الجمهورية العربية المتحدة

معهد التخطيط القومي

مذكرة رقم (٩٣١)

مقدمة في بعض مبادئ الاحصاء العامة

دكتور

علي نصار

*

نوفمبر ١٩٦٩

القاهرة

٣ شارع محمد مظهر . بالزمالك

- قام بالاعداد النهائى للمذكرة د. على نصار
  قسم النماذج القياسيه الاقتصاديه
- الاراء التى وردت فى هذه المذكره تمثل رأى الخبير المذكور ولا تمثل رأى المعهد .
- روعى فى المذكره الاهداف الآتيه :

  - خلق لغة موحده بين المرشحين للالتحاق بالدوره الطويله فى مادة الاحصاء .
  - الحدود الدنيا المطلوبه فى المتدرب فى هذه الماده كشرط لالتحاقه بالدوره الطويله
  - التركيز على المشاكل الاقتصاديه والتخطيطيه خروجا من سياسة التدريب لخدمة أهداف عملية التخطيط الفتره القادمه .
  - أن هناك امكانيه للتوسع فى دراسة الاحصاء بعد ذلك على مستوى الاقسام داخل المعهد بعد الالتحاق بالدوره الطويله .

فهـــــرس المحتويــــــات

١٠١ المقـــدمه

١٠١٠١ تعريف علم الاحصـــاء Statistics as a Science

اشتقت كلمة الاحصاء (Statistics) فى الاصل من اللاتينيــه حــيث تعنى المعلومات الخاصه بأوضاع الدوله • ونجد لعلم الاحصاء تعريفا دارجا من معاجم اللغــه مثل التعريف الآتى الذى نجده فى The Concise Oxford Dictionary للاحصاءات :

"Numerical facts systematically collected, ... "

ولعلم الاحصاء :

"Science of collecting, Classifying and Using statistics"

وفى هذا الصدد نسوق هنا التعريف الآتى لعلم الاحصاء :

" علم بناء مؤشرات ومعالم تعكس النواحى الكميه للظواهر الاجتماعيه وغيرها • ويتم ذلــك عن طريق تجميع وتسجيل بيانات هذه الظواهر المختلفه ثم استخدام المنطق الرياضــى فى تحليل هذه البيانات واستنباط مدلولاتها "

وهذا التعريف يؤكد حقيقة أن الاحصاء علم حيث أن واجبه (فى ذكرنا لبناءه مؤشرات تعكــس النواحى الكميه للظواهر) هو الكشف عن القوانين الموضوعيه التى توجد فى وتحكم حركة المجتمــع محل الدراســة • والصور النهائيه التى يوصلنا اليها التفكير الاحصائى (وتحيلنا للبيانــات واستنباط مدلولاتها) هى فى الحقيقه الصور النهائيه للقوانين فى علم الاحصاء والتى يمكــــن أن نستخدمها فى خدمة الواقع والاستفادة به • وهذا الاستخدام لقوانين علم الاحصاء فـــى التطبيق أو فى خدمة الواقع هو الجانب التطبيقى لعلم الاحصاء أو "الاحصاء التطبيقى" :

"Applied Statistics"

وعلم الاحصاء فى شكله النظرى البحت يسمى الاحصاء الرياضى Mathematical Statistics أو الرياضه الاحصائيه Statistical Mathematics أحيانا ، والبعض يسميــــــها الاحصاء البحت Pure Statistics • وهذا الجزء النظرى يبدأ كأى علم آخر باستخـــلاص

أن يستخدم هذا العلم أساليب المنطق والتقنين المختلفة لصياغة القوانين التى تحكم النظم الاقتصادية ولا ظهار امكانية الاستفادة بها فيما بعد . وعلم الاحصاء يعطينا الأساليب الاحصائية التى لم يعد من الممكن الاستغناء عنها فى مجال التحليل الاقتصادى وفى مجال صياغة علم متكامل للاقتصاد .

والتحليل النظرى بدون استخدام علم الاحصاء لم يعد يكفى لصياغة شكل متكامل لعلم الاقتصاد فلم يعد يكفى مثلا أن يقرر الباحث بعد تحليل غير كمى منه للنظام الاقتصادى أن الاستهلاك يزيد بزيادة الدخل بل عليه أن يحدد أيضا شكل ومعدلات هذه الزيادة وامكانية الاستفادة بها فى مجال اتخاذ القرارات . ومدى الاستفادة هذا هو الذى يحدد مدى التكامل الذى وصل اليه علم الاقتصاد . ولم يعد يكفى مثلا القول بأن هناك تشابكا بين قطاعات الاقتصاد المختلفة أو بين عمليات انتاج سلعة المختلفة ، بل يجب أن يحدد فى شكل كمى شكل هذا التشابك وهذا التحديد الكمى مساهمة فى صياغة أشمل وأدق لعلم الاقتصاد وبالتالى زيادة فى امكانية التطبيق للقوانين المستخلصة عن النظام الاقتصادى فى مجالات وضع البرامج والخطط واتخاذ القرارات المبنية على العلم .

وسنرى فى الأمثلة العديدة فى هذه المذكرة كيف تطوع الأساليب الاحصائية فى خدمة التحليل الاقتصادى بحيث نستطيع أن نكشف بصورة أدق عن القوانين الموضوعية لنظام اقتصادى بشكل يجعل الاستفادة بهذه القوانين أكبر وذلك عندما يطلب منا اتخاذ قرارات .

ثم ، والى جانب ذلك العرض ، فانى اعتقد أن هناك قوانين موضوعية فى النظام الاقتصادى ما كان يمكن الكشف عنها ورؤياها بدون هذه الأساليب الاحصائية وطرق التحليل الكمى . فقانونا أو نظرية بأن الشكل المتشابك للقطاعات الاقتصادية يمدنا بمعايير لمدى التكلفة التى يتحملها النظام أو المجتمع ككل عند اجراء أى تغيير فى تركيبه ـ عن الأوضاع المثلى ـ فى شكل أسعار ظل Shaddow Prices ما كان ليمكن اكتشافه وتطويعه بدون هذه الأساليب الكمية .

هيكل الاقتصاد المستقبل الأمثل وتحديد اطار الخطة القومية بشكل عام . ولقد أثبتت خبراء الدول الاشتراكية التى سبقتنا فى مجال التخطيط العلمى الشامل بأن التنبؤ بالتقدم الفنى والعلمى ممكن وتساهم الأساليب الاحصائية فى ذلك المجال أكبر مساهمة .

٤٠١ — عرض سريع لبعض الهيئات الاحصائية فى ج.ع.م.

أولا : الجهاز المركزى للتعبئة العامة والاحصاء

— نشأته

صدر فى سنة ١٩٦٤ القرار الجمهورى بانشاء الجهاز المركزى للتعبئة العامة والاحصاء بحيث يحل محل مصلحة التعبئة العامة والاحصاء . ولقد قصد بهذا التطوير للأجهزة الاحصائية المركزية فى ج.ع.م. مساعدتها فى أداء دورها فى مجال صياغة ومتابعة خطة التنمية الاقتصادية والاجتماعية بتوفير الاحصاءات والبيانات والدراسات اللازمة لمختلف قطاعات الدولة .

وطبقا للقانون لا تنشر أيه بيانات احصائية قبل مراجعتها بواسطة الجهاز .

— هيكلة التنظيمى (١)

الجهاز المركزى للتعبئة العامة والاحصاء هيئة مستقلة تابعة لرئاسة الجمهورية . ويتكون من خمس ادارات مركزية :

(١) الأولى هى الادارة المركزية للاحصاء : ومهمتها جمع البيانات والاحصاءات عن مختلف أوجه النشاط الاقتصادى وغيره بالجمهورية العربية المتحدة .

---

(١) انظر : التقدم الاحصائى فى الجمهورية العربية المتحدة ، الجهاز المركزى للتعبئة العامة والاحصاء ، فبراير ١٩٦٩ .

- بعض صور أنشطة الجهاز

أ) الجهاز فى خدمة عملية التخطيط القومى

أولا يقوم الجهاز بـ - توفير البيانات الرئيسية للخطة فى حصر الموارد والحاجات المختلفة

- توفير البيانات الأساسية للدراسات العلمية لكفاءة المشاريع المختلفة

- توفير بيانات متابعة الخطة وتقييمها .

من ناحية أخرى فالجهاز يحدد لنفسه اطار العمل الذى تحدده الخطة القومية والاجتماعية والاحتياجات ومطالب الدولة .

