الجمهورية العربية المتحدة

معهد التخطيط القومى

مذكرة رقم ١٦٦

محاضرات فى الاقتصاد القياسى

للدكتور محمد محمود الإمام

الجزء الثانى ٨

٩ يونيه سنة ١٩٦٢

القاهرة
٣ شارع محمد مظهر - بالزمالك

الفصـــل الثالـــــث

بعض مشاكل تكوين المعـادلات الاقتصـــادية

٣/١ ـ مقدمـــة

رأينا من قبل أن المعادلات بالصورة التى ترد بها فى التحليل الاقتصادى النظـرى لا تكون عادة صالحة للقياس المباشر ، وأنه لا بد من ادخال بعض التعديلات علـى المتغيرات لجعلها قابلة للمشاهدة ، ولا بد أيضا من اجراء بعض الاختبارات وادخـال بعض القيود حتى تكون الصورة الصريحة للمعادلات متفقة مع الفروض الضمنية أو الصريحـة للنظريـة .

وهناك مشاكل أخرى تظهر بشكل أوضح عند القياس ولو أن أهميتها تمتد الـى التحليل النظرى نفســه . ومن أهم هذه المشاكل مشكلة الربط بين النظريات أو النماذج الأفـرادية micro - models وبين النظريات أو النمـاذج الاجماليـة macro - models وكيفية استخلاص أحدهما من الآخـر .

فالسؤال الذى قلما يتعرض له الكاتب النظرى رغم أهميته هـو : هل يجـب أن نستخلص العلاقات التى تربط بين الاجماليات من واقع العلاقات التى تضعها النظـرية لسلوك المفردات المناظرة ، أم هل نستطيع أن نعالج الاجماليات مباشرة بدون الالـتزام بالتوفيق بين النماذج الاجمالية والنماذج الأفراديـة ؟ ولا بد للباحث القياسـى أن يحصل على أجابة لهذا السؤال عندما يعالج العلاقات الاجمالية ، فمن الممكـن أن يبحث عن تفسير للظاهرة التى يدرسها من واقع نظرية أفرادية تحدد علاقات بـين المفردات مما يضطره الى اجراء عملية تجميع قد تنتهى به أحيانا الى علاقات يصعب قياسها مباشرة أو أن يبحث عن نظرية اجمالية مباشرة يستخدمها دون الالتزام بالتأكيد من تكافوءها مع النظرية الأفرادية . وسوف نعالج هذه المشكلة فى البند التالـى .

هناك مشاكل من نوع آخر تظهر عند محاولة قياس الظواهر الديناميكية ، اذ أنـه قد يضطر الى تحوير الفرض الستاتيكى الى آخر ديناميكى أو الى صياغة نظرية ديناميكيـة قائمة بشكل يجعلها صالحة للقياس مباشرة ، وهذا يدعو لدراسة فترات الابطاء و دراسة طرق تمثيلهـا .

٢/٣ ـ المعادلات الأفرادية والمعادلات الاجمالية

من أهم العمليات التى تعترض سبيل الباحث سواء فى المجال النظرى أو القياسى عملية التجميع Aggregation ونقصد بها الانتقال بالنظرية من مستوى الفرد الى مستوى المجموع ٠ وقد تبدو هذه العملية بسيطة لأول وهلة غير أنها فى الواقع تنطوى على صعوبات رياضية كبيرة قلما يتمكن الباحثون من التغلب عليها ٠ ولتوضيح ذلك نأخذ بعض الأمثلة ونذكر فى هذا الصدد العلاقات (٣١/٢) ـ (٣٢/٢) التى أجريت فيها عملية تجميع بسيطة لأنها كانت من نوع الجمع البسيط (أى غير المرجح) ٠ لنفرض الآن أن المعادلة الفردية (٣١/٢) لم تكن واحدة بالنسبة لكل فرد وانما تختلف معالمها من فرد لآخر ، ويعنى هذا أن العلاقة هى (اذا تجاوزنا عن الحد العشوائى الأخير فى المعادلة)

$$\text{ص}_{\text{ر}} = \text{أ}_{\text{ر}} + \text{ب}_{\text{ر}}\,\text{س}_{\text{ر}} \qquad (\text{ر} = ١ ، \ldots ، \text{ن}) \qquad (١/٣)$$

واضح أن للحصول على معادلة تمثل استهلاك المجتمع كله علينا أن نجرى عملية جمع لطرفى المعادلة بالنسبة الى ر ، وقد رأينا فيما سبق أنه يستحسن تحويل المعادلة الناتجة الى متوسطات فردية وعلى هذا نقسم على ن (أى عدد الأفراد أو العائلات) وهنا نجد أن :

$$\bar{\text{ص}} = \bar{\text{أ}} + \frac{١}{\text{ن}} \sum_{١}^{\text{ن}} (\text{ب}_{\text{ر}}\,\text{س}_{\text{ر}}) \qquad (٢/٣)$$

حيث $\bar{\text{ص}} = \frac{١}{\text{ن}} \sum \text{ص}_{\text{ر}} = \frac{\text{ص}}{\text{ن}}$ ، $\bar{\text{أ}} = \frac{١}{\text{ن}} \sum \text{أ}_{\text{ر}} = \frac{\text{أ}}{\text{ن}}$

وعلى هذا فقد نتجت لدينا معادلة تجميعية فيها الطرف الأيمن متغير يمكن قياسه ومشاهدته مباشرة وهو ص/ن أى جملة الاستهلاك مقسوما على عدد الأفراد أو متوسط استهلاك الفرد ، بينما أن الطرف الأيسر احتوى على متغير قلما تتيسر معرفته مهما توفرت الاحصاءات ، وذلك لأنه لا يمثل الدخل الأهلى مقسوما على عدد الأفراد (أى س/ن) وانما هو متوسط مرجح للدخول الفردية فيه الاوزان هى المعالم الفردية $\text{ب}_{\text{ر}}$ ٠ وحتى لو تيسر لنا معرفة توزيع الدخل الأهلى على الأفراد فردا فردا فقلما نجد لدينا أية معلومات عن هذه المعالم الفردية ٠ لأنه لو كانت لدينا مثل هذه المعلومات لما كنا فى حاجة الى تقدير معالم المعادلة الاجمالية بصورة مستقلة ٠

معنى هذا أن محاولة اشتقاق المعادلات الاجمالية من المعادلات الفردية قد يوءدى بنا الى صورة رياضية يصعب قياسها • لذلك نجد أن كثيرا من الكتاب يستعيضون عن هذه الطريقة بطريقة أخرى أكثر تبسيطا ، فبدلا من السعى الى اشتقاق المعادلة الرياضية للفرد من النظرية الجزئية الاقتصادية ثم تجميع هذه المعادلة للحصول على معادلة اجمالية نجدهم يلجئون الى تكوين معادلة رياضية تمثل النظرية بالنسبة للمجتمع مباشرة مع مراعاة احتواء هذه المعادلة على متغيرات يمكن قياسها ، وهذا هو ما يفعله عادة أغلب من أجروا أبحاثا فى النماذج الاجمالية (مثل تينبرجن ، كلاين وتينتنر) • وعلى هذا نجد نظريات ومعادلات للمفردات وأخرى للمجموعات جنبا الى جنب بدون توضيح للصلة التى تربط الاثنين •

غير أننا نستطيع التغلب على هذه العقبة لو أننا حاولنا ادخال بعض الفروض الاضافية التى تساعد على تحويل المتغيرات الناجمة عن عملية التجميع والتى لا يمكن مشاهدتها الى متغيرات يمكن قياسها فعلا • لنعد مرة أخرى الى (٢) فنلاحظ أنه كان من الممكن أن نحصل على معادلة اجمالية بطريق مباشر تأخذ الصورة $\bar{\text{ص}} = \bar{\text{آ}} + \text{ب}\bar{\text{س}}$ حيث ب تناظر متوسطا ما للمعالم $\text{ب}_{\text{ر}}$ فى (١) ، غير أن هذا لا يتفق تماما مع (١) أو (٢) لاننا لو كنا نعلم ب لامكننا كتابة (٢) كالآتى :

$$\bar{\text{ص}} = \bar{\text{آ}} + \text{ب}\,\bar{\text{س}} + \text{مجـ}_{1}\,(\text{ب}_{\text{ر}} - \text{ب})\left(\frac{\text{س}_{\text{ر}}}{\bar{\text{س}}}\right)\bar{\text{س}} \qquad (٣/٣)$$

هذه المعادلة تختلف عن المعادلة الاجمالية التى نفكر فيها مباشرة من حيث الحد الأخير الذى هو عبارة عن مقياس للعلاقة بين توزيع الدخل $(\text{س}_{\text{ر}} / \bar{\text{س}})$ وبين الميول الحدية للاستهلاك عند طبقات الدخل المختلفة • لنفرض أن توزيع الدخل ظل ثابتا كما ظلت الميول الحدية الفردية للاستهلاك ثابتة عند مستويات الدخل النسبية المختلفة $(\text{س}_{\text{ر}} / \bar{\text{س}})$ فى هذه الحالة يبقى المقدار مجـ $(\text{ب}_{\text{ر}} - \text{ب})\,(\text{س}_{\text{ر}} / \bar{\text{س}})$ ثابتا مهما تغيرت $\bar{\text{س}}$ ، فاذا عرفنا ب باستخدام توزيع الدخول فى نقطة معينة كالآتى :

$$\text{ب} = \text{مجـ}\ \text{ب}_{\text{ر}}\ \text{س}_{\text{ر}} / \bar{\text{س}} \qquad (٤/٣)$$

فان الحد الثالث فى (٣) سوف يساوى صفرا عند هذه النقطة وعند جميع النقط الأخرى التى يبقى فيها التوزيع على حاله ، غير أنه اذا حدث اختلاف فى توزيع الدخل عن الوضع السائد عند هذه النقطة فان هذا لا يلزم أن يتحقق ، فاذا حدثت اعادة توزيع للدخل فى صالح من كانت دخولهم مرتبطة بميل حدى فردى للاستهلاك أعلى من المتوسط ب المحسوب من (٤) فسوف يوءدى هذا الى احداث أثر موجب على متوسط الاستهلاك الفردى والعكس ان جاءت اعادة توزيع الدخل فى صالح من يتمتعون بميل حدى منخفض ، وبعبارة أخرى فاننا نجد أن توزيع الدخل يدخل كمتغير جديد فى المعادلة • ونستطيع أن نقول أنه لو كان لدينا متغير جديد ع يمثل اعادة توزيع الدخل بحيث يرتفع كلما ازدادت نسبة الدخول الصغيرة الى المجموع وينخفض كلما نقصت هذه النسبة لامكننا ادخاله بمعامل

موجب فى المعادلة بالشكل الآتـــــى :

$$\bar{ص} = \bar{آ} + ب \bar{س} + ج \overline{(ع س)}$$

$$= \bar{آ} + (ب + ج ع) \bar{س} \qquad (٥/٣)$$

أى أن الميل الحدى للاستهلاك سوف يصبح بذلك دالة فى توزيع الدخل وليس ثابتـــــا كما يفترض عادة فى المعادلات الاجمالية الشائعة الاستخدام . ونلاحظ أيضا أنه عنـــد تغير توزيع الدخل فمن المحتمل أيضا أن تختلف $\bar{آ}$ لانها وسط حسابى بسيط للمعالـــم أ ر بينما الواجب أن تكون وسطا مرجحـا . لذلك نستطيع أيضا أن ندخل المتغـير ع فى المعادلة (٥) بحيث يؤثر على $\bar{آ}$ بجانب تأثيره علـــى ب .

ننتقل الآن الى مثال آخر نأخذ فيه للسهولة معالم متساوية للافراد ولكن المعادلـة الفردية نفسها غير خطية : من الدرجة الثانية مثـــلا

$$ص_ر = أ + ب س_ر + ج س_ر^٢ \qquad (٦/٣)$$

بالجمع على ر والقسمة على ن نجـــد أن

$$\bar{ص} = أ + ب \bar{س} + ج \left(\frac{١}{ن} مجـ س_ر^٢ \right) \qquad (٧/٣)$$

والحد الأخير يتعذر مشاهدته فى أغلب الأحوال لان الذى يشاهد فعلا هو جملة الدخـل الأهلى وليس دخول الأفراد وبالتالى مربعاتها . ولكن نتغلب على هذه الصعوبة نحسب أولا تباين الدخول الفردية س ر ، ولنرمز اليه بالرمز ع ٢ :

$$ع^٢ = \frac{١}{ن} مجـ س_ر^٢ - \left(\frac{١}{ن} مجـ س_ر \right)^٢ = \frac{مجـ س_ر^٢}{ن} - \bar{س}^٢$$

$$\therefore مجـ س_ر^٢ = ن (ع^٢ + \bar{س}^٢) \qquad (٨/٣)$$

وبالتعويض فى (٧) نجد أن :

$$\bar{ص} = \bar{آ} + ب \bar{س} + ج (ع^٢ + \bar{س}^٢) \qquad (٩/٣)$$

وبذا نكون قد استبدلنا المقدار الذى لا يمكن مشاهدته عمليا (مج $س_ر^٢$) بمجموع مقدارين احدهما يمكن مشاهدته وهو $\bar{س}^٢$ والآخر لا يمكن مشاهدته مباشرة بصورته الأصلية وهو ع ٢ ، ولكن من الواضح أنه يمثل مقياسا لتوزيع الدخل حيث أنه عبارة عن تباين الدخول . فاذا أمكن افتراض ثبات توزيع الدخل خلال جميع نقط المشاهدة أمكننا اعتبار ع٢ ثابتة فينضم أثرها الى أ بينما يقتصر الطرف الأيسر على $\bar{س}$ ومربعه $\bar{س}^٢$ ، وتكون العلاقة الاجمالية مشابهة تماما للعلاقة الفردية . أما اذا علمنا أن توزيع الدخل قد تغير عند نقط المشاهدة المختلفة بشكل أثر على تباين التوزيع فاما أن نعمل على حسابه مباشرة أو نستعيض عنه بمتغير يقيس تغير توزيع الدخل وندخل هذا المتغير بمعامل جديد فى العلاقة الاجمالية .

