادثة (E) فى (x) من المرات تكون سلسلة عشوائية ، اذا ما اخترنا (n') من المحاولات بطريقة عشوائية وتحصل على الحادثة (E) فى (x') من المحاولات بحيث تكون

$$p_r(E) = \lim_{n' \to \infty} \frac{x'}{n'} = \lim_{m \to \infty} \frac{x}{n} = p$$

ويمكن تمثيل الاحتمال بطريقة أخرى . لنفرض أن الحادثة التى نشاهدها هى (E) وانه يوجد لدينا عدد (n) من المشاهدات . دع المتغير $x_i = 1$ اذا حدثت الواقعة (E) على المشاهدة (i) ، يكون x_i = صفر عندما لا تظهر الحادثة . ويكون احتمال ظهور الحادثة (E) هو (P_n (E) ، بحيث أن

$$p_r(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = p$$

وهذا يعنى أنه سيكون لدينا $\left(\frac{x_n}{n} \cdots + \frac{x_3}{n} + \frac{x_2}{n} + \frac{x_1}{n} \right)$

عندما تقرب (n) من المالانهاية • وحيث أن $x = 1$ اذا ظهرت الحادثة ، x = صفر اذا لم تظهر الحادثة ، فان حاصل الجمع سيعطى لنا التكرار النسبى للواقعة عندما يزداد عدد المشاهدات ويقرب من المالا نهاية •

لنعود ثانيا الى مثال قطعة النقود الغير متحيزة ، وان الواقعة التى تبحث عنها هى الصورة وترمز لها بـ (H) واننا نبحث عن احتمال ظهور الصورة عندما نلقى قطعة النقود عدة مرات عشوائيا ، لذا فاننا نلقى قطعة النقود عددا من المرات وليكن (n) ويكون $x_i = 1$ عندما تظهر الصورة وتكون x_i = صفر عندما لا تظهر الصورة أى عندما تظهر الكتابة وترمز لها (T) • لنفرض أن عدد الرميات $n = 20$ والجدول الآتى به النتائج المتحصل عليها •

المحاولة الشاهد	x_i	المحاولة الشاهد	x_i	المحاولة الشاهد	x_i	المحاولة الشاهد	x_i
١ H	١	٦ H	١	١١ H	١	١٦ H	١
٢ T	صفر	٧ H	١	١٢ H	١	١٧ H	١
٣ T	صفر	٨ T	صفر	١٣ T	صفر	١٨ H	١
٤ H	١	٩ T	صفر	١٤ H	١	١٩ H	١
٥ H	١	١٠ H	١	١٥ T	صفر	٢٠ T	صفر

فيلاحظ أن التكرار النسبى للصورة (H) فى العشرين محاولة = $\frac{١٣}{٢٠}$ ولاختبار عشوائية المحاولات هذه فاننا سنأخذ المحاولات الزوجية أى (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٠٠٠ ، ٢٠) فيكون لدينا عشرة محاولات ويكون التكرار النسبى للصورة (H) مساويا $\frac{٧}{١٠}$ وهذا مقارب للتكرار النسبى للسلسلة الاصلية ، واذا اخذنا المحاولات الفردية فيكون التكرار النسبى $\frac{٦}{١٠}$ وهذا أيضا قريب من التكرار النسبى الاصلى • والتجارب والخبرة أثبتت أنه بزيادة عدد المحاولات الى ٢٠٠٠٠ مثلا فان التكرار النسبى سيتجه الى الرقم ½ • ويكون احتمال ظهور الصورة (H) مساويا