كذلك يولى الجهاز اهتمامه الاساسى لتوفير البيانات فى الوقت المناسب لتلك الهيئات التى تعمل فى مجال التخطيط للتنمية الاقتصادية والاجتماعية وكذلك التى تعمل فى مجال التخطيط للطوارئ

ورئيس الجهاز المركزى للتعبئة العامة والاحصاء عضو فى مجلس ادارة معهد التخطيط القومى ولمجلس الادارة الأخيرة صلاحيات تحديد سياسية ورسم أهم معهد التخطيط . كذلك فان وزارة التخطيط القومى ومعهد التخطيط القومى ممثلين فى عضوية اللجنة الاستشارية للتخطيط والتنسيق الاحصائى .

ب) اللجنة الاستشارية للتخطيط والتنسيق الاحصائى

تقوم اللجنة بتقديم المشورة الفنية التى يتطلبها التخطيط للعمليات الاحصائية التى تجريها الادارة المركزية للاحصاء وكذلك أيه أجهزة تنفيذية أخرى . وهدف اللجنة الأساسى هو التنسيق بين العمليات الاحصائية على مستوى الجهاز وعلى مستوى ج.ع.م. وذلك لتجنب الازدواج والحد من النفقات . وأيضا فان أحد واجبات اللجنة العمل على نشر الاستخدام الصحيح للأساليب الاحصائية .

ويتفرع من اللجنة ١٨ لجنة فرعية متخصصة وتتكون من ١٢ عضوا يمثلون الوزارات والأجهزة

ثانيا : معهد الدراسات والبحوث الاحصائية

(ويسمى أيضا معهد الاحصاء تجاوزا)

صدر القرار الجمهورى الخاص بانشاء معهد الدراسات والبحوث الاحصائية فى سنة ١٩٦٢ وحل هذا المعهد بذلك محل ما كان يسمى من قبل معهد الدراسات الاحصائية الذى كان ملحقا بقسم الاحصاء بكلية التجارة جامعة القاهرة وكان الغرض من انشاء المعهد النهوض بالبحوث والدراسات الاحصائية وتوجيهها والاشراف عليها وتنظيم برامج دراسة وتدريبية للعاملين فى المجال الاحصائى فى مختلف المستويات . ويمكن تلخيص نشاط المعهد فى الآتى :

- اجراء البحوث والدراسات وتوجيهها والاشراف عليها .
- اعطاء المنح والاعانات والمكافآت التى تساعد على أداء ذلك الواجب .
- عمل برامج تدريسية وتدريبية .
- عقد مؤتمرات وندوات وايفاد مندوبين للاشتراك فى المؤتمرات العلمية .
- نشر البحوث والدراسات وترجمة وتأليف الكتب والمراجع وتبادل النشرات والمجلات العلمية مع الهيئات العلمية فى داخل ج.ع.م. وخارجها .
- ابداء المشورة فى المشاكل الاحصائية التى تطلب الهيئات والافراد دراستها .
- يمنح المعهد عن طريق معهد الدراسات والبحوث الاحصائية دبلوما فى الاحصاء ولنيله يقوم الدارس بالدراسة فى المعهد لمدة سنتان .
- أصدر المعهد بالاشتراك مع الجمعية الاحصائية المصرية " المجلة الاحصائية المصرية " باللغة العربية والانجليزية لنشر البحوث وتعميم فايدتها كما أصدر مع الجمعية المصرية للبحوث السكانية مجلة :

"The Egyptain Population a. Family Planning Review"

ويقوم المعهد بعمل دورات متخصصة لدارس الاحصاء لخدمة المجالات المختلفة فمثلا شملت دورة الاحصاءات الزراعية المواد الآتية :

٢ – بعض المفاهيم الأساسية والمؤشرات من علم الاحصاء

١٠٢ – مجتمع احصائى Population

مجموعة نهائية من عناصر (أو مفردات) متشابهة (سواء بشر ، أشياء ، أو حوادث) . للمجتمع الاحصائى صبغة الشمول أو الاكتمال . يمكننا أن نسجل لعناصر المجتمع الاحصائى مؤشر أو أكثر .

أمثلة : قد يكون البحث الاحصائى بصدد دراسة الانتاجية المتوسطة (المؤشر) لعدد محدود من العمال بأحد المصانع (عناصر) وقد أمكن تسجيل انتاجية كل منهم (القيم المختلفة للمؤشر) كتحضير لهذه الدراسة الاحصائية . وجماعة العمال المحدودة بالمصنع (المجتمع الاحصائى) وانتاجيتهم تكون المادة لمثل هذا البحث .

وقد يكون البحث الاحصائى بصدد دراسة نسبة العادم أو التالف المتوسطة (المؤشر) وذلك فى عملية انتاج اسطوانات نحاسية ذات مواصفات معينة فى مصنع ما . ولذلك تراقب هذه النسبة بين جميع الاسطوانات (عناصر المجتمع الاحصائى) وتسجل هذه النسب (قيم المؤشر) عند لحظات زمنية أو فى أماكن مختلفة بالمصنع .

٢٠٢ – العينة الاحصائية Sample

جزء أو نسبة من عناصر المجتمع

والحاجة الى فصل جزء أو نسبة من عناصر المجتمع سببها أنه يصعب أحيانا لأسباب مادية أو يستحيل أحيانا أخرى أخذ المجتمع الاحصائى ككل كمادة للبحث الاحصائى ، وكذلك وتحت افتراضات وشروط معينة تناقش امكانية دراسة المجتمع الاحصائى ككل عن طريق دراسة خصائص جزء أو نسبة منه .

فصل العينة Sampling

وهى عملية اختيار العينة من بين عناصر المجتمع الاحصائى

ب — لا توجد قواعد عامة تحكم اختيار العينة فى الحالات التى لا نعرف فيها طبيعة المتغيرة محل الدراسة (وتوزيع قيمها كما ذكر) ، ولكن يمكن القول بأنه تكفى عينة صغيرة فى الحالات التى بها تشتت قيم المتغيرة صغير . كذلك كلما صغر الفرق المطلوب اثبات وجوده بين مؤشرات عينتين كلما زادت الحاجة الى عينات أكبر .

حـ — سنطلق اسم عينة كبيرة على تلك التى تحوى على أكثر من ٣٠ عنصر ، واسم عينة صغيرة على تلك التى تحوى على ٣٠ عنصر أو أقل . والتوزيع الاحصائى يقترب فى أغلب المسائل التى نقابلها فى واقعنا الاقتصادى مع زيادة عدد العناصر فى العينات الكبيرة من التوزيع الطبيعى وعلى العكس فتظهر العينات الصغيرة توزيعا آخر وهو توزيع ت . وباختصار فالخبرة تظهر وجوب تحقق شرط زيادة عدد العناصر عن ٣٠ عنصرا عند استخدام التوزيع الطبيعى ولا يوجد مانع من استخدام توزيع ت فى الحالات التى بها عدد العناصر أكبر من ٣٠ وأقل أو يساوى ٨٠ .

د — يستحسن ألا يقل عدد عناصر العينة بأى حال من الاحوال عن ١٠ عناصر . كذلك يحسن ألا يزيد عدد العناصر عن ١٠٠ عنصر فى الحالات التى يوجد بها صعوبات فى عملية جمع بيانات احصائية سليمه تماما عن عناصر العينة .

هـ — فى النظرية الاحصائية تستطيع عينة كبيرة أن تعطينا قدر كبير من المعلومات عن المجتمع الاحصائى أيا كان عدد عناصر المجتمع الاحصائى الأصلى . وعلى سبيل المثال فان عينة عدد عناصرها ٣٠٠ تستطيع أن تعطينا معلومات معينة وجيدة ولا يعتمد هذا على كون عدد عناصر المجتمع الاحصائى الأصلى ثمانية آلاف أو مليونان مثلا .

و — يجب التأكد من عشوائية عملية الفصل للعينة بحيث لا تعتمد عملية الفصل هذه على الشخص الذى يقوم بها وبحيث لا يلعب المؤشر محل الدراسة أى دور فى أو يؤثر على اختيار عناصر العينة .