وكمثال آخر نأخذ دالة الادخار الفردية بصورتها المبينة فى (٢/٣٤) أى

$$ص_ر / س_ر = أ + ب \text{ لو } س_ر \qquad (ر = ١ \cdots ن) \qquad (٣/١٠)$$

ولكى ننشىء المعادلة التجميعية المناظرة نضرب الطرفين فى $س_ر$ ثم نأخذ المتوسطات

$$\therefore \bar{ص} = أ \bar{س} + ب (\frac{١}{ن} \text{ مج } س_ر \text{ لو } س_ر) \qquad (٣/١١)$$

وواضح أنه من العسير مشاهدة المتغير فى الحد الأخير من هذه المعادلة . ولكى نتغلب على هذه الصعوبة نفترض توزيعا احتماليا مناسبا يمثل توزيع الدخل وانسب الفروض هنا هو اعتبار هذا التوزيع معتدلا لوغاريتميا Log-Normal أى نعتبر لوغاريتم الدخل يتوزع توزيعا معتدلا بمتوسط = م وتباين = ع ٢ ، فاذا وضعنا $ى_ر$ = لو $س_ر$ فان $س_ر = هـ^{ى_ر}$ أى أسية ($ى_ر$) . وتكون دالة كثافة الاحتمال هى :

$$د ح (ى_ر) = \frac{١}{ع \sqrt{٢ ط}} \times \text{أسية} \left\{ - \frac{١}{٢ع^٢} (ى_ر - م)^٢ \right\} د ى_ر \qquad (٣/١٢)$$

وبأخذ التوقعات يمكن اثبات أن :

$$ت (ى_ر) = م \qquad (٣/١٣)$$

وهذا واضح من افتراضنا أن متوسط توزيع ى هو م . ولايجاد توقع $س_ر = هـ^{ى_ر}$ ، نضرب الدالة (١٢) فى أسية ($ى_ر$) ونكامل ، فنلاحظ أن الأسية فى (١٢) تصبح أسية فى :

$$ى_ر - \frac{١}{٢ع^٢} (ى_ر - م)^٢ = (م + \frac{١}{٢} ع ٢) - \frac{(ى_ر - م - ع ٢)^٢}{٢ ع ٢}$$

فاذا أخرجنا أسية ($م + \frac{١}{٢} ع^{٢}$) خارج علاقة التكامل وجدنا أن التكامل يمثل العزم الصفرى لمتغير $ى_ر$ متوسطه هو ($م + ع^{٢}$) ، وعلى هذا فانه يساوى الوحدة ، ويكون التوقع قاصرا على هذه الأسية الأخيرة ، أى أن :

$$ت (س_ر) = \text{أسية} \left\{ م + \frac{١}{٢} ع^{٢} \right\} \qquad (١٤/٣)$$

وأخيرا لايجاد توقع حاصل الضرب $س_ر لو س_ر = ى_ر هـ^{ى_ر}$ نضرب الدالة (١٢) فى $ى_ر \times هـ^{ى_ر}$ ونكامل ، فنستخرج من التكامل الأسية (١٤) ويحتوى التكامل على العزم الأول لمتغير $ى_ر$ متوسطه هو ($م + ع^{٢}$) ، أى أن التكامل يساوى هذا المقدار الأخير ، ومعنى هذا أن :

$$ت (س_ر لو س_ر) = (م + ع^{٢}) \times \text{أسية} \left\{ م + \frac{١}{٢} ع^{٢} \right\} \qquad (١٥/٣)$$

$$= ت \left(\frac{١}{ن} مج س_ر لو س_ر \right)$$

ونلاحظ من (١٤) أن لو ت ($س_ر$) = $م + \frac{١}{٢} ع^{٢}$ ، فاذا عوضنا بهذه القيمة فى الطرف الأوسط من (١٥) وجدنا أنه دالة فى ت ($س_ر$) وفى لوغاريتمها ، ولكن نحصل على تقدير غير متحيز للطرف الأخير من (١٥) نعوض عن القيم المتوقعة بالقيم المتوسطة المشاهدة أى نعوض عن ت ($س_ر$) بالمتوسط الفعلى $\bar{س}$ ، مع ملاحظة أن :

$$م + ع^{٢} = (م + \frac{١}{٢} ع^{٢}) + \frac{١}{٢} ع^{٢} = لو ت (س_ر) + \frac{١}{٢} ع^{٢}$$

$$\therefore \frac{١}{ن} مج (س_ر لو س_ر) = \bar{س} (لو \bar{س} + \frac{١}{٢} ع^{٢}) \text{ تقريبا} \qquad (١٦/٣)$$

وبالتعويض فى (١١) ثم القسمة على $\bar{س}$ نجد أن

$$\bar{ص} / \bar{س} = أ + \frac{١}{٢} ب ع^{٢} + ب لو \bar{س} \qquad (١٧/٣)$$

وفيما عدا الحد المحتوى على $ع^{٢}$ نلاحظ أن المعادلة الاجمالية تشبه المعادلة الفردية بعد استبدال القيم الفردية بالمتوسطات الاجمالية ، ولكى نعالج $ع^{٢}$ نستخدم نفس القواعد التى ذكرت فى المثال السابق .

وأخيرا فاننا نضطر فى بعض الأحيان الى تجميع معادلات من النوع الآتـــى :

$$\text{لو ص}_{\text{ر}} = \text{أ} + \sum_{\text{و}=1}^{\text{م}} \text{ب}_{\text{و}}\ \text{لو س}_{\text{ور}} \quad (\text{ر} = 1 \ldots \text{ن}) \qquad (١٨/٣)$$

فالمعادلة (١٨) يمكن اعتبارها تمثل دالة الانتاج الفردية أى للمنتجين الأفراد بحيــث يتوقف حجم الناتج ص$_{\text{ر}}$ على العناصر س$_{\text{ور}}$ المستخدمة فى المؤسسة ر . فعند الجمع على ر وأخذ المتوسط

$$\therefore \frac{1}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}} \text{لو ص}_{\text{ر}} = \text{أ} + \frac{1}{\text{ن}} \sum_{\text{و}} \text{ب}_{\text{و}} \left(\sum_{\text{ر}} \text{لو س}_{\text{ور}} \right) \qquad (١٩/٣)$$

لنرمز الى الوسط الهندسى لمتغير ما مثل ع بالرمز $\overline{\overline{\text{ع}}}$ فيكون لو $\overline{\overline{\text{ع}}} = \frac{1}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}}$ لو ع$_{\text{ر}}$ فاذا كان الوسط الحسابى لنفس المتغير هو $\overline{\text{ع}} = \frac{1}{\text{ن}} \sum_{\text{ر}} \text{ع}_{\text{ر}}$ فاننا نستـــطيع ان نعبر عن العلاقة بين المتوسطين كالآتـــى :

$$\overline{\overline{\text{ع}}} = \text{م}_{\text{ع}} \times \overline{\text{ع}} \quad (\text{م}_{\text{ع}} < 1) \qquad (٢٠/٣)$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ن}} \sum \text{لو ع}_{\text{ر}} = \text{لو}\,\overline{\overline{\text{ع}}} = \text{لو م}_{\text{ع}} + \text{لو}\,\overline{\text{ع}} \qquad (٢١/٣)$$

وباستخدام هذه العلاقة نجد أن (١٩) تصبح :

$$\text{لو}\,\overline{\text{ص}} = \text{أ} - \text{لو م}_{\text{ص}} + \sum_{\text{و}} \text{ب}_{\text{و}}\ \text{لو م}_{\text{و}} + \sum_{\text{و}} \text{ب}_{\text{و}}\ \text{لو}\,\overline{\text{س}}_{\text{و}} \qquad (٢٢/٣)$$

فاذا افترضنا أن النسب م كلها ثابتة فى جميع نقط المشاهدة استطعنا اعتبار الثلاثـــة حدود الاولى من الطرف الأيسر بمثابة ثوابت مجموعها هو جـ مثلا وتصبح المعادلة هـــى :

$$\text{لو}\,\overline{\text{ص}} = \text{جـ} + \sum_{\text{و}} \text{ب}_{\text{و}}\ \text{لو}\,\overline{\text{س}}_{\text{و}} \qquad (٢٣/٣)$$

هذه العلاقة شديدة الشبه بالمعادلة الفردية والاختلاف ينحصر فقط فى الحد المطلـــق أما اذا تغيرت توزيعات المتغيرات س$_{\text{و}}$ ، ص فى نقط المشاهدة المختلفة فان هـــذا سوف يؤثر على المعاملات م . ولا يمكن افتراض ثباتها وعلينا أن نأخذها فى الحسبان فـى المعادلة الاجمالية كما هو مبين فى (٢٢)

واخيرا نلاحظ أن (٢٣) تكافـــىء

$$\text{لو ص} = \text{جـ}' + \sum_{\text{و}} \text{ب}_{\text{و}}\ \text{لو س}_{\text{و}} \qquad (٢٤/٣)$$

حيث $\text{جَ} = \text{ج}^{*}$ لو ن (١ — مجـ بر) ، وما لم يكن مجـ $\text{ب}_{\text{ر}}$ = ١ فان الثابت جَ فى هذه المعادلة سوف يكون متأثرا بعدد المنتجين ن ، وعلى هذا يمكننا استخدام (٢٤) مع اعتبار جَ ثابتة لجميع نقط المشاهدة لو تحقق الشرط السابق أو لو كان عدد المنتجين ن ثابتا فى جميع نقط المشـــاهدة .

٣/٣ — الأرقام القياسية وعملية التجميع

تعتبر الأرقام القياسية من أكثر الطرق شيوعا لتحقيق عملية التجميع ، غير أن تكوينهـا كما هو معروف فى الاحصاء الاقتصادى لا يفترض أى علاقات اقتصادية معينة بل نلجأ فيـــه عادة الى ترجيح للأسعار بالكميات أو العكس . لنفرض أن لدينا عددا من السلع وليكـــن ن ، مشاهدة فى عدد من الوحدات الزمنية المتتالية (سنوات مثلا) وليكن م ، فـــاذا رمزنا الى كمية السلعة الرائية فى السنة و بالرمز $\text{ك}_{\text{رو}}$ ، والى سعرها حينئذ بالرمـــز $\text{ع}_{\text{رو}}$ ثم استخدمنا الرمزين $\text{ك}_{\text{ر}*}$ ، $\text{ع}_{\text{ر}*}$ للدلالة على الكميات والأسعار فى ســـنة الأساس فاننا نستطيع استخدام هذه الأخيرة لترجيح المقادير الخاصة بالسنوات الجاريـــة (كميات كانت أو أسعارا) بما يسهل جمعها عدديا ، ومن هذا نستطيع الحصول علـــى مقادير تبين تغيرات الأسعار أو الكميات كلا على حـــدة .

لنفرض أن لدينا دوال للطلب على كل من السلع المذكورة ، وللسهولة نكتبها فـــى الصورة الخطية البســـيطة :

$$\text{ك}_{\text{رو}} = \text{أ}_{\text{ر}} + \text{ب}_{\text{ر}}\,\text{ع}_{\text{رو}} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \text{ر} = ١ \ldots \text{ن} \\ \text{و} = ١ \ldots \text{م} \end{array} \right\} \qquad (٣/٢٥)$$

أى أن الطلب على سلعة ما يتوقف على سعرها فقط ، فاذا أردنا الآن اجراء عملية تجميـــع بالنسبة للسلع لتفسير الطلب الكلى عليها نجد أنه من المستحيل جمع المعادلات (٢٥) لكل نقطة زمنية نظرا لاختلاف وحدات قياس الكميات ، والواقع أننا لو كنا بصدد دراسة الطلـــب على مجموعة معينة من السلع فمن المعتاد إن نقيس كمياتها باستخدام رقم قياسى للكميـــات أو بالأحرى نقوم الكميات المختلفة فى كل نقطة زمنية باسعار ثابتة هى أسعار الأساس مثـــلا . وعلى هذا لو ضربنا طرفى (٢٥) فى $\text{ع}_{\text{ر}*}$ ثم جمعنا بالنسبة الى ر فاننا نجـــد أن :

$$\text{مجـ}_{\text{ر}}\ \text{ك}_{\text{رو}}\ \text{ع}_{\text{ر}*} = \text{مجـ}_{\text{ر}}\ \text{أ}_{\text{ر}}\ \text{ع}_{\text{ر}*} + \text{مجـ}_{\text{ر}}\ \text{ب}_{\text{ر}}\ \text{ع}_{\text{ر}*}\ \text{ع}_{\text{رو}} \qquad (٣/٢٦)$$

والطرف الأيمن (اذا قسم على الثابت $مجـ_ر ك_{ر*} ع_{ر*}$) يعتبر بمثابة رقم قياسى للكميات مرجحا بأسعار الأساس ، ولنرمز اليه بالرمز $ص_و$. اما الحد الأول من الطرف الأيسر فانه يظل ثابتا لجميع نقط الزمن ولذا نعتبره بمثابة حد مطلق أ ، ولكى نكتب الحد الأخير بصورة أنسب نحسب مرونة الطلب $م_ر$ لكل سلعة عند سنة الأساس وهى :

$$م_ر = ب_د \times \frac{ع_{د*}}{ك_{د*}} \qquad (٢٧/٣)$$

ومنها نجد أن $ب_ر ع_{ر*} = م_ر ك_{ر*}$. وبالتعويض فى (٢٦) نجد أن :

$$ص_و = أ + مجـ_ر م_ر ك_{ر*} ع_{رو} \qquad (٢٨/٣)$$

وبمقارنة الحد الأخير (بعد قسمته على الثابت $مجـ_ر ك_{ر*} ع_{ر*}$) بالرقم القياسى المعتاد للأسعار (لاسبيرز) نلاحظ أنه يستخدم الأوزان $م_ر ك_{ر*}$ بدلا من الأوزان $ك_{ر*}$ للترجيح ، وعلى هذا فان السلع المرنة الطلب تعطى وزنا أكبر من المعتاد واذا افترضنا ان الرقمين يتناسبان دائما ومعامل التناسب هو ب فان المعادلة الاجمالية تأخذ شكلا مماثلا لشكل المعادلة الافرادية (٢٥) حيث السعر هو رقم لاسبيرز للأسعار . غير أن هذا الفرض لا يبدو واقعيا خاصة اذا ناقشنا الموضوع من وجهة نظر التجانس التى درسناها من قبل ، ولذلك نغير الفرض (٢٥) .