$$P_r(H) = \lim_{n \to \infty} \frac{x}{n} = ½$$

أى أنه كلما زاد عدد المحاولات كلما قرب التكرار النسبى للصورة (H) الى الاحتمال •

واحتمال حدوث الواقعة يمكن أن يقع بين الصفر والواحد الصحيح . أى أنها تكون مساوية لكسر قيمته تقع بين هاتين القيمتين . ففى مثال قطعة النقود لن يظهر لدينا عدد من الصور أكثر من عدد المحاولات الكلى كما أن عدد ظهور الوجه الآخر للقطعة (الكتابة) لن يكون أقل من الصفر . ولذا يمكن القول بأنه عندما يكون احتمال ظهور الشيء مساويا واحدا فهذا يعنى حالة اليقين ، وعندما يكون الاحتمال مساويا للصفر فهذا يعنى عدم الاستحالة ، وعندما يقع الاحتمال بين الصفر والواحد فهذا يعنى عدم اليقين وبالتالى فاذا كان احتمال حدوث الواقعة = $P_r(\bar{E})$ ، فان احتمال عدم حدوثها يساوى $(1 - P_r(E))$

أى أنه اذا كان احتمال حدوث الشيء = $P_r(E) = \frac{1}{5}$

فيكون احتمال عدم حدوثه = $1 - \frac{1}{5} = 1 - P_r(E) = \frac{4}{5}$.

حساب الاحتمالات :

لنفرض ان احتمال وقوع حادثه هو p ، فاحتمال عدم حدوثها يكون $(q = 1 - p)$ ، وأن لدينا عدد من المحاولات (n) وفى كل محاولة قد تظهر الواقعة أو لا تظهر . والمطلوب تحديد احتمال حدوث الواقعة فى (x) من المرات فى (n) من المحاولات المستقلة . وللوصول الى هذا يجب معرفة كيفية حساب التوافيق Combinations ويمكن النظر الى المسألة على أنه لدينا مجموعة من الاشياء وعددها (n) واننا نرغب فى اختيار (x) منها من غير اعطاء أى أهمية لترتيب الاشياء المختارة . فيكون عدد الطرق الممكن اختيار المجموعة x بها يتبع للقاعدة

$$C_x^n = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

حيث أن C_x^n هو عدد توافيق (x) من الاشياء مأخوذة من (n) ،

$n!$ تعنى مضروب (n) أى أن

$$(n)! = (n)(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(4)(3)(2)(1)$$

وللحصول على احتمال ظهور الحادثة (E) فى (x) من المرات عندما يكون عدد المحاولات الكلى (n) فانها تكون مساوية لحاصل ضرب معامل ذات الحدين بقيم الاحتمالين p , q

مرفوعين للقوى (x) ، $(n-x)$ على الترتيب

$$p_r(E_x) = C_x^n \cdot p^x \cdot q^{(n-x)}$$

حيث (E_x) تعنى حدوث الواقعة (E) فى x من المرات فى المحاولات الكلية (n) .

مثال : لنفرض أن قطعة من النقود غير المتحيزة قد القيت ٥ مرات . فما هو احتمال ظهور الصورة ثلاث مرات . فيكون $n=5$ ، $x = 3$ ، واحتمال ظهور الصورة $p = \frac{1}{2}$ فيكون احتمال عدم ظهورها $q = \frac{1}{2}$

$$p_r(E_3) = C_3^5 p^3 q^2 = \frac{5!}{3!\,2!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{5.4.3.2.1}{(3.2.1)(2.1)} \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{80}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{8}$$

$$= \frac{5}{16}$$

مثال : لنفرض لدينا زهرة طاوله واحده ، وأنها القيت ثلاث مرات متتالية ، ما هو احتمال ظهور خمسة مرتين فى الثلاث رميات .

$$n = 3 \quad , \quad x = 2$$

وبما انه يوجد ستة أوجه للزهر فيكون احتمال ظهور الخمسة $p = \frac{1}{6}$

واحتمال عدم ظهور الخمسة $q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$$p_r(E_2) = C_2^3 p^2 q^1 = \frac{3.2.1}{(2.1)(1)} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{30}{432} = ,069$$

قوانين الاحتمالات :

قد نرغب فى الحصول على احتمال حدوث واقعتين . وفيما يلى نستعرض بعض القوانين البسيطة :

١ـ قاعدة الجمع : الحوادث الغير ممكن حدوثها معا Multually Exclusive Events

اذا كانت الواقعتين E و F غير ممكن حدوثهما معا ، فيكون احتمال حدوث (E) أو (F) مساويا لحاصل جمع احتمال حدوثهما منفصلين . أى أن

$$p_r(E \text{ or } F) = p_r(E) + p_r(F)$$

مثال : لنفرض اننا سحبنا كارت من كتشينه ، ما احتمال انه يكون ملك دينارى (E) او ملكه قلب (F) وهاتين الواقعتين لا يمكن حدوثهما سويا وذلك لانه لا يمكن لكارت الكتشينة ان يكون ملك وملكه معا .