ز — يستحسن بالطبع اعادة عمليات الفصل العشوائية (فصل أكثر من عينة) بقصد اختبار معنوية

وهناك طرق عديدة لتمثيل مثل هذا التوزيع فى صور بيانية وأشكال ايضاحية سنكتفى فى هذه المذكرة بأهمها من حيث فائدتها فى التحليل الاحصائى ٠

وبالنسبة لهذا الجدول فان هناك مفاهيم أو تسميات نعرفها فيما يلى :

— الفئة الاحصائية Group : أحيانا يكون من المستحسن اعادة تقسيم البيانات أو تجميعها الى فئات احصائية تسهل علينا عملية التحليل ٠ ويمكننا تخيل الشكل الأصلى الذى كانت عليه البيانات الأصلية وهى بالطبع بيانات تشمل كل ملاك الأرض فى ج٠ع٠م وكذلك حيازة كل منهم ٠ وتفريغ هذه البيانات على شكلها فى جداول يعد بالطبع أمر صعب حيث أن هناك عدد كبير للأحجام المختلفة للملكية بالفدادين وكسور الفدادين ٠ فى مثل هذه الحالة يصبح التجميع الى فئات احصائية كما نرى بالجدول أمر حيوى ٠

— المؤشر محل الدراسة Characteristic : وهو فى هذى الحالة الحيازة من الأرض الزراعية بالفدان ٠

— المؤشر الذى استخدم فى عملية التقسيم الى فئات : وهو فى هذه الحالة أيضا (وليس دائما الحال) حجم الحيازة من الأرض الزراعية ٠ ولقد تم ذلك عن طريق تحديد حدود دنيا وعليا لكل فئه من المستويات المختلفة للملكية ٠

— التكرار أو تكرار الظاهرة Frequency وتمثل عدد مرات تكرار المؤشر محل الدراسة فى كل مجموعة ٠ وعلى سبيل المثال فحقيقة أنه كان هناك ٦١ مالكا يملكون أكثر من ٢٠٠٠ فدان يمكن التعبير عنها باستخدام هذه المفاهيم المذكور عندما نقول أن ظاهرة وجود ملاك تزيد حيازتهم عن ٢٠٠٠ فدان قد تكررت ٦١ مرة أو عندما نقول أن قيمة التكرار للمؤشر محل الدراسة (وهو الحيازة من الأرض بالفدان) فى الفئة الأخيرة بالجدول كانت ٦١ ٠

وسنأخذ المثال المبسط الآتى ويمثل عدد العمال به التكرار لقيم المؤشر محل الدراسة وهو قيم الانتاجية فى أحد المصانع على آلات تنتج اسطوانات نحاسية ولكل دقيقة على نفس الالات ٠

والجدول الذى يبين قيم المؤشر وتكرار كل منها يسمى الجدول التكرارى أما المدرج التكرارى كما بالرسم فهو صورة بسيطه للتعبير عن الجدول التكرارى ويرسم فى هذه الحالة بأخذ قيم كمركز للفئه فى الرسم ، ونأخذ أطوالا للمستطيلات المقابلة بحيث تتناسب مع تكرار كل قيمة . أما فى مثال كالسابق لهذا (توزيع الحيازة الزراعية) فتحدد الحدود الدنيا والعليا لكل فئه قاعدة المستطيلات المقابلة بحيث تتناسب مساحتها مع تكرار قيم كل فئه . وفى عملية رسم المدرج التكرارى فتسمى عملية تحديد ارتفاعات المستطيلات المختلفة بحيث تتناسب مساحاتها مع تكرار الفئة بعملية تعديل التكرارات

ولكل مدرج تكرار يمكن الاستدلال على ما يسمى بالمنحنى التكرارى Frequency Curve كما فى الرسم . وفى سبيل تحديد المنحنى التكرارى لظاهرة تكون الخطوة الأولى هى رسم ما يسمى بالمضلع التكرارى Frequency Polygon وهو تقريب للمنحنى التكرارى . ويتم ذلك عن طريق تنصيف القاعدة العليا لكل مستطيل . ثم نصل بين هذه النقط المنصفة بخطوط مستقيمه . وباعتبار أن هناك فئه قبل الأولى وتكرارها صفر وفئه بعد الأخيرة وتكرارها أيضا صفر يتم رسم ذلك المضلع التكرارى والمفروض أنه يحصر مع الأفقى مساحة كتلك التى تحددها مستطيلات المدرج التكرارى .

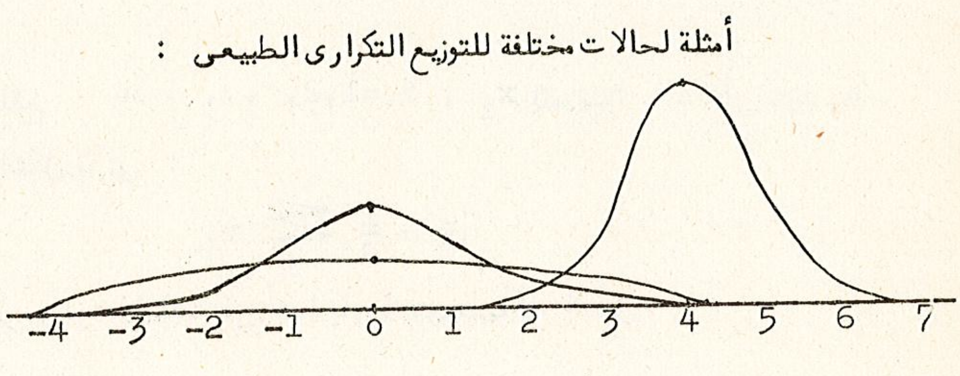
والمنحنى الذى نجده للحالة المذكورة (كما بالرسم) هو أشهر أنواع المنحنيات التكرارية ويسمى بالمنحنى الطبيعى Normal Curve ونعرفه من حيث كونه ذو قمة واحدة unimodal وبأنه متماثل Symmetrical حول نقطة فى مركزه (ولتوضيح ما نعنى لنا أيضا حديث سريع عن مقاييس النزعة المركزية) .

أمثلة لحالات مختلفة للتوزيع التكرارى الطبيعى :

A : m=o , σ = 4

B : m=o , σ = 2

C : m=4 , σ = 1



$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_i h_i x_i}{\sum_i h_i}$$

حيث h_i تكرار القيمة x_i حيث يصبح عدد قيم x هو $\sum_i h_i$ عندئذ .

تمرين : اثبت أن مجموع انحرافات القيم x_i عن المتوسط $\bar{x}$ تساوى الصفر . واثبات أنه لمتغيره جديدة $y = \frac{x-a}{b}$ (حيث a , b ثوابت) فانه $\bar{y} = \frac{\bar{x}-a}{b}$

مثال : حساب الانتاجية المتوسطة للعمال فى وحدة انتاجية :

الجدول الآتى يمثل الانتاجية المتوسطة فى الدقيقة لكل عامل من أربع عمال فى وحدة انتاجية .

عمال	قطعة فى الدقيقة
A	35
B	34
C	27
D	28
	124

والمتوسط فى هذه الحالة هو :

$\bar{\bar{x}}_2 = \frac{١٢٤}{٤} = ٣١$ قطعة لكل دقيقة لكل عامل

ومن التعريف الذى أعطيناه للمتوسط فان هذه القيمة حصلنا عليها بمقارنة ظاهرتين هما الانتاجية فى الدقيقة من ناحية وعدد العمال من ناحية أخرى

وهذا الجدول كان من الممكن أن يكون على الصورة التالية

تمريـــــن : اعكس الصورة المتوسطة للانتاجية فى الوحدة الانتاجية التى يظهر الجدول التالـــى بياناتها ثم حاول عن طريق اعادة توزيع الوقت الكلى المتاح على العمال ذوى الانتاجية المختلفة زيادة الانتاج فى هذه الوحدة ٠

قطعة / دقيقة	قطعــة	دقيقـــة	عمــــال
0,5	300	600	A
0,5	300	600	B
0,8	400	500	C
0,7	280	400	D
1,05	420	400	E
		2500	

٥٠٢ ـ مقاييس التشتـــت Measures of Dispersion

رأينا من الأمثلة الثلاث التى أعطيناها للتوزيع التكرارى الطبيعى منحنيات تكرارية مختلفـــة وكل منها طبيعى ولكل منها قيمة معينة للمتوسط

ولكن فى مجال التحليل الاحصائى لا يكفى أبدا افتراض بأن هناك قيمة متوسطة تمثـــل تأثير العوامل التى تحدد قيم متغيره ما ، ولكن يلزم أيضا اختبار صحة هذا الافتراض باختصـــار يلزم لذلك حساب بعض المقاييس التى تحسب الى أيه درجة تمثل القيمة المحسوبة للمتوسط اتجاهـــا عاما يمثل قيم الظاهرة محل الدراسة ٠ ويقال أيضا أننا بصدد حساب مقاييس تمثل تشتت القـــيم المسجلة لظاهرة حول القيمة المتوسطة لها ٠ وهذه المقاييس بالتأكيد لازمة لحساب درجة ثقـــتى فى القيمة المتوسطة المحسوبة ٠ والمقاييس الشهيرة التى تهمنا هنا هى :

تماريــن : اثبت أن

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 h_i}{\sum h_i} - \bar{x}^2$$

وأنه للمتغيره الجديدة $y = \frac{x-a}{b}$ (حيث a, b ثوابت) فان التباين للمتغيره الجديدة يمكن كتابته على الشكل

$$\sigma^2 / b^2$$

القيم المعيارية Standardized Value

وهذه القيم تلزم فى الحالات التى نقارن فيها بين عينات تختلف أيضا فى وحدات القيــــاس الى جانب اختلافها فى قيم المتوسط . والقيمة المعيارية للمتغيرة x والتى حسبنا لها المتوســـط $\bar{x}$ والانحراف المعيارى s_x هى :

$$\frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

تمريــن : اثبت أنه للقيم المعيارية $x' = \frac{x-\bar{x}}{s_x}$

فان $s_{x'} = 1,0 \quad , \quad \bar{x'} = 0$

حيث $\bar{x'}$ المتوسط للقيم المعيارية ، $s_{x'}$ الانحراف المعيارى لها .