لنفرض أن معادلة الطلب على كل سلعة كانت تتوقف على السعر النسبى لهذه السلعة وكذلك على الدخل الحقيقى للمستهلكين : أى الدخل النقدى $ی_و$ مقسوما على الرقم القياسى للأسعار $س_و$ حيث $س_و$ هو رقم باشى للأسعار :

$$س_و = مجـ_ر ع_{رو} ك_{رو} \Big/ مجـ_ر ع_{ر*} ك_{رو} \qquad (٢٩/٣)$$

فاذا رمزنا لجملة الانفاق النقدى بالرمز $ق_و = مجـ ع_{رو} ك_{رو}$ فان (٢٩) تعنى أن $مجـ ك_{رو} ع_{ر*} = ق_و / س_و = ك_و$ أى جملة الانفاق الحقيقى (باسعار ثابتة)

فاذا قسنا الكميات كلها بأسعار ثابتة هى أسعار الأساس فاننا نستطيع كتابة معادلات الطلب كالآتـــــى :

$$ك_{رو}\ ع_{ر*} = أ_{ر} + ب_{ر} \frac{س_{رو}}{س_{و}} + ج_{ر} \frac{ى_{و}}{س_{و}} \qquad (٣٠/٣)$$

حيث $س_{رو}$ هى الرقم القياسى للسلعة الرائية • فاذا رمزنا الى الدخل الحقيقى $ى_{و} / س_{و}$ بالرمز $ع_{و}$ فان جمع المعادلات (٢٩) بالنسبة الى ر يعطـــى :

$$ك_{و} = أ + مجـ\ ب_{ر}\ س_{رو} / س_{و} + (مجـ\ ج_{ر})\ ع_{و} \qquad (٣١/٣)$$

والمقدار $مجـ\ ب_{ر}\ س_{رو}$ هو فى الواقع مجموع مرجح لمناسيب الأسعار ولا يلزم أن تكون الأوزان مماثلة لتلك التى رجحت بها المناسيب فى حساب $س_{و}$ • غير أنه لو وجدنا أن الحد الثانى كان باستمرار قريبا من الثبات لجميع نقط المشاهدة فمن الممكن القول بأن الانفاق الكلـــى الحقيقى يمكن تمثيله تقريبا بمعادلة كالآتــــــى :

$$ك_{و} = أ' + ج'\ ع_{و} \qquad (٣٢/٣)$$

وهو الفرض الذى يؤخذ به عادة فى المعادلة التى تمثل الاستهلاك الاجمالى • هـــذه النتيجة فى غاية الأهمية حيث أنها تبين أن نظرية الاستهلاك فى صورتها الأخيرة لا تتعارض مع نظرية الطلب والأسعار فى شكلها المعتـــاد • وقد طبق كلاين هذه الفكرة بالنسبـــة للولايات المتحدة فيما بين الحربين فوجد أن الحد ($مجـ\ ب_{ر}\ س_{رو} / س_{و}$) كان ثابتـــا تقريبا بالفعل اذ أنه فى العشرين سنة التى درسها (١) وجد أن قيمته تتراوح بـــين ٢٤٨ ، ٢٨٤ بمتوســــط = ٢٦٣

٤/٣ — المعادلات الديناميكية : فترة الابطـــاء

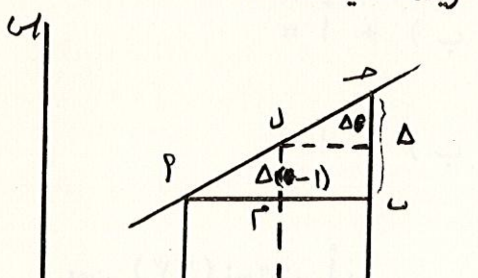
ذكرنا فيما سبق أن من واجب الباحث أن يدخل قدرا مناسبا من العوامــــل الديناميكية فى معادلاته قبل اختبار النظرية بالواقـــع • والواقع أن هذه المهمة من أشـــق

(١) أنظـر : L.R.Klein; A Post mortem of Transition Predictions in Journal of Political Economy, 1946, PP. 289 - 308

المهام لأنه حتى فى الأحوال التى يجرى التحليل النظرى فيهابصورة ديناميكية فان هــذه الصورة لا تكون عادة وحيدة أو محددة المعالم بدرجة كافية من الدقة ، فالكاتب النظرى غير مقيد بوحدة معينة للزمن ويستطيع دائما أن يتكلم عن فترات زمنية مختلفة دون ما بيان للوحدة التى يستخدمها فى القياس : هل هى اليوم أو الشهر أو الســنة . ومن ناحية أخــرى فان الكاتب النظرى يستطيع أن يدخل الزمن بطريقة ما فى تحليله ويتكلم عن معدلات للتغير دون ما بيان للحدود الزمنية لهذه المعدلات .

فالمقصود بالتحليل الديناميكى من وجهة النظر القياسية هو أن المتغيرات المختلفة التى تدخل المعادلة الواحدة تكون خاصة بفترات زمنية مختلفة ، وبذلك نربط الحاضــر بالماضى ، وتتوقف مستويات المتغيرات فى كل فترة على ما حدث فى الفترات السابقة أى علــى معدلات التغير . غير أنه لا يوجد عادة ما يحدد لنا طول الفترة التى ننظر اليها مــن الماضى عند تحديد المستوى الحاضر وهذا هو أهم عامل فى صياغة الصورة الديناميكيــة للمعادلة وقلما يساعدنا التحليل النظرى وحده فى هذا الســبيل . وبعبارة أخرى علينــا أن نجد وســيلة لقياس " فترة الابطــاء " Time Lag التى تمضى بين حدوث تغيــير معين وحدوث تغير آخر فى نفس المتغير أو فى متغير آخر ، ولكى نقيس هذه الفترة بالتقريب نتبع ما يأتــــــى :

لنفرض أن متغيرا مثلا ص (الاستهلاك مثلا) يتأثر فى الفترة و بقيمة متغــير آخر (الدخل مثلا) س فى الفترة المناظرة و وفى الفترة السابقة (و ــ ١) ، معنى هذا أن هناك بعض الابطاء فى تأثير س على المتغير ص بفترة لا تتجاوز وحدة زمنيــة واحدة . مثل هذا الفرض قد لا يصح اذ قد تكون الفترة أكبر من سنة فعلا ، وأن صــح فاننا قد نحتاج للتعرف على طول الفترة بالتحديد اذ لا يلزم أن تتساوى فترة الابطاء مــع الوحدة المناسبة احصائيا لقياس المتغيرات . لذلك نتبع الطريقة الآتيــــة :



[شكل (١)]

نعتبر أن المتغير س عندما ينتقل من الفترة (و ــ ١) الى الفترة و يتغير بمعدل منتظم ، فاذا عرفنــــا معدل التغير بأنه فى وحدة الزمن :

$$\Delta س_{و} = س_{و} - س_{و-1}$$

فان معدل التغير فى جزء من الوحدة θ مثلا هـــو θ (Δ $س_{و}$) . وعلى هذا فاذا كانت فترة الابطــاء الحقيقية θ فان المفروض أن نجعل $ص_{و}$ دالة فــى

$$س_{و-\theta} = س_{و} - \theta (\Delta س_{و})$$

فاذا كانت المعادلة التى استخدمناها هـــى

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب}\ \text{س}_{\text{و}} + \text{ج}\ \text{س}_{\text{و}-1} \qquad (٣٤/٣)$$

فاننا نستطيع اعادة كتابتها كالآتـــى :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + (\text{ب} + \text{ج})\left(\text{س}_{\text{و}} - \frac{\text{ج}}{\text{ب} + \text{ج}}\,\Delta\text{س}_{\text{و}}\right) \qquad (٣٥/٣)$$

$$= \text{أ} + (\text{ب} + \text{ج})\ \text{س}_{\text{و}-\theta}$$

حيث θ من (٣٣) تساوى :

$$\theta = \frac{\text{ج}}{\text{ب} + \text{ج}} \qquad (٣٦/٣)$$

وهى تقيس فترة الابطاء كما لو كانت مركزة عند فترة زمنية معينة Concentrated Lag
وفى بعض الاحيان تكون فترة الابطاء المستخدمة هى لوحدتين زمنيتين كما فى المعادلة الاتية :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب}_{0}\ \text{س}_{\text{و}} + \text{ب}_{1}\ \text{س}_{\text{و}-1} + \text{ب}_{2}\ \text{س}_{\text{و}-2} \qquad (٣٧/٣)$$

وبافتراض أن معدل التغير ثابت بين الفترتين : $\Delta\text{س}_{\text{و}} = \Delta\text{س}_{\text{و}-1}$ فان (٣٧) تعطى

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + (\text{ب}_{0} + \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2})\ \text{س}_{\text{و}} - \text{ب}_{1}(\Delta\text{س}_{\text{و}}) - \text{ب}_{2}(\text{س}_{\text{و}} - \text{س}_{\text{و}-2})$$

$$= \text{أ} + (\text{ب}_{0} + \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2})\ \text{س}_{\text{و}} - \text{ب}_{1}(\Delta\text{س}_{\text{و}}) - \text{ب}_{2}(2\Delta\text{س}_{\text{و}})$$

$$= \text{أ} + (\text{ب}_{0} + \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2})\left[\text{س}_{\text{و}} - \frac{(\text{ب}_{1} + 2\text{ب}_{2})}{\text{ب}_{0} + \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2}}(\Delta\text{س}_{\text{و}})\right]$$

ومن (٣٣) نستنتج أن

$$\theta = \frac{\text{ب}_{1} + 2\text{ب}_{2}}{\text{ب}_{0} + \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2}} \qquad (٣٨/٣)$$

وعلى وجه العموم اذا كانت المعادلة المقدرة احصائيا هـــى

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{مجـ}_{\text{ر}=0}^{\text{م}} \; \text{ب}_{\text{ر}} \; \text{س}_{\text{و}-\text{ر}} \qquad (٣٩/٣)$$

فـــان

$$\theta = \text{مجـ}_{\text{ر}=1}^{\text{م}} \; \text{ر} \; \text{ب}_{\text{ر}} \Big/ \text{مجـ}_{\text{ر}=0}^{\text{م}} \; \text{ب}_{\text{ر}} \qquad (٤٠/٣)$$

أى اننا فى كل حالة نأخذ وسطا مرجحا لأطوال فترات الابطاء صفر (للفترة الجارية) ، ١ ، ٢ ، ...... ، م حيث الأوزان هى المعاملات $\text{ب}_{\text{ر}}$ المناظـــرة

وياستخدام هذه العلاقة نستطيع تقدير طول الفترة التى تمضى بين حدوث تغـــير فى س وبين استيعاب ص لتأثير هذا التغير ، بحيث نستطيع تصور علاقة مباشـــرة بين $\text{س}_{\text{و}-\theta}$ ، $\text{ص}_{\text{و}}$. فاذا كانت θ أكبر من الوحدة فان معنى هذا أن فـــترة الابطاء أطول من وحدة الزمن التى تقاس فيها المتغيرات احصائيا ، أما اذا كانت θ موجبة ولكن اقل من الوحدة فان هذا يعنى أن فترة الابطاء أقل من وحدة الزمن غـــير انه من الممكن تصور حالة فيها θ سالبة وهذا يعنى أن ص فى الفترة و تتأثـــر بقيمة س فى فترة تالية لذلك ، وبعبارة أخرى فان قيم ص تتاثر بقيم س المتوقعـــة لا الماضية ، وهذا يفترض أن التوقعات تتحقق بحيث تتساوى القيم المتوقعة مع القـــيم التى سوف تتحقق فعلا ، ومن هنا نستطيع اعتبار معدلات التغير السابقة كما لو كانـــت مقياسا مناسبا للتوقعات تحت هذا الفـــرض .

وعلى هذا نستطيع دائما أن نبدأ بفرض مبسط مثل (٣٤) عن شكل العلاقـــة الديناميكية ثم نستنتج طول فترة الابطاء الفعلى وفقا للاعتبارات السابقة ، ويمكننـــا أن نميز هنا بين الامكانيات الثلاث المذكورة باعلاه ، كما أننا فى كل حالة نستطيع أن نميز بـــين حالتين بالنسبة للتأثير الكلى للمتغير س على ص من حيث كونه موجبا أو سالبا . فمـــن (٣٥) نلاحظ أنه اذا أمكن لقيم س ، ص المتتالية أن تحقق توازنا ستاتيكيا فـــان جميع قيم س المتتالية سوف تتساوى وبالتالى تنعدم معدلات التغير الزمنى فيهـــا أى Δس = صفر باستمرار ، وبالمثل بالنسبة الى ص ، وعلى هذا فان (ب + جـ) تمثل التأثر الكلى للمتغير س على المتغير ص بغض النظر عن الزمن . فلو فرض أن س تمثل الدخل ، ص الاستهلاك فان ب تمثل الميل الحدى للاستهلاك فى الأجل القصـــير أى معدل تغير الاستهلاك ص بالنسبة لوحدة التغير فى الدخل الجارى $\text{س}_{\text{و}}$. بينمـــا أن (ب + جـ) هى الميل الحدى للاستهلاك فى الأجل الطويل أى معدل التغير الكلـــى

فى الاستهلاك لوحدة التغير فى الدخل بعد مضى فترة كافية لان يستوعب الاستهلاك تأثير تغير الدخل استيعابا كاملا • وعلى العموم فان ب. فى (٣٩) تمثل تأثير س على ص فى الأجل القصير بينما مجـ ب ر تمثل التأثير الكلى للمتغير س فى الأجل الطويل • فاذا تحقق التوازن الستاتيكى فان جميع قيم س و ـ ر تتساوى ، واذا رمزنا لها بالرمز س* ، كذلك ص* بالنسبة الى ص ، فان الحل الستاتيكى للمعادلة (٣٩) يصبح ص* = أ + (مجـ ب ر) س* (٤١/٣)

وطبيعى أن مجـ ب ر يكون موجبا اذا كان تأثير س الكلى على ص موجبا (أى بينهما علاقة طردية كما هو الحال بالنسبة للاستهلاك والدخل ، كما أنه يكون سالبا اذا كانت العلاقة بين س ، ص سالبة (كما هو الحال بالنسبة للكمية المطلوبة والسعر مثلا) •

على ضوء ما تقدم نستطيع دراسة مغزى الامكانيات المختلفة لطول فترة الابطاء من واقع المعادلة (٣٤) :

أ ـ طول فترة الابطاء اكبر من طول وحدة الزمن : $\frac{ج}{ب + ج} < ١$

نفرض أولا أن تأثير س الكلى موجب أى أن (ب + جـ) أكبر من الصفر • يتضح من هذا انه لا بد وأن

صفر > ب > ـ جـ

أى أن ب سالبة بينما جـ موجبة وأكبر عدديا من ب

أما اذا كان التأثير الكلى (ب + جـ) سالبا أى أصغر من الصفر فان

ـ جـ > ب > صفر

أى أن ب موجبة بينما جـ سالبة وأكبر عدديا من ب •

ومعنى هذا أنه فى كل من الحالتين يأخذ معامل س و ـ ١ اشارة مماثلة لا شارة التأثير الكلى للمتغير س ، ويكون أكبر عدديا من معامل قيمة س الجارية أى س و بينما يأخذ هذا المعامل الأخير الاشارة المضادة •

ب ــ طول فترة الابطاء لمقل من طول وحدة الزمن : $\text{صفر} < \frac{\text{ج}}{\text{ب} + \text{ج}} < ١$

فاذا كان تأثير س الكلى موجبا فان (ب + ج) تكون موجبة ومعنى هذا أن

$$\text{صفر} < \text{ج} \quad ، \quad \text{صفر} < \text{ب}$$

أى أن كلا من ب ، ج موجبتين
كذلك اذا كان التأثير الكلى سالبا فان (ب + ج) سالبة أى :

$$\text{ج} < \text{صفر} \qquad \text{ب} < \text{صفر}$$

ويكون كلا من ب ، ج سالبتين .

وعلى هذا فان ب ، ج تأخذان نفس اشارة التأثير الكلى للمتغير س .

ج ــ فترة الابطاء سالبة : $\frac{\text{ج}}{\text{ب} + \text{ج}} < \text{صفر}$

وهذه هى حالة توقف ص على توقعات س . فاذا كان تأثير س الكلى موجبا فان

$$-\text{ب} < \text{ج} < \text{صفر}$$

أى أن ب موجبة بينما ج سالبة وأصغر عدديا من ب
أما اذا كان تأثير س الكلى سالبا فان المقدار (ب + ج) يكون سالبا ويترتب على هذا أن

$$\text{صفر} < \text{ج} < -\text{ب}$$

أى أن ب سالبة بينما ج موجبة وأصغر عدديا من ب .