وحيث انه يوجد ملك دينارى واحد فى الكتشينة ، وعدد أوراق الكتشينة هو ٥٢ كارت فيكون

$$P_r(E) = \frac{1}{52}$$

وبالمثل فى حاله الملكه القلب

$$P_r(F) = \frac{1}{52}$$

فاحتمال ظهور ملك دينارى أو ملكه قلب يكون

$$P_r(E \text{ or } F) = \frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{1}{26}$$

وبالمثل فى حاله حدوث ثلاث حوادث (E , F , G) والتى لا يمكن أن تحدث معا فيكون

$$P_r(E \text{ or } F \text{ or } G) = P_r(E) + P_r(F) + P_r(G)$$

٢- قاعدة الضرب : حوادث مستقلة Independent Events

اذا وقعت الحادثتين (E) و (F) بحيث أن حدوث احدهما لا يتوقف على حدوث الاخرى فيقال ان الحادثتين مستقلين ، ويكون احتمال حدوثهما مساويا حاصل ضرب احتمال حدوثهما ، أى أن

$$P_r(E \text{ and } F) = P_r(E) \cdot P_r(F)$$

مثال : لنفرض اننا سحبنا كارت من الكتشينه ثم اعدناه ثانيا وسحبنا كارتا آخر ما هو احتمال أن احدهما كان (ملك) أى (الواقعة E) والاخر ورقه (دينارى) أى (الواقعة F) وحيث ان الكارت الاول اعيد الى الكتشينه قبل سحب الكارت الثانى ، اذن فالكارت الثانى لن يؤثر عليه ما اذا كان الكارت الاول ملك أم لا . أى ان الواقعتين مستقلتين هنا :

$$P_r(E) = \frac{4}{52} \text{ and } P_r(F) = \frac{13}{52}$$

وبحسب احتمال حدوث (E , F) معا أى احتمال الحصول على ملك دينارى تكون كالاتى:

$$P_r(E \text{ and } F) = \frac{4}{52} \times \frac{13}{52} = \frac{52}{2704} = \frac{1}{52}$$

وبالمثل لثلاث حوادث مستقلة أو اكثر

$$P_r\ (E \text{ and } F \text{ and } G) = P_r(E) \cdot P_r(F) \cdot P_r(G)$$

٣ـ قاعدة الضرب : حوادث غير مستقلة Dependent Events

لنفرض أن ظهور الواقعة (F) يعتمد على ظهور الواقعة (E) فيكون احتمال حدوثهم المشترك مساويا احتمال حدوث الاولى مضروبا فى احتمال حدوث الثانية مع العلم بان الحادثه الاولى قد وقعت أى أن

$$P_r\ (E \text{ and } F) = P_r\ (E) \cdot P_r\ (F/E)$$

والرمز $P_r\ (F/E)$ يرمز الى الاحتمال المشروط Conditional Probability للواقعة (F) ويعنى احتمال حدوث (F) مع العلم بان (E) قد حدثت .

مثال : لنفرض لدينا صندوق به سبع كرات ، منها ثلاثة ذات لون احمر والاربعة الاخريـــــن ذو لون ابيض . فيكون احتمال سحب كره حمراء عشوائيا (الواقعة E) مساويا

$$P_r(E) = \frac{3}{7}$$

بعد سحب الكرة الحمراء وعدم اعادتها الى الصندوق ، يكون احتمال سحب كره بيضاء عشوائيـا (الواقعة F بعد حدوث E) مساويا

$$P_r(F/E) = \frac{4}{6}$$

وذلك لانه بعد سحب الكرة الحمراء يتبقى فى الصندوق ست كرات منها أربعة بيضاء .