النتائج وتحليلها بقصد التأكد من واقعيتها ٠ وقد يتم ذلك عن طريق مقارنة أكثر من عينة أو عن طريق التحليل المنطقى للقوانين الموضوعية التى تحكم المجتمع محل الدراسة ٠

٣٠٢٠ بعض مشاكل المقارنات الاحصائية

ونحب فى هذا الصدد الاشارة الى أكثر من مشكلة قد تواجهنا فى عملية التحضير للدراسة الاحصائية :

أولا : بعض المفاهيم الاحصائية قد يختلف مضمونها من بلد الى آخر أو بين بعض الاحصائيين وعلى سبيل المثال لا الحصر فان مفهوم الدخل القومى يختلف ما بين البلدان الاشتراكية والبلدان الرأسمالية وبالتالى يجب تصحيح البيانات التى تمثل تطور الدخل بحيث يتشابه مضمون الدخل القومى قبل اجراء أية مقارنة بين النظامين تستخدم فيها أرقام الدخل القومى ٠ ففى حساب الدخل القومى ببلدان الكتلة الاشتراكية يسقط الجزء من القيمة المضافة المتولدة فى قطاع الخدمات من الحساب ٠ بينما تعتبر هذه القيمة المضافة فى النظام الرأسمالى جزءا من الدخل القومى ٠ وسبب ذلك الخلاف هو باختصار الاختلاف المذهبى على تعريف العمل المنتج ٠ (لا يعتبر قطاع النقل والمواصلات جزءا من قطاع الخدمات) ٠

كذلك فعلى سبيل المثال فان الانتاج الكلى فى قطاع الطاقة الكهربائية فى الاتحاد السوفيتى يشمل الاستهلاك الوسيط من الطاقة الكهربائية فى عملية الانتاج بذلك القطاع ، بينما لا يشمل الانتاج الكلى من الطاقة فى الولايات المتحدة الأمريكية قيمة هذا الاستهلاك الوسيط ٠ وبالتالى يصبح من اللازم تعديل قيمة الانتاج الكلى من الكهرباء بالاتحاد السوفيتى عن طريق طرح الاستهلاك الوسيط من الكهرباء قبل مقارنة تلك الأرقام بمثيلتها فى الولايات المتحدة الأمريكية ٠

البلد الأول

عـدد العمال نسبة مئوية	عـدد المصانـع نسبة مئويـة	الفئـات حسب عـدد العمـال
0,7	24	1 - 5
1,5	18	6 -10
2,4	16	11 -20
5,0	14	21 -50
⋮	⋮	
100,0	100,0	

البلـد الثانـى

2	35	1 -20
2	13	21-30
2	11	31-50
⋮	⋮	⋮
100,0	100,0	

ولنرى هنا فى ذلك المثال المشاكل التى تنتج عن الاختلاف بين الفئات المستخدمه فـى كل من البلديـن (أعراض الفئات مختلفة) وذلك عن طريق الاجابةعلى السؤال الآتـى :

كم تبلغ نسبة عدد العمال (الى العدد الكلى للعمال) الموجودين فى الـ 30%

أى ضعف النسبة التى وصلنا اليها من قبل باستخدام الشكل الأصلى للجداول .

وهذا المثال قصد به فقط الاشارة الى الأخطاء التى قد نتعرض لها اذا أهملنا بعض المبادئ الهامة فى عملية مقارنة الجداول الاحصائية . وهذه المبادئ يمكن تلخيصها فيما يلى :

أ — كلما زاد عدد الفئات (أى كلما نقص العرض المستخدم لكل فئه) كلما زادت فرصة الوصول الى صورة حقيقية عن المؤشر محل الدراسة . أى تعتمد النتيجة النهائية التى نصل اليها على مدى التقسيم المستخدم .

ب — عند مقارنة جدولين احصائيين ببعضهما يجب أن يتشابه النظام المستخدم فى التقسيم الى فئات فى كل من الجدولين . أى يجب أن تتشابه الفئات .

ج — التجميع الى فئات أعرض مرفوض الا اذا كانت هناك أهمية قصوى لذلك واستحالت معالجة البيانات على شكلها الأصلى .

٤ . دراسة شكل ومدى العلاقة بين المتغيرات

تعرضنا فى الجزء الأول من المذكرة لأهمية الاحصاء وأساليبه فى مجال الكشف عن القوانين الموضوعية التى تحكم النظام الاقتصادى . وقلنا أنه لا يكفى مثلا أن نقول أن الاستهلاك يزيد تبعا لزيادة الدخل عندما نكون بصدد وضع خطة ما أو بصدد صياغة أكمل لعلم الاقتصاد بل يجب أن نحدد أيضا شكل العلاقة التى تربطهما الى أكبر درجة من الدقة وفى صورة تساعدنا على أخذ القرارات . والصورة المثلى التى تساعدنا على ذلك هى الصورة الرياضية . أى صياغة العلاقة التى تربط المتغيرين بعضهما البعض فى شكل دالة رياضية . وصياغة هذه العلاقة أو ما يماثلها يمكننا من الاجابة على مجموعة من الأسئلة التى ما كان يمكن الاجابة عليها بدون استخدام الأساليب الاحصائية ومن هذه الأسئلة :

أى استطعنا تحديد أيهما يتغير أولا ويتغير نتيجة لتغيره الآخر ، فاننا نسمى هـذا التغير الأخير بالمتغير التابع (الاستهلاك مثلا) والمتغير الأول نسميه المتغير المستقل (الدخل مثلا) .

وما لم ينص غير ذلك فسنرمز بالرمز x للمتغير المستقل وبالرمز y للمتغير التابع .

ـ اذا سجلنا لأحد المتغيرات ، y مثلا ، قيمتان y_1 , y_2 عند لحظتين زمنيتين مختلفتين فان الفرق

$$\Delta y = y_1 - y_2$$

يسمى الزيادة المطلقة فى قيمة المتغير Y.

ـ اذا نسبنا الزيادة المطلقة الى المستوى الذى كان عليه المتغير قبل هذه الزيادة فاننا نحصل على ما يسمى بالزيادة النسبية وتساوى

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{y_1 - y_2}{y_2}$$

ـ فى الرسم البيانى الذى يمثل العلاقة بين متغيرين يأخذ المتغير المستقل x دائما المحور الأفقى ويأخذ المتغير Y دائما المحور الرأسى .

أولا : الدالـــة الخطيـــة

ونرمز لها فى شكلها العام بالصورة

$$y^+ = a + bx$$

حيث a, b ثوابت وترمز x للقيم المختلفة للمتغيره المستقلة X ووضعنا للعلامة (+) فوق الرمز لقيم المتغير Y يعنى أننا نقصد القيم النظرية التى تمثلها الدالة ولا نعـنى القيم $\bar{y}$ التى تمثل قيم حقيقية تاريخية أمكن جمعها عن المتغير

نفترض فيها من الناحية التحليلية لطبيعة العلاقة بين x , y أنه لزيادة ما فى المتغير المستقل فاننا نتوقع دائما نفس الكمية للزيادة فى المتغير التابع . أى أن كمية الزيادة المطلقة التى تحدث فى المتغير التابع تعتمد فقط على مقدار الزيادة المطلقة التى حدثت فى المتغير المستقل أى لا تعتمد Δy على المستوى الذى كانت عليه x عندما حدثت الزيادة

مثال ١ :

اذا كنا بصدد اختيار الدالة الرياضية التى تمثل العلاقة بين انتاج الطاقة الكهربائية فى وحدة انتاجية تستخدم السولار فى انتاجها للكهرباء (المتغير المستقل) والتكلفة المتغيرة لعملية الانتاج هذه (المتغير التابع) فانه يمكننا ، والى قدر كبير من الدقة ، افتراض أنه لزيادة الانتاج من الكهرباء بوحدة واحدة يلزمنا دائما نفس القدر من المدخلات والمصروفات التى تمثل التكلفة المتغيرة لانتاج هذه الوحدة من الطاقة . أى أننا نفترض ضمنا بأن قيمة التكلفة المتغيرة التى ستزيد نتيجة لزيادة انتاجنا من الطاقة لا تعتمد على المستوى الذى كان عليه انتاج الطاقة من قبل أو على أى عامل آخر . فقط تعتمد على مقدار الزيادة المطلقة فى انتاج الطاقة .