ففى الحالتين نجد أن معامل $\text{س}_\text{و}$ الجارية يأخذ اشارة التأثير الكلى للمتغير س بينما يأخذ معامل قيمة س السابقة أى $\text{س}_{\text{و}-١}$ الاشارة المضادة ويكون أصغر عدديا من المعامل الجارى .

وأخيرا نلاحظ أن (٤٠) عامة بحيث يمكن استخدامها تحت أى قيود اضافية . لنفرض مثلا اننا باستخدام القواعد السابقة وجدنا ان طول فترة الابطاء يتراوح بين وحدة زمنية ووحدتين ، فى هذه الحالة نعدل المعادلة (٣٤) بحيث ندخل فيها $\text{س}_{\text{و}-٢}$ ويصحب ذلك

عادة حذف $س_و$ أى أن المعادلة تصبح :

$$ص_و = أ + ب_1 س_{و-1} + ب_2 س_{و-2} \qquad (٤٢/٣)$$

وحسب (٤٠) تكون فترة الابطاء هى

$$\theta = (ب_1 + ٢ ب_2) / (ب_1 + ب_2) \qquad (٤٣/٣)$$

حيث أشارتا $ب_1$ ، $ب_2$ متشابهتين ، θ أكبر من الوحدة . بالمثل لو كانت فترة الابطاء أكبر من وحدتين زمنيتين فان المعادلة تصبح

$$ص_و = أ + ب_2 س_{و-2} + ب_3 س_{و-3}$$

وتكون $\theta = (٢ ب_2 + ٣ ب_3) / (ب_2 + ب_3)$

وهى نفس المعادلة (٤٠) بعد وضع $ب_0$ = صفر ، $ب_1$ = صفر كما افترضنا فى المعادلة الجديدة ومن الأمثلة على ذلك ما فعله تينبرجن بدالة الإستهلاك لانجلترا حيث وجد أن هناك فترة ابطاء طويلة بين الاستهلاك ودخول ذوى الأرباح ، لذلك حول المعادلة من الصورة (٣٣) الى (٤٢) وحصل بذلك على معاملين موجبين للارباح فى معادلته ، بفترتى ابطاء سنة وسنتين .

٥/٣ — توزيع فترة الابطاء

افترضنا فيما سبق أن فترة الابطاء تتركز عند فترة زمنية معينة بحيث يمكن تحويل الناتج الى علاقة بين $ص_و$ ، $ص_{و-\theta}$ حيث θ هى فترة الابطاء المركزة . غير أنه فى كثير من الأحوال لا يكون هذا التصوير هو التصوير الفعلى ، وكل ما يفيدنا فيه هذا التصوير هو تحديد م بالتقريب فى معادلة مثل (٣٩) . غير أن ما يحدث عمليا هو أن فترة الابطاء تتوزع على مدة طويلة Distributed Lag ، ويتبين ذلك من الاعتبارات الآتية :

لنفرض أن هناك علاقة ديناميكية بين ص ، س وأنه حدثت عوامل كافية لكى تبلغ كل منهما مستوى للتوازن الستاتيكى ، ثم لنفرض بعد ذلك أن س تغيرت فى نقطة الزمن صفر الى مستوى جديد ، يترتب على ذلك أن تتغير القيمة التوازنية الجديدة للمتغير ص

ويبدأ ص فى التغير لبلوغ هذا المستوى الجديد ، غير أن ص لن تنتقل مباشرة الى هذا المستوى فى فترة زمنية واحدة بل تفعل ذلك بالتدريج ، فاذا افترضنا ثبات س عند مستواها الجديد لعدد من الفترات الزمنية المتتالية فان تأثيرها على ص سوف يتوزع بالتدريج على قيم ص فى السنوات المتتالية ، ومعنى هذا أن ص فى فترة معينة سوف تكون متأثرة بقيم س فى عدد من الفترات السابقة . فمثلا المعادلة (٣٧) تعنى أن قيمة س فى فترة معينة و سوف توءثر على ص فى نفس الفترة بمعدل $= ب_{٠}$ ، وفى الفترة التالية بمعدل $ب_{١}$ وفى الفترة التى بعدها بمعدل $ب_{٢}$ ، وفى الفترات التالية يختفى تأثيرها ، أو أن ص فى أى فترة تتأثر بقيم س فى فترتين سابقتين كما يتضح من (٣٧) .

وعلى أساس هذا التفسير نستطيع اعتبار المعادلة (٣٩) هى الصورة العامة التى على ضوئها يمكن قياس التأثيرات المتتالية لقيم س على ص . غير أنه كلما قصرت وحدة القياس زادت عدد القيم التى يجب ادخالها فى المعادلة وزاد عدد المعاملات $ب_{ر}$ التى يلزم تقديرها وتنشأ عن ذلك صعوبة عملية هى أن قيم س المتتالية تكون عمليا من شدة الارتباط ببعضها البعض بحيث يصعب استخدامها لتقدير جميع المعاملات بدقة كافية ، لذلك حاول بعض الكتاب التغلب على هذه الصعوبة بافتراض علاقات معينة بين قيم $ب_{ر}$ تجعل من الممكن انقاص المجاهيل التى يلزم تقديرها .

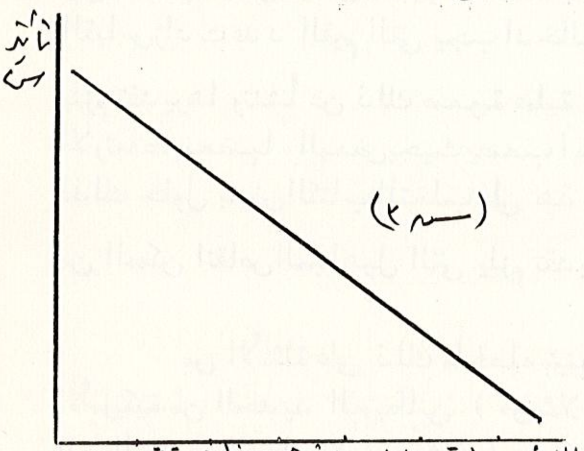
من الأمثلة على ذلك ما فعله تينبرجن عند ما حاول قياس العلاقة بين كمية الواردات الأمريكية من الحديد البريطانى (ص مثلا) بالسعر النسبى للحديد المستورد بالنسبة الى الحديد المحلى (س مثلا) ، فنتيجة تغيرات أسعار هذه الواردات لا تظهر مباشرة على الواردات نتيجة التعاقد على كميات معينة سابقا ونتيجة العوامل النفسية التى تجعل من الصعب سرعة استبدال الحديد المحلى بالمستورد الأمر الذى لا يجعل الاستجابة لتغير السعر تتحقق الا اذا استمر هذا التغير مدة طويلة قدرها تينبرجن بعشر سنوات . ومعنى هذا اننا ندخل $س_{و-ر}$ لجميع قيم ر بين صفر ، ١٠ ، أى أنه لا بد من

ادخال ١١ معاملا الأمر الذى يجعل التقدير الاحصائى عسيرا لذلك حاول تينبرجن أن يقلل عدد المعاملات الى ٥ بأن افترض تساوى المعاملات لقيم $س_{و-ر}$ حينما ر = ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ثم تساويها مرة أخرى عندما ر = ٧ الى ١٠ وعلى هذا تصبح المعادلة هى :

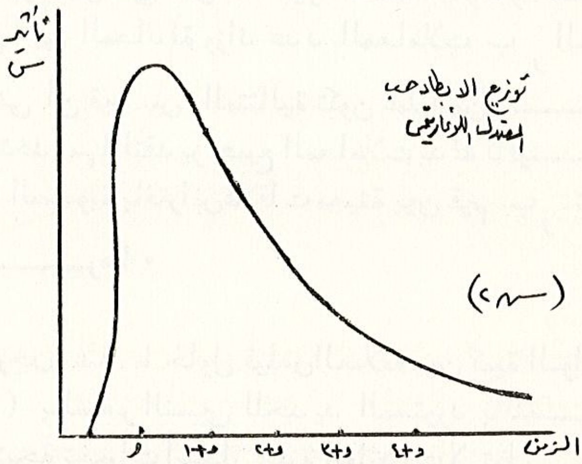
$$ص_{و} = أ + ب_{٠} س_{و} + ب_{١} س_{و-١} + ب_{٢} س_{و-٢} + ب_{٣} \left[\frac{1}{٤} \left(س_{و-٣} + س_{و-٤} + س_{و-٥} + س_{و-٦} \right) \right] + ب_{٤} \left[\frac{1}{٤} \left(س_{و-٧} + ص_{و-٨} + س_{و-٩} + س_{و-١٠} \right) \right]$$

فافتراض تساوى المعدلات للفترات البعيدة فرض مقبول الى حد ما وفى نفس الوقت يقلل الصعوبات الناشئة عن كثرة المعاملات اللازم تقديـــــرها •

على أنه كان من الممكن أخذ فرض آخر ، وفى كل حالة لا يخلو الأمر من التعســف ، والأفضل أن نبدأ بدراسة المجرى الزمنى لتأثير س على ص • فالمعقول أن نعتبر هــذا التأثير اقوى ما يمكن فى نفس الفترة ثم يتناقص التأثير بالتدريج حتى يتلاشى • هذا الفـرض به فيشر ورأى ان أفضل طريقة لتمثيل هذه الفكرة هى اعتبار انه عندما يحصل تغيير ما فى س فان تأثيره اللحظى على ص يكون ضعيفا ولكنه يصل سريعاً جدا الى اقصاه أى الى المنوال ثم يأخذ بعد ذلك فى التناقص مع الزمن بشكل يشبه التوزيع المعتدل اللوغاريتمى وقد أثبـت فيشر أننا سوف نزيد من تعقيد العمل لو افترضنا مثل هذا التوزيع وأنه من الممكن تحقيـــق نفس النتائج باعتبار أن التوزيع يأخذ شكل مستقيم منحدر لا سفل يمثل الجانب الأكبر مــــن التوزيع المعتدل اللوغاريتمى بدرجة كبيرة من الدقة كما يتضح من الشكل (٣) :



طريقة التوزيع المشاهدة بخط مستقيم



وعلى هذا فان ص تتأثر بقيم س الحالية والسابقة بواحد من الطرق المختلفة الآتيـــة :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب} \times \frac{1}{6} \left(3\,\text{س}_{\text{و}} + 2\,\text{س}_{\text{و}-1} + \text{س}_{\text{و}-2} \right)$$

أو $$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب} \times \frac{1}{10} \left(4\,\text{س}_{\text{و}} + 3\,\text{س}_{\text{و}-1} + 2\,\text{س}_{\text{و}-2} + \text{س}_{\text{و}-3} \right)$$

أو $$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب} \times \frac{1}{15} \left(5\,\text{س}_{\text{و}} + 4\,\text{س}_{\text{و}-1} + 3\,\text{س}_{\text{و}-2} + 2\,\text{س}_{\text{و}-3} + \text{س}_{\text{و}-4} \right)$$

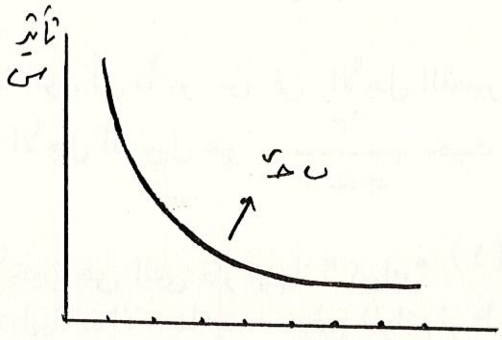
وهكـــــذا •

وفى جميع الأحوال نجد أن المعادلة تأخذ الشــــكل :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب} \times \frac{٢}{(\text{م}+١)(\text{م}+٢)} \; \text{مجـ}_{\text{ر}=٠}^{\text{م}} \; (\text{م} - \text{ر} + ١) \; \text{س}_{\text{و}-\text{ر}} \qquad (٣/٤٤)$$

وبتجربة قيم م المتتالية نقف عند أقل واحدة منها تعطى أعلى ارتباط ممكن بـــين الطرفين ونلاحظ أن ب تعطى فى الواقع الحل الستاتيكى أى تأثير س الكلى على ص بالمعنى الذى ذكرناه من قبـل ، أما معاملات $\text{س}_{\text{و}-\text{ر}}$ فتأخذ شكل متوالية عدديـــة .

ومن الممكن أيضا أن نفترض أن معاملات $\text{س}_{\text{و}-\text{ر}}$ تتبع متوالية هندسية وفى هـــذه الحالة لا يتوزع تأثير س حسب خط مستقيم بل تأخـــــذ شكل ب $\text{ج}^{\text{ر}}$ كما هو موضح فى الشكل الآتـــى :



(شكل ٤)

فاذا قبلنا الفرض الخاص بأن تأثير س يتناقص مع مضى الزمن فان ج لا بد أقـــل من الوحدة ، وعلى ذلك نستطيع أن نفترض أن المتوالية الهندسية لا نهائية لأن مجموعهـــا سوف يكون نهائيـا . وتصبح المعادلة التى تمثل هذه العلاقة كالآتـــى :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ} + \text{ب}\,\text{س}_{\text{و}} + \text{ب}\,\text{ج}\,\text{س}_{\text{و}-١} + \text{ب}\,\text{ج}^{٢}\,\text{س}_{\text{و}-٢} + \ldots\ldots$$

$$= \text{أ} + \text{ب} \; \text{مجـ}_{\text{ر}=٠}^{\infty} \; \text{ج}^{\text{ر}} \; \text{س}_{\text{و}-\text{ر}} \qquad (٣/٤٥)$$

ولكى نحول المعادلة الى صورة يمكن استخدامها احصائيا بسهولة نكتب المعادلـــة (٤٥) بدلالة $\text{ص}_{\text{و}-١}$ ثم نضربها فـــى ج فنجـــد أن :

$$\text{ج}\,\text{ص}_{\text{و}-١} = \text{أ}\,\text{ج} + \text{ب} \; \text{مجـ}_{\text{ر}=١}^{\infty} \; \text{ج}^{\text{ر}} \; \text{س}_{\text{و}-\text{ر}} \qquad (٣/٤٦)$$

وبالطرح من (٤٥) نجـــد أن :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ}' + \text{ب}\ \text{س}_{\text{و}} + \text{ج}\ \text{ص}_{\text{و}-1} \qquad (٤٧/٣)$$

حيث $\text{أ}' = \text{أ}\ (1 - \text{ج})$ ، ونلاحظ أن كلا من (٤٥) أو (٤٧) تقدر تأثير س الكلـــى على ص بالمقدار $\frac{\text{ب}}{1 - \text{ج}}$ لان مجموع المتوالية الهندسية فى (٤٥) هـــو ١ / (١ ـ ج) ، ونفس النتيجة نحصل عليها لو كتبنا $\text{ص}_{\text{و}-1} = \text{ص}_{\text{و}}$ فـــى (٤٧)

أى أن الحل الستاتيكى هو $\text{ص}^{*} = \text{أ} + \frac{\text{ب}}{1 - \text{ج}}\ \text{س}^{*}$ (٤٨/٣)

وفى هذه الحالية نقول أن تأثير س فى الأجل القصير (أى وحدة الزمن الجارية) هو ب بينما تأثيرها فى الأجل الطويل هو $\frac{\text{ب}}{1 - \text{ج}}$ حيث ج موجبة وأقل من الوحدة .