ويكون احتمال سحب كره حمراء وكره بيضاء مع العلم بان الكره الحمراء لن تعاد الـــى الصندوق مساويا .

$$P_r\ (E \text{ and } F) = \frac{(3)}{7} \quad \frac{(4)}{6} \quad = \frac{2}{7}$$

وللحدوث المشترك لثلاثة أو اكثر من الحوادث الغير مستقلة فاننا نطبق نفس القاعدة ، أى ان احتمال ظهور (E ، F ، G) والغير مستقلة يكون

$$P_r\ (E \text{ and } F \text{ and } G) = P_r(E) \cdot P_r(F/E) \cdot P_r(G/E \text{ and } F) .$$

مثال : يوجد فى صندوق ١٥ كره منها ٦ حمراء ، ٥ خضراء ، ٤ بيضاء سحبت كرة حمراء (واقعة E) بدون اعادتها ثم سحبت كرة خضراء (واقعة F) بدون اعادتها ، ثم سحبت كرة بيضاء (واقعة G) ماحتمال حدوثهم المشترك

أولا : احتمال سحب كره حمراء يكون $P_r(E) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

ثانيا : احتمال سحب كره خضراء يكون $P_r(F/E) = \frac{5}{14}$

ثالثا : احتمال سحب كره بيضاء يكون $P_r\ (G/E \text{ and } F) = \frac{4}{13}$

ويكون احتمال سحب الثلاث كرات مساويا

$$P_r\ (E \text{ and } F \text{ and } G) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} \quad \frac{4}{13} = \frac{4}{91}$$

٤ـ قاعدة الجمع : الحوادث الممكن حدوثها معا Events Not Multually Exclusive

اذا كان من الممكن حدوث الواقعتين (E ، F) معا ، فان ظهور (E) أو (F) يعنى ظهور (E) أو كلا من (E) ، (F) . ويكون احتمال (E or F) أو كليهما مساويا

$$P_r\ (E \text{ or } F) = P_r(E) + P_r\ (F) - P_r\ (E \text{ and } F)$$

مثال : سحب كارت عشوائيا من كتشينة ، ما احتمال أن يكون ملك (E) أو دينارى (F)

يلاحظ ان هاتين الحادثتين من الممكن حدوثهم معا حيث أن الملك قد يكون ملك دينارى . فيكـــون

احتمال أن يكون الكارت ملك $P_r\ (E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

واحتمال ان يكون الكارت دينارى $P_r\ (F) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

واحتمال ان يكون الكارت ملك دينارى $P_r\ (E \text{ and } F) = P_r(E) \cdot P_r(F)$

$$= \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{52}$$

ويكون احتمال ملك أو دينارى مساويا

$$P_r\ (E \text{ or } F) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

تركيب النماذج Model Construction

يمكن عن طريق الاقتصاد القياسى تصوير الاقتصاد القومى لمجتمع ما أو لقطاع من قطاعاته بمجموعة من المعادلات الرياضية • وتعبر هذه المعادلات عن العلاقة الكمية بين المتغيرات الاقتصادية التى تحدد السلوك الاقتصادى • والنموذج Model هو عبارة عن مجموعة كاملة من المعادلات الرياضية والتى يختلف عددها بالكبر أو الصغر حسب المشكلة التى يصورها • فقد يصمم الباحث نموذجا للتنبؤ بالدخل القومى مع فرض ان كلا من اجمالى الاستثمارات ومتوسط الاجور معلومان له ، وقد يصمم نموذجا آخر اكثر شمولا يمكن التنبؤ به عن الدخل القومى واجمالى الاستثمارات ومستوى الاجور •

ويتكون النموذج الاقتصادى من مجموعة من المعادلات التركيبية Structural Equations وهى تصف التركيب الاساسى للمشكلة الاقتصادية المراد دراستها • وتنقسم المعادلات التركيبية الى نوعين :