هنا فان العرض السابق يمكن التعبير عنه بشكل رياضى بأن العلاقة بين الانتاج والتكلفة المتغيرة هى علاقة خطية . واذا افترضنا أن القيمة المتوسطة التى سترتفع بها التكلفة المتغيرة نتيجة لزيادة انتاجنا من الطاقة بوحدة واحدة هى b فيكون :

$$y = a + bx$$

واذا افترضنا الى جانب ذلك بأنه عندما تتوقف عملية الانتاج تماما $(x = 0)$ فان التكلفة المتغيرة تتلاشى ، فان صورة الدالة الخطية تصبح

$$y = bx$$

أى أن الحد المطلق يختفى من المعادلة

تعريف المرونة النسبية : وتسمى أيضا باختصار المرونة

تعرف المرونة لعلاقة بين متغيرين بأنها خارج قسمة الزيادة النسبيةفى المتغير التابع على الزيادة النسبية فى المتغير المستقل ٠ أى

$$\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x}$$

ودالة ثبات المرونة تمثل هذا النوع من العلاقات الذى به المرونة مقدار ثابت ٠ ويمكن اثبات أن الصورة الرياضية العامة لدالة المرونة الثابتة تمثل نفس العلاقة التى تمثلها المعادلة :

$$\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} = \beta$$

أو

$$\frac{\Delta y}{y} = \beta \frac{\Delta x}{x}$$

أو

$$\Delta y = \beta \cdot \Delta x \cdot y \cdot \frac{1}{x}$$

أى أن الزيادة المطلقة التى تحدث فى المتغير التابع Δy لا تتوقف فقط على الزيادة التى حدثت فى المتغير المستقل Δx ولكن يحكمها أيضا المستوى الذى كان عليه x, y قبل هذه الزيادة فى x

متى نستخدم دالة المرونة الثابتة لتمثيل العلاقة بين متغيرين اقتصاديين ؟

كما ذكرنا فان هذه الدالة تستخدم فقط فى الحالات التى نفترض فيها من الناحية التحليلية لطبيعة العلاقة بين x, y أنه لزيادة نسبية ما فى المتغير المستقل فاننا نتوقع دائما نفس الكمية للزيادة النسبية فى المتغير التابع ٠ أى أن كمية الزيادة المطلقة التى تحدث فى المتغير التابع تعتمد على المستوى الذى كانت عليه المتغيرات الى جانب اعتمادها على مقدار الزيادة المطلقة التى حدثت فى المتغير المستقل ٠

تمريـــن ١ : اذا استطعنا من بيانات تاريخية استنتاج العلاقة التى تربط الزيادة فى الدخـــل (بالقروش) للأسر منخفضة الدخل بالحضر بالزيادة فى الاستهلاك من الشـــاى (بالقروش) وكانت على الشكل الآتـــى :

$$y = (0,11)\ x^{(0,7)}$$

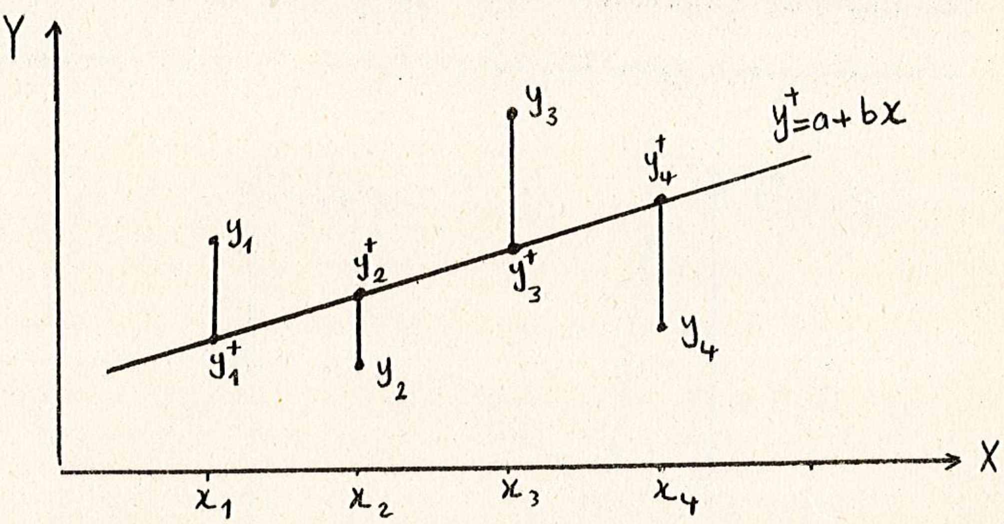
حيث x الدخل المتاح ، y الاستهلاك من الشاى . احسب القيمـــة المتوسطة التى نتوقعها للاستهلاك من الشاى لأسرة دخلها عشرة جنيهات فـــى الشهـــر .

(ملحوظة : البيانات تقديرية)

تمريـــن ٢ : من التمرين السابق واذا علمنا أن الدخل للأسرة فى الحضر ينمو بمعدلات سنويـــة متوسطة تساوى 2% فاحسب المعدلات التى ينمو بها الاستهلاك من الشـــاى سنويـــا .

مربعات انحرافات القيم الحقيقية للمتغير التابع y عن القيم المناظرة للدالة y^+ .

(لذلك تسمى طريقةحساب الثوابت بطريقة المربعات الصغرى Least square method)



اي الوضع الذى بــه :

$$\sum (y-y^+)^2 = (y_1-y_1^+)^2+(y_2-y_2^+)^2 + \ldots$$

نهاية صغرى = Minimum =

والحكمة من اننا نأخذ مجموع مربعات الانحرافات وليس مجموع الانحرافات فــى عملية البحث عن الوضع الامثل للدالة هى نتيجة لكون الانحرافات تأخذ قيما موجبة تارة عند مـا تكون القيمة الحقيقية اكبر من القيم النظرية وقيما سالبة عند ما يحدث العكس . واذا جمعنـا هذه الانحرافات باشاراتها لا نحصل بالطبع على مؤشر لمدى تشتت النقط حول الدالـــة الرياضية حيث يحدث اننا نطرح الانحرافات أحيانا ونجمعها أحيانا أخرى . لذلك نأخـذ مربعات الانحرافات كما ذكرنا فتأخذ الانحرافات بذلك دائما اشارة موجبة . ذلك الـى جانب ان هذه الصياغة لتعريف الوضع الامثل للدالة يسهل مهمتنا جدا فى البحث عـن قيم الثوابت المثلى .

ولنأخذ النموذج الخطى $y^+=a+bx$ وعلينا أن نبحث عن قيم a, b التى تحقـق

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n} = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

مثال : اذا افترضنا النموذج الخطى لتمثيل البيانات الاتية عن : x,y

	x	y	xy	x^2
1	100	1,7	170,0	10000
2	116	1,8	208,8	13456
3	129	2,0		
4	141	2,5		
5	147	3,2		
6	152	3,4		
7	156	3,8		
8	156	4,0		
9	163	4,0		
10	170	4,2		
$\sum$	1430	30,6	4559,3	208832

فانه لحساب القيم المثلى للثوابت a,b للصورة $y^+=a+bx$ يلزم اولا استحداث عمودين جديدين هما عمود يمثل ناتج ضرب كل قيمة للمتغير x بنظيرتها للمتغير y وعمود آخر يمثل مربع كل قيمة للمتغير x ٠ ثم نجمع بعد ذلك القيم الموجودة بكل عمود من العواميد الاربع ونعوض فى الصورة التى كتبناها للقيمة المثلى للثوابت a,b أى

تمرين ١ : اذا اشترطنا من الناحية التحليلية انه عندما تساوى x الصفر فان المتغير التابع y يتلاشى ايضا ، اى تصبح الدالة الخطية على الصورة $y^+ = b\,x$ ، فاثبت أن القيمة المثلى للثابت b على الصورة :

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

تمرين ٢ : اما اذا افترضنا ان النموذج الخطى يوازى المحور الرأسى (الذى يمثل محور x) ، أى $y^+ = a$ ، فأوجد القيم المثلى للثابت a .