هذه الطريقة الأخيرة هى التى فكر فيها "كويك" [(١)] وقد أصبحت شـــائعة الاستعمال فى كثير من التطبيقات الاحصائية . وفى الواقع لو تأملنا (٤٧) لوجدنا أنهـــا تعبر عن تأثير قيمة س الحالية على ص ، كما تظهر اثر جميع قيم س السابقة كما تركزت فى $\text{ص}_{\text{و}-1}$ أى أن هذه الأخيرة تلخص آثار جميع الفترات الزمنية السابقة . فاستهلاك الأفراد مثـــلا يتأثر بدخلهم الجارى وكذا بسلوكهم الاستهلاكى السابق الذى يترجم آثار جميع العوامل التى تأثروا بها من قبل بالمثل نجد ان سلوك المنتجين فى تحديد استثماراتهم يتأثر بمستـــوى إرباحهم الجارى وكذا بسلسلة القرارات الاستثمارية السابقة ، وهكذا . غير أنه يجـــب أن نذكر هنا أنه لوكانت المعادلة (٤٥) تحتوى على باق فان تحويلها الى الصورة (٤٨) يؤدى الى جعل هذه البواقى مرتبطة ببعضها زمنيا ، وسوف نتناول هذه النقطة بالدراســة فيمـــا بعـــد .

---

(١) أنظـــر :
L.M.Koyk : Distributed Lags & Investment Analysis

الفصل الرابع

النماذج الاقتصادية

١/٤ ـ معنى النموذج ومحتوياته

يقصد بالنموذج الاقتصادى مجموعة من العلاقات تفسر العوامل التى تؤثر على جميع نواحى مجتمع أو سوق معين ، فالنموذج الخاص بسلعة معينة فى سوق معينة يتكون من معادلتين احداهما للطلب والأخرى للعرض ثم معادلة ثالثة تمثل شرط التوازن بين الجانبين . والنموذج الخاص بتحديد مستوى الناتج الأهلى يتكون من معادلة لتعريف الناتج بأنه جملة الانفاق الاستهلاكى والاستثمارى وأخرى لتفسير الاستهلاك وثالثة لتفسير الاستثمار ،وهكذا ... . معنى هذا كلمة " نموذج " model تعنى فى الواقع الصياغة الرياضية لنتائج نظرية اقتصادية توصل اليها الكاتب بالتحليل المنطقى أو الرياضى ، لذلك فان النموذج يتكون عادة من مجموعة من المعادلات الى يجب إن تتحقق كلها فى نفس الوقت وفقا للتدليل النظرى . ولما كانت النظريات الاقتصادية تهدف الى استقصاء العوامل الحقيقية التى تدفع المجتمع الى تحقيق التغيرات التى تشاهد عمليا فان النموذج يتكون من مجموعة من المعادلات الهيكلية وهى كما ذكرنا سابقا تشمل المعادلات التعريفية والتوازنية والتنظيمية والفنية والسلوكية .

ولما كانت كل معادلة من المعادلات تفسر متغيرا واحدا فقط بدلالة الباقين فاننا لا بد كى نستكمل النموذج ان نتأكد أن عدد المعادلات فى النموذج يساوى عدد المتغيرات الداخلة فيه والتى تحتاج الى تفسير . وهنا نلاحظ انه لا يلزم أن تكون جميع المتغيرات الداخلة فى النموذج موضوعا لتفسير النظرية الاقتصادية عموما أو حتى النظرية الخاصة التى نبنى لها النموذج ، فمثلا عندما نعتبر الطلب على سلعة معينة دالة فى دخل المستهلكين (بجانب عوامل اخرى) فاننا لا نحتاج الى تفسير هذا الدخل باعتبار أنه يتحدد وفقا لعوامل اخرى خارجة عن سوق هذه السلعة ، كذلك اذا تأثر حجم السوق أو المجتمع الذى ندرسه بعدد السكان فانه لا يلزم أن نحاول تفسير عدد السكان لانه عادة يكون خارج متناول التحليل الاقتصادى . لذلك نستطيع أن نميز بين نوعين من المتغيرات :

(١) المتغيرات الداخليـــــــة : Endogenons Variable

وهى المتغيرات الاقتصادية التي وضعت النظرية والنموذج من أجل تفسيرهـا وتشمل ما أسميناه من قبل " المتغيرات " .

(٢) المتغيرات الخارجيـــــــة : Exogenons Variable

وهى متغيرات تظهر بطريقة أو إخرى داخل الاطار التحليلى ولكن لا تكلف النظرية أو النموذج المعين بتفسيرها . وهى ما أطلقنا عليه من قبل اسم البيانات .

وواضح أن هذا التقسيم وثيق العلاقة بالرابطة السببية بين المتغيرات ، فالمتغيرات الخارجية توءثر فى المتغيرات الداخلية (وهذا هو سبب ظهورها فى النموذج) ولكن لا تتأثر بها ، بينما أن المتغيرات الداخلية توءثر فى بعضها البعض وتتأثر بجميع المتغيرات الداخلة فى النموذج داخلية كانت أو خارجية سواء بطريق مباشر أو غير مباشر . ففى النموذج الممثل بالمعادلة (٤/٢) نجد أن كلا من ط ، ض ، ع تعتبر متغيرات داخلية لانها تتحدد معا وفقا للعوامل التى توءثر فى السوق ، بينما أن ى ، ف تعتبر متغيرات خارجية لانها توءثر فى كل من المتغيرات السابقة (كما يتضح من المعادلة (٥/٢)) ولكن لا تتاثر بها وفقا للاطار الذى تقوم عليه النظرية . وطبيعى أن اعتبار متغير ما خارجيا أو داخليا يتوقف على نطاق النموذج الذى لدينا ، فالمتغير ى (وهو الدخل) خارجى فى النموذج المذكور ولكنه داخلى فى النموذج المكون من المعادلتين (١/٢) ، (٢/٢) .

يتضح من هذا أن النموذج يكون مسئولا عن تفسير المتغيرات الداخلية فقط ، ولما كان تفسير متغير واحد يقتضى تكوين معادلة لتفسيره فان عدد المعادلات فى النموذج لابد وأن يكون مساويا لعدد المتغيرات الداخلية ، وبدون هذا يكون النموذج ناقصا .

هذه القاعدة على بساطتها ووضوحها لم تراع فى كثير من الموءلفات الاقتصادية التى صيغت باسلوب غير رياضى ، اذ من السهل أن يضل الكاتب فى تيه العلاقات العديدة التى يتناولها بحيث يغفل عن غير قصد جانبا هاما من جوانب نظريته لمجرد أنه لو يوجه جزءا من اهتمامه للتمييز بين ما هو خارجى وما هو داخلى ثم التحقق من أنه قدم تفسيرا مقبولا لكل متغير داخلى وأن ما أهمل تفسيره يدخل فعلا ضمن ما يمكن اعتباره خارجيا بمعنى أنه يوءثر فى باقى المتغيرات الداخلية ولا يتاثر بها . ونضرب لذلك مثلا تصوير كينز للنظرية الكلاسيكية وبيانه للطريقة التى اهتدى بها فى التفكير

فى نظريته . ففى النموذج الكلاسيكى نجد أن الفرض الضمنى الذى سلم به الكلاسيك هو أن حجم الدخل ثابت عند مستوى التوظف الكامل وأن ما لا ينفق على الاستهلاك من الدخل ينفق (بطريق مباشر أو غير مباشر) على سلع الانتاج ، ونتج عن ذلك أن الكلاسيك أن توزيع الدخل بين الاستهلاك والادخار يتوقف على سعر الفائدة وهذا يمثل معادلة عرض المدخرات ، ومن ناحية أخرى فان معادلة الطلب تربط بين حجم الاستثمار وسعر الفائدة وبذلك يتحدد كل من الادخار والاستثمار وسعر الفائدة عند المستوى الذى يضمن تساوى جانبى العرض والطلب كما هو الحال فى سوق أى سلعة من السلع . ونجد كينز من الناحية الأخرى يفترض امكانية تغير الدخل ويعتبر الاستهلاك وبالتالى الادخار دالة بينما يتحدد الاستثمار وفقا للعلاقة بين الكفاية الحدية لرأس المال وبين سعر الفائدة . ومعنى هذا أن كلا من الادخار والاستثمار يتحددان وفقا لعوامل مختلفة ويتحقق التوازن عند تساويهما وهذا لا يلزم أن يتحقق عند مستوى التوظف الكامل كما افترض الكلاسيك . غير أن هذه النتيجة كان معناها " ترك سعر الفائدة معلقا فى الهواء " على حد تعبير كينز ، لان سعر الفائدة لا يلعب هنا دور المحرك الذى يساوى بين الادخار والاستثمار بل أن هذا التساوى يتم عن طريق الدخل وأصبح من اللازم اضافة علاقة جديدة لتفسير سعر الفائدة باعتباره متغيرا داخليا أو اثبات أن سعر الفائدة لا يتأثر بالمغيرات الأخرى وهى الدخل والاستهلاك والادخار والاستثمار لذلك فقد لجأ كينز الى ادخال معادلة جديدة لتفسير سعر الفائدة هى معادلة التفضيل النقدى أو معادلة الطلب على النقود ، حيث اعتبر أن الطلب على النقود يتوقف على كلا من الدخل وسعر الفائدة ، غير أن هذا كان معناه ادخال متغير جديد هو الكمية المطلوبة من النقود وهذا يستدعى اضافة معادلة جديدة . وكانت هى معادلة عرض النقود مع شرط تساوى الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة وبهذا أصبح سعر الفائدة هو الذى يحقق مساواة المعروض مع المطلوب من النقود لا من المدخرات ولتفسير عرض النقود اعتبر كينز أن الكمية المعروضة تتوقف على قرارات السلطات النقدية وهى قرارات لا يلزم أن تتحدد وفقا لعوامل اقتصادية مباشرة تتوقف على حجم الدخل أو أجزائه وسعر الفائدة الجارى وبذا أمكن اعتبار كمية النقود متغيرا خارجيا . وأصبح النموذج بذلك كاملا فيه متغير خارجى واحد هو كمية النقود . وأدى هذا التسلسل فى التفكير الى اعتبار نظرية عامة لانها ربطت جانب الانتاج الحقيقى (والتوظف المترتب عليه) بجانبى سعر الفائدة والنقود ، أى أنها جمعت بين النواحى الحقيقة والنقدية للمجتمع الاقتصادى .

ولكى نوضح الفارق بين النظريتين نعطى هنا ملخصا لهما ، فاذا رمزنا الـــى النقود بالرمز ق وسعر الفائدة ف والادخار خ والاستثمار س فـــان النموذجين يصبحان كالآتـــى :

النموذج الكلاسيكى		النموذج الكيترى	
س = د$_{1}$ (ف)	(أ ـ ١)	س = هـ$_{1}$ (ف)	(ب ـ ١)
خ = د$_{2}$ (ف)	(أ ـ ٢)	خ = هـ$_{2}$ (ى)	(ب ـ ٢)
س = خ	(أ ـ ٣)	س = خ	(ب ـ ٣)
[ق = م ى	(أ ـ ٤)]	ق = هـ$_{3}$ (ف ، ى)	(ب ـ ٤)

حيث د$_{1}$ ، د$_{2}$ ، هـ$_{1}$ ، هـ$_{2}$ ، هـ$_{3}$ ترمز الى دوال مختلفة بينما م معامل رقمـــى ثابت" فالمعادلات الثلاثة (أ ـ ١ ، ٢ ، ٣) فى النموذج الكلاسيكى كافيـــة لتعيين المتغيرات الثلاثة س ، خ ، ف . بينما المعادلات الثلاثة المناظـــرة لهـا فى النموذج الكيترى تحتوى على أربع متغيرات داخلية ولذا ظهرت ضرورة اضافة المعادلـــة (ب ـ ٤) . وقد اضفنا مقابلها فى النموذج الكلاسيكى معادلة كمية النقود (أ ـ ٤) التى تنص على وجود علاقة تناسب (ثابتة تقريبا) بين الدخل والنقود ولو أن هذا فـــى ذاته لا يوثر على الجزء الأول من النموذج ، لان ى لا تظهر فى أى من المعادلا ت الثلاث الأولى . وحتى اذا اعتبرنا خ = دَ (ف ، ى) بدلا من المعادلـــة (أ ـ ٢) فان هذا لن يوثر على اعتبار المعادلات الثلاث الأولى نموذجا كاملا لان الدخل يمكـــن اعتباره متغيرا خارجيا يتوقف على متغير لم يظهر فى باقى النموذج هو ق ، وهذا الأخير بدوره يتحدد خارج الاطار حسب مشيئة السلطات النقدية أى أنه هو الآخر خارجى ســـواء بالنسبة للنموذج المكون من الثلاثة معادلات الأولى أو النموذج الكلى . غير أن الوضـــع مختلف بالنسبة للنموذج الكيترى لان المعادلة (ب ـ ٤) تظهران كلا من ف ، ى داخليتين اذ أن تحديد كمية النقود ق خارج النموذج يعنى أن ى توثر فـــى ف وبالعكس وفقا لهذه المعادلة الأخيرة . وعلى هذا فان النموذج لا يكمل الا بالمعـــادلات الأربـــع .

والسؤال الآن هو : ما الذى يدعونا لاستكمال النموذج بهذه الصورة ؟ الاجابة على ذلك تتوقف على توضيح غايتنا من أى نظرية اقتصادية ، هذه الغاية يمكن تلخيصها فى شيئين :

(١) الأول هو تفسير الأحداث التاريخية التى تتعرض لها الظواهر الاقتصادية التى ندرسها على أساس من المتغيرات الخارجية التى تكون فى حكم المعلومات Data .

(٢) والثانى هو بيان الكيفية التى تحدث بها التغيرات فى المتغيرات الخارجية — نتيجة لسياسة اقتصادية معينة مثلا — تغيرا فى باقى اجزاء النموذج أى فى جميع المتغيرات الداخلية ، لان وصولنا الى هذه المعرفة هو سبيلنا الوحيد الى رسم السياسة الاقتصادية وفقا لاهداف نختارها بالنسبة لهذه المتغيرات الداخلية .

فمثلا تدلنا معادلة الادخار على حجم المدخرات الذى يناظر دخولا مختلفة ولكنه لا يدلنا على السبب الذى يصل به حجم الادخار الى مستوى معين فى لحظة معينة لان هذا يقتضى منا تفسير الدخل وتفسير الدخل بدوره يقودنا الى المعادلات الأخرى فى النموذج وهكذا لا نستطيع تفسير واحد من المتغيرات الداخلية تفسيرا كاملا ما لم نرجعه الى المتغيرات الخارجية عن طريق باقى اجزاء النموذج . فاذا نظرنا الى النموذج الكينزى وجدنا أن تعيين كمية محددة من النقود يؤثر على كل من الدخل وسعر الفائدة وبالتالى على الادخار والاستثمار، يمكن القول أنه يقابل كل كمية معينة من النقود توجد قيم محددة للدخل والادخار والاستثمار وسعر الفائدة ، وان هذه القيم تتغير فقط عندما يتغير حجم النقود . فاذا اردنا تحقيق مستوى معين للدخل ى (مثلا مستوى التوظيف الكامل) كان علينا ان نعين حجم النقود عند ذلك المستوى اللازم لتحقيق ذلك كما يتضح من النموذج .