١ - معادلات وصفية (تعريفية) Definitional Equations

وهى دائما متطابقة لانها تصف علاقات مسلم بها بمعنى انها تكون صحيحة فى جميع الظروف • ولا تتضمن المعادلات الوصفية أى شرح أو استيضاح سببى • ومن أمثلتها ما يلى :

أ - جملة المنصرف على سلعة ا = سعر الوحدة x عدد الوحدات المشتراه •

ومثال آخر

ب - الدخل = الانفاق الاستهلاكى + الادخار

٢ - معادلات سلوكية أو تصرفية Behavioral Equations

وهى تصف سلوك الافراد أو مجموعات من الافراد تقوم بالانشطة الاقتصادية فى مجتمع ما ، مثل سلوك ربات البيوت أو المقاولين أو المضاربين • فالمعادلات السلوكية توضح رد الفعل نتيجة للتغيرات التى تحدث فى الأسعار أو التكاليف أو الدخول أو أى شىء آخر حسب الحالة تحت الدراسة • والامثلة على ذلك كثيرة منها دوال العرض والطلب والانتاج •

من هذا يتبين أن المعادلات التركيبية ماهى الا وصف وايضاح للعلاقات التى قد توجد بين المتغيرات الاقتصادية وهذه قد تكون أسعار السلع والخدمات ، كمية ناتج ، سعر الفائدة ، الارباح

أو الدخول . والمتغيرات قد تكون أحد نوعين :

١ - متغيرات منتظمة Systematic Variables

وهى التى يمكن اعطاء قيم محددة لها وتكون علاقتها ببعضها علاقة منتظمة ومتوقعة . ولتوضيح ذلك لنفرض أنه توجد علاقة معلومة بين أسعار الاحذية والكميات المعروضة منها فى السوق ولنفرض أيضا أن هذه العلاقة كانت بالصورة التى تكون دائما فيها الكميات المعروضة تساوى دائما عشرة أمثال السعر . بمعنى أن أى تغير فى السعر يصاحبه تغير مساو له عشرة مرات فى الكميات المعروضة . فيقال أن السعر والكميات المعروضة متغيران منتظمان . أى أن سلوك أحدهم مرتبط بسلوك الآخر بطريقة متوقعة وتنقسم المتغيرات المنتظمة الى نوعين :

أ - متغيرات داخلية Endogenous Variables

وهى المتغيرات التى يمكن شرحها وتفسيرها من النموذج . أى بمعنى أنها تحدد وتعين قيم المتغيرات الاخرى كما أن قيمها تتحدد بفعل المتغيرات الاخرى فى النموذج .

ب - متغيرات خارجية Exogenous Variables

وهذه لا تتحدد قيمها من النموذج ولكنها تتحدد بعوامل وقوى من خارج النموذج . وهى تحدد قيم المتغيرات الداخلية ولكنها فى نفس الوقت لا تتأثر بالمتغيرات الداخلية . أى بمعنى أن قيم المتغيرات الخارجية تكون معروفة وتعامل وكأنها معطاه لنا . ففى نموذج مبسط للدخل القومى فان الاستثمار يعتبر كمتغير خارجى فى حين أن الانفاق الاستهلاكى والدخل يعتبران متغيران داخليان . وبذلك فان النموذج فى هذه الحالة سيمكننا من تحديد قيم كل من الانفاق الاستهلاكى والدخل القومى ولكنها لن تمكننا من تقدير قيمة الاستثمار . فاذا أردنا أن نحدد الاستثمار - أى أن الاستثمار يعتمد على متغيرات أخرى - فاننا سنحتاج الى نموذج آخر ومتغيرات أخرى . أى أن الاستثمار دالة لحجم المدخرات والكفاءة الحدية (الانتاجية) للاستثمار وسعر الفائدة . ويعتبر الاستثمار هنا متغير داخلى والمتغيرات الأخرى خارجية .

٢ - متغيرات عشوائية Randon Variables

وهذه لا تتبع نظام معين فى سلوكها أو تربطها أى علاقة محددة ومتوقعة مع المتغيرات الأخرى .