تمرين ٣ : اثبت انه من البيانات الاتية للمتغيرين x,y واذا افترضنا أن الصورة الخطية تمثل العلاقة بينهما

x	129	141	147	152	156	156	163	170
y	1025	1054	1069	1065	1071	1080	1098	1125

فاننا نحصل على

$$y^+ = 749,1 + 2,136\ x$$

$$\sum (y - y^+)^2 = 403$$

الريف	x	15,0	21,4	25,8	29,4	33,5	38,9	44,7	52,7	69,1	116,1
	y	5,5	7,1	7,7	8,3	8,9	9,3	9,7	10,5	11,3	14,8
الحضر	x	19,7	30,7	38,7	45,4	53,8	65,5	82,3	108,0	143,8	273,3
	y	5,7	7,2	7,4	7,6	7,8	7,8	8,0	8,0	7,8	8,4

ملاحظة (١) : المعادلة التى تعطينا القيمة المثلى للثابت b يمكن وضعها ايضا على الشكل :

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

ملاحظة (٢) : اذا كانت قيم المتغيرة x بالجداول تتزايد بانتظام وبكمية ثابته فانه يمكن تبسيط عمليات الحساب كما سنرى فى النقطة (٢٠٥) .

من هنا فاننا نرى أن مجموع مربعات الانحرافات لأى نموذج رياضى يحقق العلاقة :

$$0 \leq \sum(y - y^{+})^2 \leq \sum(y - \bar{y})^2$$

معامل الارتباط العـام R

سنعرف معامل الارتباط بين المتغيرين x,y وذلك بعد استخدام الدالة الرياضية y^{+} (أيا كانت) لتمثل العلاقة بينهما أحسن تمثيل :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y - y^{+})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

والحكمة من اختيار هذه الصياغة لمعامل الارتباط هى أن تكون قيم هذا المعامل محصورة بـــين صفر (عندما لا يوجد ارتباط بالمرة) والواحد الصحيح (عندما يكون الارتباط 100%)

ملاحظـة : لحساب قيم $\sum(y - \bar{y})^2$ نضعها أولا على الشكل

$$\sum(y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \frac{1}{n}\left(\sum y\right)^2$$

وبالتالى يجب أن نحسب عمودا جديدا يمثل مربعات قيم المتغير التابع .

مثـال : للنموذج الذى استخدمناه من قبل $(y^{+} = -2,974 + 0,0422\ x)$

فاننا نضيف الى الحسابات العمود التالى كى يمكننا حساب معامل الارتباط .

y^2	2,89	3,24	4,00	6,25	10,24	11,56	14,44	16,00	16,00	17,64

$$\sum(y - \bar{y})^2 = 102,26 - \frac{30,6 \cdot 30,6}{10} = 9,624, \quad \sum y^2 = 102,26$$

ويكون معامل الارتباط لذلك المثال

$$R = \pm\sqrt{1 - \frac{0,857}{9,624}} = \pm\ 0,95$$

والناتج يحل محل $\sum (y-y^{+})^2$ فى القانون الذى يعطينا R^2 فنحصل على r^2

تمرين ١ : اثبت أن $r = b\,\frac{Sx}{Sy}$

حيث Sx, Sy الانحراف المعيارى لقيم x, y

تمرين ٢ : اثبت أن $r = \frac{1}{n} \sum x' \ y'$

حيث x' , y' القيم المعيارية لقيم x, y

تمرين ٣ : اثبت أن قيمة معامل الارتباط الخطى لا تتغير اذا أعدنا حساب العلاقة الخطية بين x, y بحيث يكون على العكس x هو المتغير التابع ، y المتغير المستقل

اختبار مدى الثقة بنموذج خطى مستخدم :

يمكن استخدام الاختبار الاحصائى فى محاولة للتأكد من أن القيمة التى حسبناها لمعامل الارتباط الخطى قيمة تمثل واقع وجود علاقة بين x, y وليست نتيجة للصدفة . أى لاختبار مدى الثقة بالنموذج الخطى المستخدم وذلك عند اتخاذ قرارات بواسطته . والجدول التالى يبين القيم الدنيا لمعامل الارتباط عند اثنين من مستويات الثقة الكبيرة (95% , 99%)

لذلك تقرير الآتـــى :

— قيمة معامل الارتباط الخطى (0,950) التى حسبناها ليست نتيجة للصدفـــة ولكنها نتيجة فعلا لوجود علاقة بين x,y ويقال باختصار أنه توجد علاقـــة بين x,y

والطريقة المثلى لاختبار مدى الثقة بنموذج خطى هى ما يسمى بمقارنة قيم اختبارية بجداول توزيـــع t (t-Distribution) وذلك للقيم التى عددها $n < 80$ قيمة . وتحسب هذه القيم الاختبارية من معامل الارتباط الخطى باستخدام القانون الآتـــى :

$$t = \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}} \sqrt{n-2}$$

حيث n عدد القيم ، n-2 تسمى عدد درجات الحرية وتساوى عدد القيم مطروحا منـــه عدد الثوابت بالنموذج المستخدم وهذه القيم التى حسبناها للقيمة الاختبارية t نقارنها بعـــد ذلك بالجدول الآتى وهو لمستوى ثقة 95% فاذا زادت القيمة عن المناظرة لها (لنفس عـــدد درجات الحرية) بالجدول نستطيع التقرير بأن هناك علاقة بين x,y وهكذا .

n-2	t	n-2	t
1	12,706	16	2,120
2	4,303	17	2,110
3	3,182	18	2,101
4	2,776	19	2,093
5	2,571	20	2,086
6	2,447	21	2,080
7	2,365	22	2,074
8	2,306	23	2,069
9	2,262	24	2,064
10	2,228	25	2,060
11	2,201	26	2,056
12	2,179	27	2,052
13	2,160	28	2,048
14	2,145	29	2,045
15	2,131	30	2,042

حيث F ثابت يعتمد على مستوى الثقة المطلوب ويحسب من الجداول الآتية لتوزيـــع F:

n-2	F		n-2	F	
	مستوى الثقة 95%	مستوى الثقة 99%		95%	99%
1	199,50	4999,5	16	3,63	6,23
2	19,00	99,00	17	3,59	6,11
3	9,55	30,82	18	3,55	6,01
4	6,94	18,00	19	3,52	5,93
5	5,79	13,27	20	3,49	5,85
6	5,14	10,92	21	3,47	5,78
7	4,74	9,55	22	3,44	5,72
8	4,46	8,65	23	3,42	5,66
9	4,26	8,02	24	3,40	5,61
10	4,10	7,56	25	3,39	5,57
11	3,98	7,21	26	3,37	5,53
12	3,89	6,93	27	3,35	5,49
13	3,81	6,70	28	3,34	5,45
14	3,74	6,51	29	3,33	5,42
15	3,68	6,36	30	3,32	5,39

الاتجاه العام للمتغير y_t (ويمثل أيضا المبيعات من سلعة أخرى) بمعدلات زيادة أم معدلات نقص. والسبب فى ذلك على وجه التحديد هو تداخل مكونات السلاسل الزمنية التى نقسمها الى ثلاث :

أ) الاتجاه العام للسلسلة الزمنية $(\bar{y}_t)$: (Trend)

ويمثل ناتج تأثير العوامل الرئيسية التى تحكم تطور المتغير محل الدراسة .

ب) الانحرافات الموسمية (P_t) : (Seasonals)

وتمثل الانحرافات عن الاتجاه العام المذكور والتى سببها هو تغير مواسم السنة المختلفة بطقسها المختلف ومناسباتها المختلفة . وبالطبع مثل هذه الانحرافات لا يمكن ظهورها الا فى بيانات شهرية أو فى بيانات تجمع لكل ثلاث شهور (أرباع السنة) . وهى تتسم بانتظامها ودوريتها .

جـ) الانحرافات العشوائية :

وسببها المؤثرات الطارئة التى تؤثر على قيم المتغير وبالطبع خلاف العوامل الرئيسية التى تحدد الاتجاه العام للمتغير . وتظهر فى صورة انحرافات غير منتظمة عن الاتجاه العام أو انحرافات غير منتظمة عن الانحرافات الموسمية .