وواضح من هذا النموذج أنه لو تعينت قيمة ق فان باقى المتغيرات تتحدد قيمتها وتظل ثابتة لجميع الفترات الزمنية المتتالية . غير اننا لو فرضنا أن الادخار فى فترة معينة لا يتأثر لا بالدخل فى نفس الفترة بل بالدخل فى الفترة السابقة (و — ١) فان هذا يعنى أن الدخل السابق يؤثر فى الادخار الجارى بينما أن الادخار الجارى لا يؤثر فى الدخل السابق بحكم التسلسل الزمنى . معنى هذا أن المتغيرات الداخلية التى تظهر بفترة ابطاء تلعب دورا مشابها لدور المتغيرات الخارجية ، لذلك يحسن

بنا أن نجمع النوعين فى مجموعة واحدة هى مجموعة المتغيرات المحددة Predetermined Variables ونعتبر هذه المتغيرات موثرة فى القيم الحالية للمتغيرات الداخلية ولتمييز هذه الأخيرة نطلق عليها اسم المتغيرات المتجاوبة Jointly Dependent Variables باعتبار أن هذه المتغيرات تكون كل منها تابعة للمتغيرات المحددة وتتأثر بعضها البعض أى تتجاوب معا فى التأثر بالمتغيرات المحددة . ومعنى هذا أننا نستطيع أن نميز بين نوعين من النماذج لهما اهمية خاصة من وجهة نظر التحليل القياسى ، هما النماذج الستاتيكية والنماذج الديناميكية ، وسوف نستعرضها بايجاز فى هذا الفصل .

٢/٤ - النماذج الستاتيكية

تتميز النماذج الستاتيكية بان جميع المتغيرات التى تدخل فيها تكون متعلقة بالقيم الجارية أى أن كلها متغيرات متجاوبة أو متغيرات خارجية خاصة بالفترة الجارية على أنه يجب أن نأخذ فى الحسبان أن بعض المتغيرات تمثل تيارات من الاضافات الى جملة سابقة ، وأهم الأمثلة على ذلك الاستثمار ، فالاستثمار الجارى يمكن اعتباره متغيرا متجاوبا ولكنه فى نفس الوقت معدل التغير فى جملة رأس المال الذى تكون فى فترات سابقة وما دمنا تكلمنا عن معدل تغير فاننا بذلك نكون قد ادخلنا متغيرا ديناميكيا ، وعلى هذا فان النموذج قد يبدو ستاتيكيا فى مظهره ولو أنه فى الحقيقة يحتوى على عناصر للحركة والتغير ونستطيع أن نميز بين نوعين من النماذج الستاتيكية وفقا لاحتوائها أو عدم احتوائها على متغيرات خارجية ، ذلك أن احتوائها على متغيرات خارجية يجعل النتائج ليست ستاتيكية مطلقة بمعنى أن قيم المتغيرات تظل دائما ثابتة بل تصبح فى الواقع من النوع الذى يسمى ستاتيكيا مقارنا Comparatives Static بمعنى أن قيمة المتغيرات المتجاوبة تبقى ثابتة طالما أن المتغيرات الخارجية ثابتة فاذا تغيرت قيم هذه الأخيرة فان نقطة التوازن الستاتيكى تتغير وهذا هو ما نعنيه بالوضع الستاتيكى المقارن الذى نهتم فيه بكيفية تغير نقطة التوازن نتيجة تغير العوامل الخارجية ويتضح ذلك من الامثلة الاتية :

النمـــوذج الأول :

لنفرض أن لدينا سوق لسلعة معينة ولنرمز بالرموز ط ، ض ، ع الى الكميـــة المطلوبة والكمية المعروضة والسعر على التوالى . يمكننا أن نلخص نموذج السوق فـــى معادلات ثلاثة للمتغيرات الثلاث (وسنعتبرها معادلات خطية للسهولة) :

ط = ض   ض = ج + هـ ع   ط = أ + ب ع   (٤/١)

هذه المعادلات هى المعادلات الهيكلية التى تمثل سلوك المستهلكين وسلوك المنتجـــين ثم شرط التوازن ، ولذلك يطلق على هذه الصورة للنموذج أسم الصورة الهيكلية structural form . وطبيعى أن الذى يهمنا هو تحديد نقطة التوازن أى قيمة كل مـــن ط ، ض ، ع التى تحقق كلها من المعادلات فى (١) بحيث اذا امكن تحقيقها لم يعـــد هناك ما يدعو لتغييرها . والمعادلات (١) لا تساعدنا بصورها الفردية على التعرف علـــى هذه القيم ، خاصة وأن كل معادلة تحتوى على متغيرين متجاوبين بحيث يمكن اعتبار أن كـــلا منهما تعين احد المتغيرين لو عزف الآخر وبالعكس . لذا نحاول أن نوجد حـــلا للنمـــوذج يعطى معادلات جديدة لا يحتوى كل منها الا على متغير متجاوب واحد بحيث يمكن اعتبـــاره المتغير التابـــع وبالتعويض نجد ان (٤/١) تعطـــى :

ع = (أ ــ ج)/(هـ ــ ب) ، ط = (أ هـ ــ ب ج)/(هـ ــ ب) ، ض = (أ هـ ــ ب ج)/(هـ ــ ب)   (٤/٢)

هذه المعادلات يمكن اعتبار كلا منها محددا لمتغير واحد متجاوب بحيث نعتـــبر الطرف الأيمن متوقفا على الطرف الأيسر ولكن العكس غير صحيح . هذه الصورة للنمـــوذج تسمى الصورة المبسطة Reduced Form ، وواضح انها تنطوى على معـــادلات مشتقة وهى تتوقف على المعادلات الهيكلية وتبين نتيجة تفاعلها معا داخل النموذج ولا تمثـل أى فروض عن سلوك الأفراد وفقا للنظرية الاقتصادية بل تعطى نتائج هذا السلوك . هـــذا المثال يبين أن نقطة التوازن سوف تظل ثابتة طالما أن المعاملات أ ، ب ، ج ، هـ ثابتة أى طالما تبقى ميول الأفراد ثابتة . وهذا الفرض اساسى لجميع النماذج فى الواقـــع .

النمـــوذج الثانـــى :

واضح أن النموذج (١) يندر أن يتحقق عمليا لان كلا من معادلتى الطلب والعرض تتوقفان على عوامل أخرى عديدة بجانب الكمية والسعر ، والذى يحدث فى النظرية الاقتصادية أنه يفترض ثبات هذه العوامل الأخرى لانها بالرغم من تأثيرها فى العلاقة بين الكمية والسعر فانها لا تتأثر بهما بحيث يمكن اعتبارها متغيرات خارجية . لذا يجب علينا احصائيا أن نأخذها فى الاعتبار فنحصل على نموذج مثل (٢/٤) . فى هذا النموذج يعتبر المتغيران ى ، ق خارجيين ومحددين للتغيرات فى علاقتى الطلب والعرض ، ويترتب على ذلك أن الصورة المبسطة تأخذ الشكل المبين فى (٢/٥) . فى هذه الحالة تظهر المتغيرات المتجاوبة فى الطرف الأيمن بينما يتوقف الطرف الأيسر ليس فقط على ثوابت كما فى (٢) بل ايضا على متغيرات خارجية . وهذه الحالة اكثر تعميما من (٢) ونستطيع أن نعتبر المعادلات (٢/٥) محددة لقيم متغيرات تابعة هى المتغيرات المتجاوبة كدوال فى المتغيرات الخارجية المتبوعة بينما العكس غير صحيح . وواضح من (٢/٥) أن نقطة التوازن يمكن أن تتغير حتى ولو بقيت المعاملات ثابتة لان قيم المتغيرين ى ، ق ليست بالضرورة ثابتة ، ومعنى هذا أن تغير المتغيرات الخارجية يحدث انتقالا فى نقطة التوازن الستاتيكى ويكون التحليل هنا تحليلا ستاتيكيا مقارنا لا مطلقا لاننا نهتم فيه بمعرفة أثر تغير العوامل الخارجية على انتقال التوازن الستاتيكى من نقطة الى أخرى وواضح من (٢/٥) أن هذا الأثر يتوقف على ميلى كل من المنحدرين بالنسبة للسعر أى على د ، ب بجانب توقفه على معاملى ى ، ق .

وفى بعض الأحوال يدخل الزمن نفسه كمتغير خارجى فى احدى المعادلتين أو كلتيهما عندما يكون النموذج خاصا بسوق واحد فى نقط زمنية مختلفة ويكون الزمن فى هذه الحالة نائبا عن جميع العوامل الخارجية التى نفترض تغيرها بصورة منتظمة مع الزمن (انظر بند ٢/٦) هنا أيضا تكون نتيجة التحليل ستاتيكية مقارنة لاننا اذا جردنا التحليل من عنصر الزمن انعدمت عوامل التغير فى نقطة التـــوازن .

٣/٤ — النمـــاذج الديناميكيـــــة

تتميز النماذج الديناميكية بان المتغيرات الداخلية تظهر فيها تغيرات زمنيـــــة مختلفة أى بفترات ابطاء مختلفة — لان هذا يترتب عليه دخول الزمن والتغير الزمـــــنى فى العلاقات الاقتصادية بصورة اساسية • فاذا افترضنا أن المتغيرات الاقتصادية تتغـــير بشكل متصل فى الزمن فان المعادلات المختلفة فى النموذج تأخذ شكل معادلات تفاضليـــة اما اذا افترضنا ان هذه المتغيرات تتغير فى شكل وثبات من فترة لاخرى فان المعـــادلا ت تأخذ شكل معادلات فـــروق Lifference Equations وكما ذكرنا ســـابقا فان جميع المتغيرات التى تظهر فى النموذج بفترة ابطاء تدخل ضمن المتغيرات المحددة • ونحصل على الصورة المبسطة للنموذج بحل المعادلات الهيكلية وتحويلها الى معـــادلا ت تعبر كل منها عن متغير واحد من المتغيرات المتجاوبة بدلالة المتغيرات المحددة • غـير أنه من الممكن ايضا حل النموذج بصورة تجعل كل متغير داخلى متجاوب دالة فى قيمتـــة السابقة وفى قيم المتغيرات الخارجية (لنفس الفترة أو بفترات ابطاء) وهذه الصورة تســـمى بالصورة المنفصلـــة Separated Form لاننا نفصل فيها المتغير الداخلى الواحـــد عن باقى المتغيرات الداخليـــــــة •

النمـــوذج الثالـــــث :

كمثال للنماذج الديناميكية نأخذ نموذج هارود الذى فيه علاقات الادخـــار خ ، الاستثمار س فى الفترة الزمينة (و) تتحدد وفقا للآتـــــى :

$$\text{خ}_{\text{و}} = \text{أ}\ \text{ى}_{\text{و}} \qquad \text{س}_{\text{و}} = \text{ب}\,(\text{ى}_{\text{و}} - \text{ى}_{\text{و}-1}) \qquad \text{خ}_{\text{و}} = \text{س}_{\text{و}} \qquad (٣/٤)$$

بالتعويض فى المعادلة الثالثة من كل من الأول والثانية نجـــد أن :

$$\text{أ}\ \text{ى}_{\text{و}} = \text{ب}\,(\text{ى}_{\text{و}} - \text{ى}_{\text{و}-1})$$

ومن هذا نستطيع حساب $\text{ى}_{\text{و}}$ ثم حساب كل من خ ، س كالآتـــــى :ــ

$$\text{ى}_{\text{و}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}-\text{أ}}\,\text{ى}_{\text{و}-1} \ ،\quad \text{خ}_{\text{و}} = \frac{\text{أ}\,\text{ب}}{\text{ب}-\text{أ}}\,\text{ى}_{\text{و}-1} \ ،\quad \text{س}_{\text{و}} = \text{خ}_{\text{و}} \qquad (٤/٤)$$

هذه المعادلات الثلاث تحل محل المعادلات الهيكلية (٣) وهى تمثل الصورة المبسطة للنموذج ، حيث أننا فيها نعبر عن كل واحد من المتغيرات المتجاوبة بدلالة المتغيرات المحددة فى النموذج وهى المتغير $ى_{و-١}$ وبعبارة أخرى اذا عرفنا الدخل السابق فاننا نستطيع معرفة كل من الادخار والاستثمار والادخار الحاليين وهكذا .

فاذا أعدنا كتابة أولى المعادلات (٣) كالاتى $ى_و = \frac{١}{أ} خ_و$ واستخدمنا نفس هذه العلاقة بعد كتابة و – ١ بدلا من و فان ثانى المعادلات (٣) تعطى (بسبب تساوى س ، خ) :

$$خ_و = ب \left(\frac{١}{أ} خ_و - \frac{١}{أ} خ_{و-١} \right) \quad \therefore \quad \frac{ب-أ}{أ} خ_و = \frac{ب}{أ} خ_{و-١}$$

ونفس العلاقة تصح لو استبدلنا س بالمتغير خ . ومعنى هذا أنه باستخدام (٤) وهذه النتيجة الاخيرة فان :

$$ى_و = \frac{ب}{ب-أ} ى_{و-١} \text{ ، } خ_و = \frac{ب}{ب-أ} خ_{و-١} \text{ ، } س_و = \frac{ب}{ب-أ} س_{و-١} \qquad (٤/٥)$$

ومعنى هذا اننا استطعنا التعبير عن كل متغير متجاوب بدلالة القيمة السابقة لهذا المتغير الحالية والسابقة (وقيم المتغيرات الخارجية ان وجدت) ، وهذا هو ماقصدناه بالصورة المنفصلة . والمهم هنا أن المعادلة واحدة من حيث الشكل والمعاملات بالرغم من اختلاف المتغيرات ، وهذه صفة تميز الصورة المنفصلة كما سنرى فيما بعد .