فمثلا قد يحتوى النموذج على معادلة تركيبية تمثل دالة طلب لسلعة ما ، أى أن الكميات المطلوبة من السلعة تعتمد بطريقة ما على أسعارها . فيكون بذلك كلا من الكميات المطلوبة وأسعارها متغيرات منتظمة ، أما اذا كانت الكميات المطلوبة من هذه السلعة تتوقف بالاضافة على سعرها على أسعار السلع الاخرى ومستوى الدخول وأزواق المستهلكين وغير ذلك . فانه يمكن كتابة دالة الطلب فى الصورة الاتية :
الكميات المطلوبة من السلعة تتوقف على سعر السلعة زائد متغير عشوائى .

وبهذا يكون المتغير العشوائى ممثلا لكل القوى الاخرى التى تؤثر على الكميات المطلوبة من السلعة ولكنها لم تظهر فى المعادلة .

أنواع النماذج

Types of Models

تقسم النماذج التى يستعملها الاقتصاديون فى تحليلاتهم الى أنواع مختلفة كل على حسب الفروض التى يفرضها الباحثون بالنسبة لعامل الوقت وبالنسبة للمعرفة التامة عن الظروف المحيطة بالبحث .

أولا : عامل الوقت : اذا تأملنا فى العلاقات الاقتصادية السائدة فى مجتمع ما - لفترة من الزمن - لوجدنا أنها قد تعرضت لكثير من التغيرات . وان هذا التغير المستمر يتطلب الكثير من التعديلات والتغيرات . فمثلا نجد أن المستهلكين كذلك الوحدات الانتاجية يقومون بعمل تعديلات فى سلوكهم كرد فعل للتغيرات التى تحدث فى الاسعار كما أن العمال تعدل من ساعات العمل نتيجة لتغير معدلات الاجور . وتأخذ هذه التغيرات وبالتالى التعديلات الناتجة عنها بعض الوقت . فمثلا التغير الذى يحدث فى عادات المستهلكين الشرائية كنتيجة للتغير فى دخولهم أو فى مستوى الأسعار لن يحدث مباشرة . وبالرغم من ذلك نلاحظ أن كثيرا من الاقتصاديين يهملون فى تحليلاتهم عامل الوقت أى الفترة اللازمة لاجراء التعديلات فى الانفاق الاستهلاكى ، والانتاج ، والدخل أو فى المتغيرات الاخرى . وعادة يلجأ الاقتصاديون الى تبسيط القواعد والنظريات الاقتصادية عند تحليله لمشكلة ما . ومن صور التبسيط المستعملة هى عدم أخذ عامل الوقت فى الاعتبار . وتعرف النماذج التى لا يدخل عامل الوقت فيها بالنماذج الساكنة Static Models وفى هذه الحالة تعتبر العلاقات التى يمثلها هذا النموذج بأنها علاقات حدثت فى لحظة زمنية معينة . أى أن الباحث يهتم بالقيم التوازنية للمتغيرات الاقتصادية بدلا من الزمن اللازم للوصول الى حالة التوازن نفسها . أما اذا رغب الباحث فى أن يأخذ فى اعتباره الزمن اللازم للوصول الى حالة التوازن ، أو الوقت اللازم لاجراء التعديلات اللازمة والمترتبة عن بعض التغيرات المشاهدة ، أو دراسة سلوك أحد المتغيرات الاقتصادية على مر الزمن ، وجب عليه فى هذه الحالة ادخال عامل الوقت فى النموذج . ويطلق على هذا النموذج Dynamic Model . وفيه تكون جميع المتغيرات الداخلية والخارجية مأخوذة عند لحظات زمنية معينة وهذه تختلف من متغير الى آخر . فمثلا قد تشمل معادلة تركيبية السعر لسعر ما فى الشهر الحاضر وسعرها فى الشهر الماضى كمتغيرين .