طريقة فصل مكونات السلاسل الزمنية

أولا : فصل الاتجاه العام y_t فى حالة وجود ذبذبات موسمية :

بما أن هذه الذبذبات منتظمة ودورية فاننا نفصلها عن طريق حساب وسط متحرك (Moving Average) للسلسلة الزمنية الأصلية y_t وعرضة هو عرض دورة هذه الذبذبات الموسمية . فاذا كانت البيانات شهرية فاننا نستخدم وسطا متحرك عرضة اثنى عشر شهرا واذا كانت البيانات لأرباع السنة نستخدم وسطا متحركا عرضه أربع نقط زمنية .

وبعد عملية الفصل للذبذبات الموسمية عن الاتجاه العام لقيم هذه المتغيرة y_t يتضح لنا أن هناك اتجاه عام صاعد بدرجة خفيفة فى المبيعات .

ثانيا : فصل الاتجاه العام عن الانحرافات العشوائية

وهنا نستخدم أيضا وسطا متحركا لتسوية السلسلة الزمنية . أى لفصل الاتجاه العام عن هذه الانحرافات .

هنا يجب أن نراعى بعض المبادئ فى اختيار عرض هذا الوسط المتحرك :-

- يجب أن يمثل عرض الوسط المتحرك عددا فرديا من النقط الزمنية وذلك لكى تطابق النقطة المتوسطة للوسط المتحرك نقطة زمنية حقيقية .

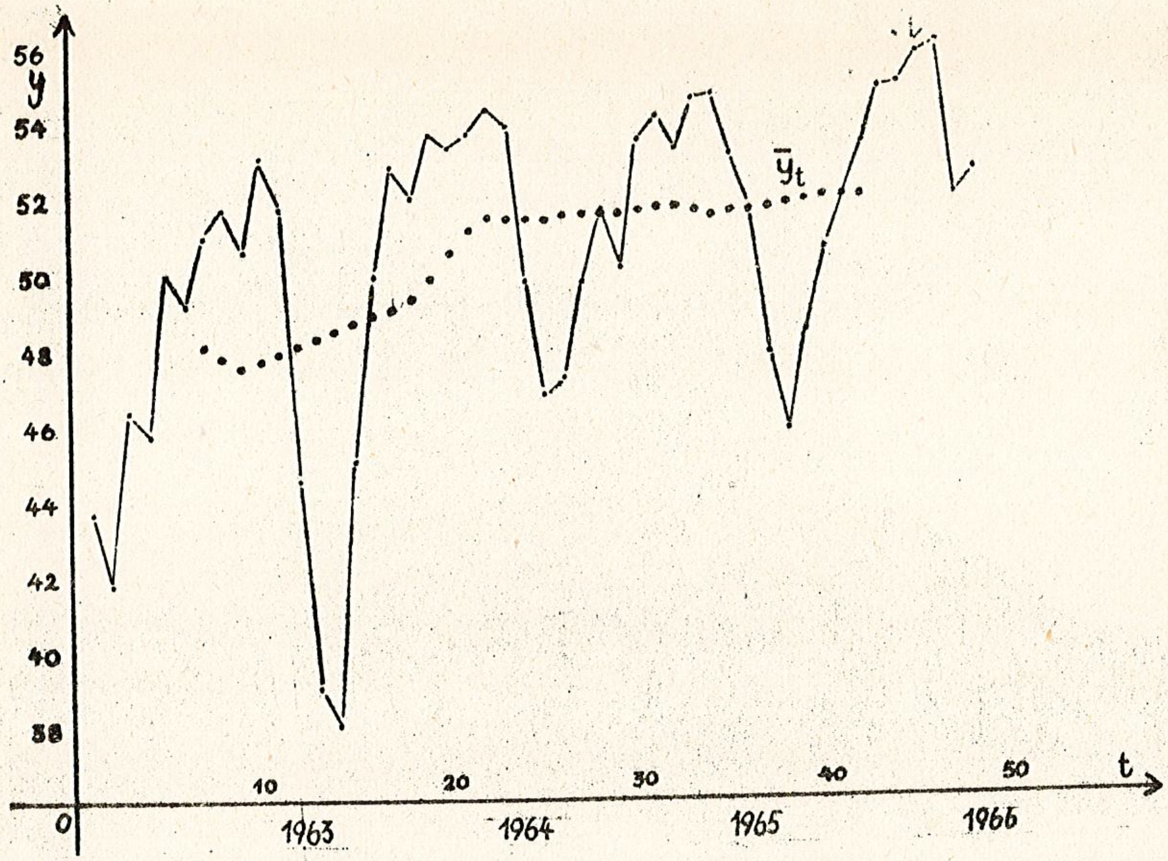
- يجب أن يكون العرض كبيرا بدرجة تسمح بتسوية كافية للسلسلة الزمنية . أى تسمح بفصل الاتجاه العام وتوضيحه .

- وعلى العكس يجب ألا يكون هذا العرض كبيرا بحيث يخفى ملامح الاتجاه العام للسلسلة الزمنية .

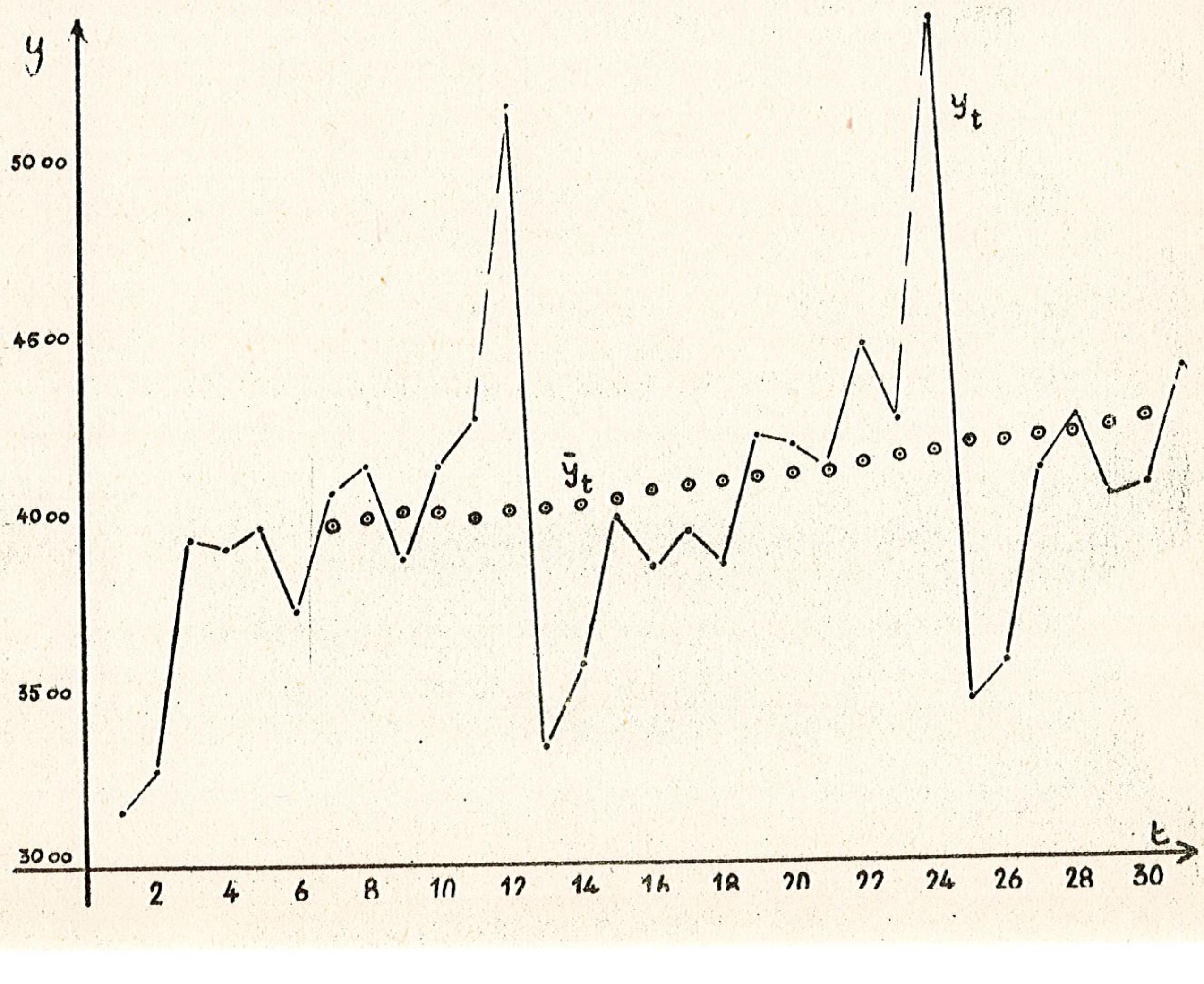
ولقد أظهرت الخبرة أن وسطا متحركا عرضه خمس نقط زمنية مناسب جدا لفصل الاتجاه العام عن الانحرافات العشوائية .