ونلاحظ فى هذا المثال ان المعادلة العامة للصورة المنفصلة تأخذ شكل معادلة فروق من الدرجة الأولى حيث ان طول أكبر فترة أبطاء فيها هو الوحدة . هذه المعادلة تأخذ الشكل :

$$ص_و = جـ ص_{و-١} \quad \text{حيث} \quad جـ = \frac{ب}{ب-أ} \qquad (٤/٦)$$

وهذه المعادلة تنطبق لاى متغير ص (= ى أو خ أو س) ، كما هو معروف من نماذج معادلات الفروق ، والحل العام كما هو معلوم :

$$ص_و = ص_٠ جـ^{و} \qquad (٤/٧)$$

وهو نفس الحل لجميع المتغيرات ولا يختلف الا من حيث القيمة الابتدائية • ويمكن القــول أن (٧) هى الصورة المحلولة للنموذج • ولكى نعرف مغزى هذه الصورة نفترض النمـوذج التالـــى •

النمـــــوذج الرابـــع :

لنفرض الآن أن معادلة الاستثمار فى النموذج الثالث تحتوى أيضا على جزء تلقائـــى $ع_و$ فى هذه الحالة يمكن كتابة النموذج كالآتــــى :

$$\begin{bmatrix} أ & -١ & صفر \\ صفر & ١ & -١ \\ -ب(١-ط) & صفر & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ى_و \\ خ_و \\ س_و \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ ع_و \end{bmatrix} \qquad (٤/٨)$$

حيث ط هى عامل الابطاء * ويلاحظ أن محدد مصفوفة المعاملات هو أ - ب(١-ط) = أ-بΔ فيكون مقلوبهـــا هـــو :

$$\frac{١}{أ-ب\Delta} \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ب\Delta & أ & أ \\ ب\Delta & ب\Delta & أ \end{bmatrix}$$

ويكون حل النموذج بدلالة $ص_و$ هـــو

$$\begin{bmatrix} ى_و \\ خ_و \\ س_و \end{bmatrix} = \frac{١}{أ-ب\Delta} \begin{bmatrix} ١ \\ أ \\ أ \end{bmatrix} ع_و \qquad (٤/٩)$$

وهذه الصورة تعطى قيم المتغيرات الداخلية بدلالة القيم الحالية والسابقة للمتغـــير $ع_و$ • وتعتبر القيم التى تتحدد بهذا الحل قيما توازنية • فلو كانت $ع_و$ = ع (أى ثابـــت) لجميع نقط و فان

$$ى_و = \frac{ع}{أ} \qquad خ_و = ع \qquad س_و = ع$$

---

* انظر مذكرات الاقتصاد الرياضى فى تعريف هذه العوامل وفى حل النماذج الديناميكيــة ومعادلات الفـــروق •

وهى نفس القيم التى نحصل عليها من معادلة المكرر الستاتيكى • ويمكن القول أن هــذا الحل هو ما نحصل عليه من (٩) بوضع Δ = صفر • ومن جهة أخرى فان الحلول مثل (٧) تعبر عن انحرافات المتغيرات ص$_{و}$ عن التوازن أى أن الحل النهائى يكون هــو

ص̃$_{و}$ = د (ع) ص$_{و}$ = ص̃$_{و}$ + (ص$_{•}$ — ص̃$_{•}$) حُ (٤/١٠)

حيث د (ع) دالة فى المتغير ع [= $\frac{١}{}$ع أو ع] • ومعنى هذا اننا استطعنا التعبير عن كل واحد من المتغيرات المتجاوبة بدلالة القيم الحالية والسابقة للمتغيرات الخارجيــة وهذا هو المقصود بالصورة المحلولة Resolved form •

٤/٤ — الصور المختلفة للنمـــاذج

لنفرض أن النموذج الذى ندرسه يحتوى على م من المتغيرات الداخليــة ص$_{١}$ ، ص$_{٢}$ ، •••• ، ص$_{م}$ ، اذن لا بد ان يحتوى النموذج على القيم الحالية لهــذه المتغيرات ، أى أن يحتوى على م من المتغيرات المتجاوبة • ومن الجائز أنه يحتـوى ايضا على القيم السابقة لهذه المتغيرات ط^{د} ص$_{ر}$ (د = ١ ، ٢ ، •••••) ولو أن أكبر فترة للابطاء قد تختلف من متغير لآخر • ومن جهة أخرى فان النموذج يمكـن أن يحتوى أيضا على ك من المتغيرات الخارجية س$_{١}$ ، •••• ، س$_{ك}$ • ومـــن مجمـوع المتغيرات الخارجية والقيم السابقة للمتغيرات الداخلية نحصل على المتغـيرات المحددة وليكن عددها ل • (ل ≫ ك)

مثـــال : لنفرض أن لدينا متغيرين داخليين ص$_{١}$ ، ص$_{٢}$ ومتغير خارجى س$_{١}$ • ولنفرض أن أطول فترة إبطاء هى ٢ بحيث يكون النمــــوذج هــو :

ب$_{١١}$ ص$_{١و}$ + ب$_{٢١}$ ص$_{٢و}$ + حـ$_{١١}$ ص$_{١،و-١}$ + حـ$_{٣١}$ ص$_{٢،و-١}$ + حـ$_{٤١}$ ص$_{٢،و-٢}$ + حـ$_{٥١}$ س$_{١و}$ = صفر

ب$_{١٢}$ ص$_{١و}$ + ب$_{٢٢}$ ص$_{٢و}$ + حـ$_{١٢}$ ص$_{١،و-١}$ + حـ$_{٢٢}$ ص$_{١،و-٢}$ + حـ$_{٥٢}$ س$_{٢و}$ = صفر

فالمعاملات ب تمثل معاملات المتغيرات المتجاوبة أما المعاملات حـ فهى معامـــلات المتغيرات المحددة . واذا رمزنا الى المتغيرات بالرمـــوز

$$\text{ع}_{1\text{و}} = \text{ص}_{1،\text{و}-1} \qquad \text{ع}_{2\text{و}} = \text{ص}_{1،\text{و}-2}$$

$$\text{ع}_{3\text{و}} = \text{ص}_{2،\text{و}-1} \qquad \text{ع}_{4\text{و}} = \text{ص}_{2،\text{و}-2} \qquad \text{ع}_{5\text{و}} = \text{س}_{1\text{و}}$$

فان المعادلات السابقة يمكن كتابتها كالآتـــــى :

$$\text{ب}_{11}\text{ص}_{1\text{و}} + \text{ب}_{21}\text{ص}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{11}\text{ع}_{1\text{و}} + \text{حـ}_{21}\text{ع}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{31}\text{ع}_{3\text{و}} + \text{حـ}_{41}\text{ع}_{4\text{و}} + \text{حـ}_{51}\text{ع}_{5\text{و}} = \text{صفر}$$

$$\text{ب}_{12}\text{ص}_{1\text{و}} + \text{ب}_{22}\text{ص}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{12}\text{ع}_{1\text{و}} + \text{حـ}_{22}\text{ع}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{32}\text{ع}_{3\text{و}} + \text{حـ}_{42}\text{ع}_{4\text{و}} + \text{حـ}_{52}\text{ع}_{5\text{و}} = \text{صفر}$$

(حيث بعض المعاملات حـ = صفر ومن الجائز أن يصح هذا أيضا لبعض المعاملات ب) وواضح أنه بالرغم من أن المتغيرات الداخلية عددها ٢ فان عدد المتغيرات الداخليـــة بفترة ابطاء هو ٤ وذلك وفقا لأطوال فترات الابطاء . ولو أننا استخدمنا عامل الابطاء ط لامكن اعادة كتابة النمـــوذج كالآتـــــى :

$$\text{ب}_{11}\text{ص}_{1\text{و}} + \text{ب}_{21}\text{ص}_{2\text{و}} + (\text{حـ}_{11}\text{ط} + \text{حـ}_{21}\text{ط}^{2})\text{ص}_{1\text{و}} + (\text{حـ}_{31}\text{ط} + \text{حـ}_{41}\text{ط}^{2})\text{ص}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{51}\text{س}_{1\text{و}} = \text{صفر}$$

$$\text{ب}_{12}\text{ص}_{1\text{و}} + \text{ب}_{22}\text{ص}_{2\text{و}} + (\text{حـ}_{12}\text{ط} + \text{حـ}_{22}\text{ط}^{2})\text{ص}_{1\text{و}} + (\text{حـ}_{32}\text{ط} + \text{حـ}_{42}\text{ط}^{2})\text{ص}_{2\text{و}} + \text{حـ}_{52}\text{س}_{2\text{و}} = \text{صفر}$$

وبذا يظهر نفس العدد من المتغيرات الداخلية مع اعادة كتابة معاملاتها كدوال فـى ط . وعلى هذا نستطيع تمييز الصور الآتية للنمـــوذج :

١ ـ الصـــورة الهيكليـــــة :

باتباع نفس المبادىء المبينة فى المثال السابق يمكن كتابة الصورة الهيكلية للنمـــوذج بواحد من عدة أشكال . ولنعرف أولا مصفوفات المعامـــلات :

مصفوفة معاملات المتغيرات التجاوبة : $\underset{\sim}{\text{ب}} = \begin{bmatrix} \text{ب}_{١١} & \text{ب}_{١٢} & \cdots & \text{ب}_{٢م} \\ \text{ب}_{٢٢} & \text{ب}_{٢٢} & \cdots & \text{ب}_{٢م} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ب}_{م١} & \text{ب}_{م٢} & \cdots & \text{ب}_{مم} \end{bmatrix}$

وهى من الدرجة م × م

مصفوفة معاملات المتغيرات المحددة : $\underset{\sim}{\text{ح}} = \begin{bmatrix} \text{ح}_{١١} & \text{ح}_{٢١} & \cdots & \text{ح}_{١ل} \\ \text{ح}_{١٢} & \text{ح}_{٢٢} & \cdots & \text{ح}_{٢ل} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ح}_{م١} & \text{ح}_{م٢} & \cdots & \text{ح}_{مل} \end{bmatrix}$

وهى من الدرجة م × ل .

مصفوفة معاملات المتغيرات الداخلية بفترة ابطاء باعتبار المعاملات دوال فى ط

$$\underset{\sim}{\text{ح}^*} = \begin{bmatrix} \text{ح}^*_{١١} & \text{ح}^*_{٢١} & \cdots & \text{ح}^*_{١م} \\ \text{ح}^*_{١٢} & \text{ح}^*_{٢٢} & \cdots & \text{ح}^*_{٢م} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ح}^*_{م١} & \text{ح}^*_{م٢} & \cdots & \text{ح}^*_{مم} \end{bmatrix}$$

حيث المعاملا $\text{ح}^*_{\text{هـر}} = \text{ح}_{\text{هـر}١}\,\text{ط} + \text{ح}_{\text{هـر}٢}\,\text{ط}^٢ + \cdots$ (هـ = ١ ... م)

ومن الممكن تعريف المعاملات $\text{ب}^*_{\text{هـر}} = \text{ب}_{\text{هـر}} + \text{ح}^*_{\text{هـر}}$ ، فتكون هى معاملات القيم الحالية والسابقة للمتغيرات الداخلية . أى أن :

$$\underset{\sim}{\text{ب}^*} = \begin{bmatrix} \text{ب}^*_{١١} & \text{ب}^*_{٢١} & \cdots & \text{ب}^*_{١م} \\ \text{ب}^*_{١٢} & \text{ب}^*_{٢٢} & \cdots & \text{ب}^*_{٢م} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ب}^*_{م١} & \text{ب}^*_{م٢} & \cdots & \text{ب}^*_{مم} \end{bmatrix} = \underset{\sim}{\text{ب}} + \underset{\sim}{\text{ح}^*}$$

كذلك فـــان

مصفوفة معاملات المتغيرات الخارجية = $\underset{\sim}{\text{ح}}^{**}$ =

$$\begin{bmatrix} \text{ح}^{**}_{11} & \text{ح}^{**}_{21} & \cdots & \text{ح}^{**}_{1\text{ك}} \\ \text{ح}^{**}_{12} & \text{ح}^{**}_{22} & \cdots & \text{ح}^{**}_{2\text{ك}} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ح}^{**}_{\text{م}1} & \text{ح}^{**}_{\text{م}2} & \cdots & \text{ح}^{**}_{\text{م}\text{ك}} \end{bmatrix}$$

واذا أعدنا ترتيب حدود $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ بحيث يحتوى كل حد على معامل واحد فقط لقوة واحـــدة من قوى ط فان من الممكن اعادة كتابة المصفوفة $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ بحيث تبدو مستطيلة من الدرجـــة م × (ل ـ ك) . ولنرمز الى المصفوفة الجديدة بالرمز $\underset{\sim}{\text{ب}}^{**}$ فتكون العلاقة بينهـــا وبين $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ هـــى :

$$\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}\ \underset{\sim}{\text{ص}}_{\text{و}} = \begin{bmatrix} \text{ب}^{**}_{11} & \text{ب}^{**}_{21} & \cdots & \text{ب}^{**}_{1،\text{ل}-\text{ك}} \\ \text{ب}^{**}_{12} & \text{ب}^{**}_{22} & \cdots & \text{ب}^{**}_{2،\text{ل}-\text{ك}} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ب}^{**}_{\text{م}1} & \text{ب}^{**}_{\text{م}2} & \cdots & \text{ب}^{**}_{\text{م}،\text{ل}-\text{ك}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ط}\ \text{ص}_{1\text{و}} \\ \text{ط}^{2}\ \text{ص}_{1\text{و}} \\ \cdots \\ \text{ط}^{\text{د}}\ \text{ص}_{\text{م}\text{و}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{ح}_{11}\text{ط} & \text{ح}_{21}\text{ط}^{2} & \cdots & \text{ح}_{1،\text{ل}-\text{ك}}\text{ط}^{\text{د}} \\ \text{ح}_{12}\text{ط} & \text{ح}_{22}\text{ط}^{2} & \cdots & \text{ح}_{2،\text{ل}-\text{ك}}\text{ط}^{\text{د}} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \text{ح}_{\text{م}1}\text{ط} & \text{ح}_{\text{م}2}\text{ط}^{2} & \cdots & \text{ح}_{\text{م}،\text{ل}-\text{ك}}\text{ط}^{\text{د}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ص}_{1\text{و}} \\ \text{ص}_{2\text{و}} \\ \cdots \\ \text{ص}_{\text{م}\text{و}} \end{bmatrix}$$

حيث د هى أعلى فترة ابطاء فى المتغير $\text{ص}_{\text{م}}$. وعلى ذلك فـــان :

$$\underset{\sim}{\text{ح}} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\text{ب}}^{**} & \underset{\sim}{\text{ح}}^{**} \end{bmatrix}$$

كما أن

$$\underset{\sim}{\text{ح}}\ \underset{\sim}{\text{ع}}'_{\text{و}} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\text{ح}}^{*} & \underset{\sim}{\text{ح}}^{**} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\text{ص}}'_{\text{و}} \\ \underset{\sim}{\text{ع}}'_{\text{و}} \end{bmatrix}$$

باستخدام هذه العلاقة وملاحظة أن كلا من $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ ، $\underset{\sim}{\text{ب}}^{*}$ كل عنصر من عناصر هما يعتبر دالة خطية فى العامل ط ، فاننا نستطيع كتابة الصورة الهيكلية للنموذج بأحد الاشكال الآتيـــة :

$$\left.\begin{aligned} \underset{\sim}{\text{ب}}\,\underline{\text{ص}}' + \underset{\sim}{\text{ح}}\,\underline{\text{ع}}' &= \underline{\underline{\text{صفر}}}' \\ \underset{\sim}{\text{ب}}\,\underline{\text{ص}}' + \underset{\sim}{\text{ح}}^{*}\,\underline{\text{ص}}' + \underset{\sim}{\text{ح}}^{**}\,\underline{\text{س}}' &= \underline{\underline{\text{صفر}}}' \\ \underset{\sim}{\text{ب}}^{*}\,\underline{\text{ص}}' + \underset{\sim}{\text{ح}}^{**}\,\underline{\text{س}}' &= \underline{\underline{\text{صفر}}}' \end{aligned}\right\} \quad (١١/٤)$$

هذه الصورة المختلفة تؤول الى نفس الشئ عند ما نكتب المعادلات بالتفصيل ولكن كل منهـــا يفيد فى ايجاد أحد حلول النمـــوذج .