ثانيا : درجة المعرفة عن ظروف البحث : يلجأ بعض الاقتصاديون فى بعض أبحاثهم الى فروض لتسهل عملية البحث منها الفرض القائل بأن رجال الاعمال ، والمستهلكين ، وأصحاب عناصر الانتاج لديهم المعرفة التامة عن أحوال السوق والخواص الفنية لعمليات الانتاج . أى لديهم المعرفة الكاملة عن الأسعار ، ومعدلات الاجور ، وتكاليف الانتاج وما الى ذلك . ومن الناحية الاخرى فقد يفرض الباحث أن معرفة المسئولين غير كاملة . أى أنهم لا يعرفون أحوال السوق أو الاحوال التكنولوجية عن يقين تام ولكن لديهم بعض المعرفة عن الظروف السائدة أو المتوقعة . ولذا تكون معرفتهم عن المتغيرات الاقتصادية يدخل فيها عامل الاحتمال . ولذلك فان قراراتهم بالنسبة للكميات التى يجب شراؤها أو انتاجها أو بيعها تتخذ على أساس المعلومات المحتملة وليست عن يقين .

وتأخذ نماذج الاقتصاد القياسى - اذا أخذ فى الاعتبار عامل الوقت ودرجة المعرفة - واحدا من الأربعة أنواع الاتية :

	ساكنة	غير ساكنة
معرفة عن يقين	I	II
معرفة غير تامة	III	IV

أى أن النموذج يأخذ شكلا واحدا من الاشكال الأربعة وفى بعض الاحيان قد يشتمل النموذج الواحد على الاشكال الأربعة معا . ففى الحالة I تضع الوحدة الانتاجية قراراتها الانتاجية فى نفس اللحظة الزمنية المعينة .

أما فى الحالة الثانية II فيدخل عامل الوقت هنا مع فرض المعرفة التامة . أى أن قرارات الوحدة الانتاجية تكون كخطة مستمرة خلال فترة معينة من الزمن . أى توضع خطة لمستويات الانتاج والمبيعات والاستثمارات لفترات الانتاج المستقبلة . أما فى الحالة III فان المعرفة بأحوال السوق والخواص التكنولوجية تكون غير تامة عند لحظة معينة من الزمن . أما فى الحالة IV فعامل الوقت وعدم المعرفة يدخلان فى الصورة وتكون المشكلة تحت البحث مشكلة أكثر واقعية .

الاستدلال الاحصائى Statistical Inference

بعد تحديد العلاقة بين المتغيرات فان رجل الاقتصاد القياسى يبدأ فى بحث كيفية قياس القياسات التجريبية التى يمكنه عن طريقها اختبار صحة الفروض التى فرضها . وللحكم على صحة هذه

الفروض فان النموذج يجب أن يكون قابلا للبحث الاحصائي أى بمعنى أنه يمكن تطبيق الطرق الاحصائية في اختباره .

وكما نعلم فان علم الاحصاء ينقسم الى نوعين : الاحصاء الوصفي والاحصاء التحليلي . والاحصاء الوصفي يشمل تنظيم وعرض البيانات الاحصائية في صورة جداول أو رسومات بيانية ، أى أنها تعرض البيانات في صورة مختصرة ، كما أنه يمكن تمثيل البيانات الكبيرة الحجم عن طريق استخدام المتوسطات أو الانحرافات المعيارية . وفي الاقتصاد القياسي نلاحظ أن الاحصاء الوصفي قد يستخدم بطريقة عرضية . أما الاحصاء التحليلي فانه اكثر استعمالا وأهمية حيث يستخدم للحصول على النتائج العامة من البيانات المشاهدة والمستخدمة في النموذج . وحيث أن تعليلنا لأى واقعة يكون تعليلا استقرائيا من الخاص الى العام - لذا يعرف الاحصاء التحليلي باسم الاستدلال الاحصائي . أى أنه عن طريق دراسة صفات عدد محدود من الوحدات تعرف بالعينة فاننا نحاول الاستدلال عن صفات وخواص المجموع الكلي للوحدات المكونة لمجتمع ما . أى أنه يمكننا معرفة انماط الانفاق المختلفة لشعب ما عن طريق دراسة طرق الانفاق المختلفة لبعض الأفراد .