والجدول الآتى يمثل وسطا متحركا عرضه خمس نقط زمنية لسلسلة زمنية يتضح لنا منها التسوية التى حدثت للسلسلة الزمنية ويتضح أيضا أننا نفقد دائما عددا من النقط فى السلسلة الزمنية نتيجة لحساب الوسط المتحرك .

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	48,34	48,51	48,71	48,89	49,03	49,33	49,89	50,60	51,17	51,45
y_t	-	-	48,69	48,89	49,17	49,55	50,00	50,48	-	-



y
56
54
52
50
48
46
44
42
40
38
0
10
20
30
40
50
t
1963
1964
1965
1966
$\bar{y}_t$



y
50 00
45 00
40 00
35 00
30 00
y_t
$\bar{y}_t$
t
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum t}{n}$$

ولكن اذا كانت t تأخذ القيم $t = 1,2,\ldots,n$

يصبح عندنا
$$\sum t = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

واذ ن نحصل على

$$b = 6 . \frac{2\sum yt - (n+1)\sum y}{n(n^2 - 1)} ,$$

$$a = \frac{\sum y}{n} - \frac{(n+1)}{2} b$$

أى أننا لا نحتاج الى جمع العمود الذى به قيم t ولا نحتاج الى اضافة عمود جديد به قيم t^2

وهناك طريقة أخرى لتبسيط العمليات الحسابية فى حالة حساب قيم الثوابت للدالة الخطيـــــة عند عمل نموذج للسلاسل الزمنية وتتم بالشكل الآتـــى :

نعوض عن قيم الزمن t أيا كان شكلها الأصلى بالمتغير t^* , حيث :

اذا كان عدد القيم فردى $t^* = t - \frac{n+1}{2}$

أو اذا كان عدد القيم زوجى $t^* = 2t - (n+1)$

وفى كلا الحالتين نحصل على $\sum t^* = 0$.

ويمكن فى هذه الحالة اثبات أن صور القانون الذى يعطينا a يصبح على الصورة $a = \frac{\sum y}{n}$ أيا كانت n زوجية أو فردية وأن القانون الذى يعطينا b يصبح على الصورة :

ثانيا : الدالة الأسية $y^+ = a\ b^t$

ونستخدمها فقط فى الحالات التى يمكننا من الناحية التحليلية بالنسبة لها افتراض اتجاه عام لثبات الزيادات النسبية $\frac{\Delta y}{y}$ فى قيم y مع زيادة الزمن t أى لا تعتمد الزيادة المطلقة Δy على الزمن فقط ولكن تعتمد أيضا على المستوى الذى وصلت اليه y قبل هذه الزيادة . وهذا الافتراض أكثر واقعية بالتأكيد عن الخط المستقيم فى حالة اختيار دالة رياضية لتمثل نمو السكان مثلا . فهنا يمكننا افتراض أن الزيادة المطلقة فى عدد السكان نسبة معينة من عدد السكان فى اللحظة الزمنية السابقة . وأكثر واقعية بالتأكيد عن الخط المستقيم اذا كنا نبحث مثلا عن الدالة الرياضية التى تمثل نمو الدخل القومى مع الزمن حيث أن الزيادة المطلقة التى تحدث سنويا فى الدخل تتوقف بالدرجة الأولى على المستوى الذى وصل اليه الدخل فى آخر مرحلة له فى النمو .

والثابت a يمثل مستوى y عند نقطة البدأ حيث $t = o$

واذن $y_o = a$, $y_t = y_o\ b^t$

أما الثابت b فهو خارج قسمة كل قيمة للمتغير y على القيمة السابقة لها مباشرة وذلك حيث

$$y_t = y_o\ b^t \quad , \quad y_{t-1} = y_o\ b^{t-1}$$

اذن

$$\frac{y_t}{y_{t-1}} = b$$

ولكن عندنا الزيادة النسبية

$$\alpha = \frac{\Delta y}{y} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$

والثابت α يسمى الزيادة النسبية المتوسطة ويسمى أيضا معدل النمو المتوسط

٥٠٣٠ الأرقام القياسيــــة (Index Numbers)

والأرقام القياسية احدى الطرق التى تساعدنا على حساب اتجاه وحجم التغير فى متغــيرة اقتصادية معينة . ويتم ذلك عن طريق نسب مستويات هذه المتغيرة عند نقطتين زمنيتين لبعضهما البعض .

والأرقام القياسية نوعان : نوع بسيط وذلك طالما لا نضطر فى حسابنا لذلك الرقـــم القياسى للدخول فى مشاكل الترجيح أو التجميع Aggregation

ومثال على ذلك هو حساب الأرقام القياسية للمتغيرة البسيطة بالجدول الآتى :

t		y_t	$I_{t-1,t}$	$I_{o,t}$
0	1955	56,7	-	100
1	56	60,8	107,2	107,2
2	57	64,1	105,4	113,1
3	58	74,3	115,9	131,0
4	59	83,5	112,4	147,3
5	1960	89,3	106,9	157,5

ففى العمود الأول حسبنا رقم قياسى متسلسل على شكل نسبة مئوية $I_{t-1,t}$ وذلك عن طريــق نسب كل قيمة لسابقتها من قيم المتغير $I_{t-1,t} = y_t/y_{t-1}$. وفى العمود الثانــى $I_{o,t}$ حسبنا هذه الأرقام عن طريق نسب كل قيم المتغيرة الى قيمة واحدة معينة وهــى قيمة y_{1955} (ويقال $1955 = 100$) .

$$I_{o,t} = y_t/y_o$$

V	P	q
قيمة المبيعات	أسعار السلع المختلفة	الكمية المباعة من سلع مختلفة
التكلفة الكلية	التكلفة المتوسطة لانتاج السلعة بكل مصنع	عدد القطع التى تنتجها مصانع مختلفة من سلعة معينة
الأجر الكلى	الأجر المتوسط للعامل بكل مصنع	عدد العمال بمصانع مختلفة
الانتاج	الانتاجية المتوسطة للعامل بكل ورشة	عدد العمال بورش مختلفة

ويمكننا الآن صياغة المشكلة بشكلها العام كالآتى :

فى حساب تطور أى متغيرة p أو q عبر الزمن (من الجدول السابق) وقابلتنا احدى مشاكل التجميع فاننا نلجأ لحساب شكل واتجاه تطور هذه المتغيرة عن طريق حساب مدى تأثير تغير هذه المتغيرة على $V = pq$ وذلك باستخدام أحد الأرقام القياسية الآتية . وذلك هو النوع المركب من الأرقام القياسية .

(٢) P الأجر المتوسط ، q عدد العمال فى أربع مصانع

	p_o	q_o	p_1	q_1
1	300	200	330	200
2	330	300	380	400
3	370	400	440	500
4	420	300	520	500

ـ احسب رقما قياسيا لتطور الأجر المتوسط للعمال بالمصانع الأربع كوحدة واحدة ٠

ـ احسب رقما قياسيا يمثل تطور عدد العمال الكلى فى المصانع الأربع ٠

ـ احسب رقما قياسيا يمثل تأثير الزيادة أو التغير فى توزيع العمال بالمصانع على تطور الأجر المتوسط للعمال بالمصانع ٠٠٠

(ملاحظة : يمكن استخدام أرقام قياسية كالآتية :

$$\left(\frac{\sum p_o \, q_o}{\sum q_o} \; : \; \frac{\sum p_o \, q_1}{\sum q_1} \right.$$

قائمـــــة مراجـــــع

قائمـه ببعض المراجـــع التى يمكن الاســـتفاده بهـا : ــ

1. Aitken, A.C., Statistical Mathematics. Oliver & Boyed, 8th edition, London & New York 1957

2. National Bureau of Standards, Experimental Statistics. Hand Book 91, August 1963, October 1966.

٣ ــ حسن محمـد حسـين : البحـث الاحصائى . دار النهضه العربيه

٤ ــ محرم وهبى محمـود : مبادئ النظريه الاحصائيه وتطبيقاتها (الجزء الأول)
مذكرات معهد التخطيط القومـى (توزيـع داخلى)

٥ ــ يوسـف نصـر الديـن : مقدمــه فى الاسلوب الاحصائى
مذكره رقم ٨٩٦ من مذكرات معهد التخطيط القومى