تشمل نماذج الاقتصاد القياسي معادلات عامة لبيان القوانين والعلاقات الاقتصادية وهذه المعادلات النظرية تختص بجميع أفراد المجتمع تحت الدراسة . فمثلا اذا أوضحت معادلة تصرفية ان المستهلكين سيزيدوا من انفاقهم الاستهلاكي نتيجة لارتفاع دخولهم ، فمعنى هذا أن هذه العلاقة ستكون صحيحة لجميع المستهلكين .

وتنقسم وظيفة الاستدلال الاحصائي الى قسمين : الأولى وتعرف بالقياس أو التقدير . فكلنا يعلم أن كل مجتمع يتميز ببعض الصفات والخواص المعينة وهذه يطلق عليها معالم Parameters مثل متوسط دخل الفرد في ج . ع . م . ويطلق على هذه الخواص في عينة ما بالتقدير Statistics أى تقدير متوسط دخل الفرد لعائلة فرد من سكان القاهرة . وتكون المشكلة في هذه الحالة هو تقدير معالم (Parameters) المجتمع الغير معلوم من تقديرات العينة . وبطبيعة الحال فانه لا يمكن تقديروتحديد قيم المعالم بالضبط . وكل ما يمكن الحصول عليه هو تقديرات للحدود التي يمكن أن تقع بينها قيم هذه المعالم . أى أنه عن طريق دراسة العينة يمكن تقدير حد أعلى وحد سفلي تقع بينهما قيمة معالم المجتمع . ويطلق على المدى بين الحدين اصطلاح فترة الثقة (Confidence Internal) ويتوقف هذا الاستنتاج بالنسبة للمجتمع على احتمال معين ، لذا لا يمكن القول

عما اذا كان الاستنتاج الذى تم الحصول عليه من العينة صحيح أم غير صحيح . وكل ما يمكن عمله فى هذه الحالة أن يقال أنه من المحتمل أن يكون استنتاجنا صحيحا مع تحديد درجة الاحتمال . فاذا كانت درجة الاحتمال المختارة هى ٩٥ ٪ ، فانه فى المدى الطويل ستقع القيمة الحقيقية للمجتمع بين ٩٥ ٪ من حدود الثقة المحسوبة .

لنفرض أن المعلمة المراد تقديرها هى مرونة الطلب للمنتجات الغذائية فى ج ع م وأن درجة الاحتمال المختارة هى ٩٥ ٪ . وقد سحبت عينة من المشاهدات على الطلب للمنتجات الغذائية ، وقد وجد أن حدود الثقة لمرونة الطلب والتى قدرت من العينة هى (ـ١٢ر٠ ، ـ٢٥ر٠) فانه يمكن القول بأن كل تغير فى سعر المنتجات الغذائية مقداره ١٪ ـ مع فرض ثبات العوامل الاخرى ـ سينتج عنه تغير عكسى فى الكميات المطلوبة لن يقل مقداره عن ١٢ر٠ ولن يزيد عن ٢٥ر٠ ـ ويكون هذا صحيحا فى ٩٥ من الحالات فى المدى الطويل .

والطريقة الثانية للتقدير تعرف بطريقة نقطة المقايسة Point Estimation . وبهذه الطريقة يمكن الحصول على قيمة واحدة لتقدير المعالم Parameters للمجتمع . وأهم طريقتين مستخدمتين هما طريقة المربعات الصغرى The Least Squares Method وطريقة الاحتمالات القصوى Maximum Likelihood Method وتستعمل كل منهما فى تقدير المعاملات الغير معلومة Unknown Coefficients فى المعادلات التركيبية . فمثلا يمكن الحصول على تقديرات لمرونة العرض والطلب ومعاملات دوال الانتاج ، الميل الحدى للانفاق ، وغير ذلك .

والوظيفة الثانية للاستدلال الاحصائى هى أنه يمدنا بالاختبارات التى يمكن بها اختبار صحة الفروض الموضوعة . وكما سبق يتضح أنه تكون لدينا فروض نظرية عامة وكذلك عينة من المشاهدات وتنحصر المشكلة فى قبول أو رفض هذه الفروض على أساس النتائج المتحصل عليها من العينة .