٢ — الصـــورة المبســـطة :

فمن أول هذه الصور نحصل على مايسمى بالصورة المبسطة كالآتـــى :

$$\underline{\text{ص}}' = -\underset{\sim}{\text{ب}}^{-1}\,\underset{\sim}{\text{ح}}\,\underline{\text{ع}}' \qquad (١٢/٤)$$

وواضح انها تعنى التعبير عن المتغيرات المتجاوبة بدلالة المتغيرات المحددة أى القـــيم السابقة للمتغيرات الداخلية بجانب المتغيرات الخارجية . ويتضح هذا لو أننا أعدنا كتابـــة (١٢) بدلالة الصـــورة الثانيـــة مـــن (١١) . لان

$$\underline{\text{ص}}' = -\underset{\sim}{\text{ب}}^{-1}\,\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}\,\underline{\text{ص}}' - \underset{\sim}{\text{ب}}^{-1}\,\underset{\sim}{\text{ح}}^{**}\,\underline{\text{س}}' \qquad (١٢/٤)$$

٣ — الصـــورة المنفصلـــة :

للحصول على هذه الصورة . نفرض أننا عوضنا فى $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ عن ط بالقيمة ١ . اذن نحصل على الحل التوازنى $\tilde{\underline{\text{ص}}}$ للمتغيرات $\underline{\text{ص}}$. فاذا كانت $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}_{١}$ هـــى قيمة $\underset{\sim}{\text{ح}}^{*}$ بوضع ط = ١ وكذلك $\underset{\sim}{\text{ب}}^{*}_{١}$ هى $\underset{\sim}{\text{ب}}^{*}$ بعد وضع ط = ١ فـان الصورة (٣) تعطى الحل التوازنى $\tilde{\underline{\text{ص}}}'$ بدلالة قيم معينة للمتغيرات المحددة $\tilde{\underline{\text{س}}}'$ لانــه لو كانت هذه القيم تحقق الصورة الهيكلية فـــان :

$$\underset{\sim}{\text{ب}}^{*}_{١}\,\tilde{\underline{\text{ص}}}' + \underset{\sim}{\text{ح}}^{**}\,\tilde{\underline{\text{س}}}' = \underline{\underline{\text{صفر}}}'$$

ومنهـــا :

$$\tilde{\underline{\text{ص}}}' = -\underset{\sim}{\text{ب}}^{*\,-1}_{١}\,\underset{\sim}{\text{ح}}^{**}\,\tilde{\underline{\text{س}}}' \qquad (١٣/٤)$$

وعلى ذلك توءول الصورة الثالثة الى مجموعة من م معادلة فروق متجانسة بين م انحـــراف عن التـــــوازن :

$$\text{ب}^{*} \left(\underline{\text{ص}}' - \underline{\tilde{\text{ص}}}' \right) = \underline{\text{صفر}}'$$

وشرط حل هذه المعادلات لقيمة غير صفرية للانحرافات هو أن المحدد ب* للمصفوفـــة ب* يساوى الصفر • فاذا لاحظنا أن هذا المحدد دالة كثيرة الحدود فى ط فـــان الحل النهائى يكـــون :

$$\underline{\text{ص}}' = -\text{ب}_{1}^{*\,-1}\ \text{ج}^{**}\ \underline{\tilde{\text{س}}}' + (\text{ب}^{*}) \left[\underline{\text{ص}}' - \underline{\tilde{\text{ص}}}' \right] \qquad (١٤/٤)$$

هذه الصورة تسمى صورة منفصلة لان كل معادلة فيها لا تحتوى الا على واحد فقط من المتغــيرات الداخلية (سواء بقيمة الحالية أوالسابقة) بجانب المتغيرات الخارجيـــة •

٤ ـ الصــــورة المحلولــــــة :

وأخيرا فاننا نستطيع الحصول على الصورة المنفصلة التي يقصد بها ايجاد حـــــل للصورة الثالثة من المعادلات (١٠) أى : $\underline{\text{ص}}' = -\text{ب}^{*\,-1}\ \text{ج}^{**}\ \underline{\text{س}}'$ • والواقـــــع أن الحصول على مثل الحل يتم أولا بالحصول على الحل التوازنى (١٣) ثم حل المعادلـة المحددية ب* = صفر وايجاد جذور ط من هذه المعادلة والتعبير عن الانحرافـات بدلالة هذه الجذور (أو بالأصح مقلوباتهـــا) ويكون هذا التعبير عبارة عن صورة خطيـة فيها المعاملات متوقفة على القيم الابتدائية للمتغـــيرات •

٤/٥ ـ استخدامات النماذج وحلولهـــا

بالرغم من أن صياغة النماذج اتخذت فى تحليلنا السابق شكل مجموعات مـــن المعادلات الرياضية وحلول لهذه المعادلات ، فان المشاكل الرياضية لا يجب أن تحيد بنا عن الهدف الأساسى وهو اعطاء تفسيرات اقتصادية للظواهر التى من أجلها نسعى لتكويـن النماذج • فمما لاشك فيه أن تقدير المعالم التى تدخل فى هذه النماذج من وقـــع البيانات الاحصائية الواقعية يساعد على إكساب البحث صيغة عملية تعلى من قيمة التحليـل وتمكن الباحث من اختيار مدى صحة النظريات التى بنى عليها ، وكما سنرى فيما بعد فـا ن كلا من الاعتبارات الاحصائية والاقتصادية تقتضى اجراء عملية التحليل هذه من واقع الصورة الهيكلية للنمـــــوذج •

غير أن تقدير المعالم الهيكلية واختبار معنويتها ليس الا الخطوة الأولى في الدراسة . ولا بد بعد ذلك من الاستفادة بهذه التقديرات اما في تفسير الأحداث الماضية أو في التنبوء بالمستقبل ، وهنا تبرز قيمة الصورة المشتقة من الصور الهيكلية خاصة الصور المبسطة والمحلولة ، وسنحاول هنا اعطاء بعض الأمثلة لذلك .

النمـــوذج الخامـــس :

قام براون بتوفيق نموذج للاقتصاد الكندى* ، وقد اعتمد في هذا النمـــوذج على العلاقات التاليـــة :

الدخل القومى الاجمالى = الاستهلاك الخاص + الانفاق الجارى الحكومى + صافى الاستثمار المحلى + صافى الاستثمار الخارجـــى + استهلاك رأس المـــال .

وواضــح أن :

الانفاق الجارى الحكومى = صافى ايرادات الحكومة الجارية + عجز الميزانية الجارية
وصافى ايرادات الحكومة الجارية = الضرائب — التحويلات الى القطاع الخاص
وعلى ذلك نستطيع التعويض عن الانفاق الجارى الحكومى فى معادلة تعريف الدخل الاجمـــالى

∴ الدخل القومى الاجمالى = (الاستهلاك الخاص) + (صافى الاستثمار المحلـــى + صافى الاستثمار الخارجى + عجز الميزانية الجاريـــة) + (الضرائب — التحويلات + استهلاك رأس المال) .

فاذا رمزنا بالرمـــوز

ك = الاستهلاك الخـــاص

س = صافى الاستثمار المحلى + صافى الاستثمار الخارجى + عجز الميزانية الجـــاريـــة
= الادخار الخاص

ص = الضرائب — التحويلات + استهلاك رأس المـــال

فمن الواضح أن ص تمثل الفرق بين الدخل القومى الاجمالى والدخل التصرفى الخـــاص

---

* See; T.M.Brown: " Habit Persistence and Lags in Consumers Behaviour"- Econometrica, 1952-PP.355-371

وعلى هذا فإذا كـــان

ى = الدخل التصرفى الخـاص

فان الدخل القومى الاجمالى = ى + ص = ك + س + ص

وقد حاول براون أن يأخذ فى الحسبان أثر توزيع الدخل ولذا قسم ى الى قســـمين :

ج = الدخل التصرفى لأصحاب الأجـــور

ح = الدخل التصرفى لأصحاب الأربـــاح

وأخيرا اذا أخذنا فى الاعتبار المتغيريـــن

ل = الأصول التى لدى المســـتهلكين

و = الزمن مقاسا بالســـنوات

فان النموذج يحتوى على المتغيرات الآتيـــة :

متغيرات داخليـــة	متغيرات خارجيـــة
ك = الاستهلاك الخـــاص	ل = الأصول التى لدى المســتهلكين
ج = الأجور التصـــرفية	ص = الضرائب ـ التحويلات + استهلاك رأس المـال
ح = الأرباح التصـــرفية	س = الادخار الخاص (بالتحليل السابق)
ى = الدخل التصرفى الخـــاص	و = الـــزمن

وبجانب هذه المتغيرات الخارجية يحتوى النموذج على متغيرات محددة زمنيا هـــى :

$(ى + ص)_{-1}$ = القيمة السابقة للدخل القومى الأجمـــالى

$ك_{-1}$ = الاســـتهلاك الخاص الســـابق

ويتكون النموذج من أربعة معادلات لتفسير المتغيرات المتجاوبة الأربعة (القيم الحاليـــة للمتغيرات الداخلية) وهـــى :

معادلة الاستهلاك ـ معادلة تحديد الأجور ـ معادلة تعريف الدخل التصـــرفى ـ معادلة موازنة الدخل الأجمالى والانفاق القومـــى .

وقد قدر براون معالم هذه المعادلات فحصل على النتائج التاليـــــــة

ك = ٨٩٦٢ر٠ + ٦٠٦١ر٠ج + ٢٨٢٨ر٠ح + ٢١٧١ر٠ك$_{-١}$ + ٦٩١٠ر٠ل + ق$_{١}$

ج = ٣٤٠٧ر٠ + ١٧٢٣ر٠(ى + ص) + ٢٢١٥ر٠ (ى + ص)$_{-١}$ + ٣٤٩١ر٠و + ق$_{٢}$

ى = ج + ح

(ى + ص) = ك + س + ص

حيث ق$_{١}$ ، ق$_{٢}$ باقيان عشوائيان بينما المعادلتان الثالثة والرابعة خاليتان مـــــن البواقى لانهما تعريفيتان وبأعادة ترتيب حدود هذه المعادلات بحيث تبقى المتغيرات المتجاوبة فى الطرف الأيمن والمتغيرات المحددة فى الطرف الأيسر (مع فصل ى عن ص فـــــى المعادلة الثانية لان ى متجاوبة بينما ص محددة بعكس (ى + ص)$_{-١}$ الـــتى تعتبر كلها محددة) فاننا نجـــــد أن :

ب ص′ = − ج ع′ + ق′

١ر٠٠٠٠	ـ ٦٠٦١ر٠	ـ ٢٨٢٨ر٠	صفر	ك	=	ق$_{١}$
صفر	١ر٠٠٠٠	صفر	ـ ١٧٢٣ر٠	ج		ق$_{٢}$
صفر	١ر٠٠٠٠	١ر٠٠٠٠	ـ ١ر٠٠٠٠	ح		صفر
ـ ١ر٠٠٠٠	صفر	صفر	١ر٠٠٠٠	ى		صفر

\+

٨٩٦٢ر٠	٢١٧١ر٠	٦٩١٠ر٠	صفر	صفر	صفر	صفر	١ر٠٠٠٠
٣٤٠٧ر٠	صفر	صفر	٢٢١٥ر٠	٣٤٩١ر٠	١٧٢٣ر٠	صفر	ك$_{-١}$
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	ل
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١ر٠٠٠٠	(ى+ص)$_{-١}$
							و/١٠
							ص
							س

ويلاحظ أننا أضفنا الى المتغيرات المحددة المتغير ١ر٠٠٠٠ للدالة على الحد المطلق . وهذه هى الصورة الهيكلية للنموذج ، وللحصول على الصورة المبسطة أوجدنا مقلوب المصفوفة ب وضربناه فى ـ حـ

ب$^{-1}$ =

١ر٥١١٧٢٢٧	٠ر٤٨٨٧٤١	٠ر٤٢٧٥١٦	٠ر٥١١٧٢٢٧
٠ر٢٦٠٤٧١	١ر٠٨٤٢١٠	٠ر٠٧٣٦٦١	٠ر٢٦٠٤٧١
١ر٢٥١٢٥٦	ـ٠ر٥٩٥٤٦٩	١ر٣٥٣٨٥٥	١ر٢٥١٢٥٦
١ر٥١١٧٢٢٧	٠ر٤٨٨٧٤١	٠ر٤٢٧٥١٦	١ر٥١١٧٢٢٧

وسوف نلخص حاصل الضرب ـ ب$^{-1}$ حـ فى الجدول التالى (مع اضافة سطر للدخل الاجمالى ى + ص)

المتغيرات المتجاوبة	١ر٠٠٠٠	ك ـ ١	ل	(ى+ص)ـ١	و/١٠	ص	س
ك	١ر٥٢١٣	٠ر٣٢٨٢	١ر٠٤٤٦	٠ر١٠٨٢	٠ر١٧٠٦	٠ر٠٨٤٢	٠ر٥١١٧
ج	٠ر٦٠٢٨	٠ر٠٥٦٥	٠ر١٨٠٠	٠ر٢٤٠١	٠ر٣٧٨٥	٠ر١٨٦٨	٠ر٢٦٠٥
ح	٠ر٩١٨٥	٠ر٢٧١٧	٠ر٨٦٤٦	ـ٠ر١٣١٩	ـ٠ر٢٠٧٩	ـ٠ر١٠٢٦	١ر٢٥١٢
ى	١ر٥٢١٣	٠ر٣٢٨٢	١ر٠٤٤٦	٠ر١٠٨٢	٠ر١٧٠٦	٠ر٠٨٤٢	١ر٥١١٧
(ى+ص)	١ر٥٢١٣	٠ر٣٢٨٢	١ر٠٤٤٦	٠ر١٠٨٢	٠ر١٧٠٦	١ر٠٨٤٢	١ر٥١١٧

وواضح أن هذه المعادلات تحقق العلاقات التعريفية (ى+ص) = ى + ص أى أن معامل ص فى السطر الأخير يزيد وحدة عن السطر السابق بينما باقى المعاملات متساوية . كذلك فان المعاملات فى السطر ى هى مجموع المعاملات فى السطرين السابقين بينما المعاملات فى السطر الأول فتحقق العلاقة ك = ى ـ س أى أن معاملات السطر الأول تساوى الرابع ما عدا معامل س الذى ينقص وحدة عن نظيره . وقد حصلنا على السطور الأربعة الأولى بالضرب المباشر أما السطر الخامس فقد استنتجناه من سابقه بالشكل المذكور أعلاه .

ومعنى هذا أن كل واحد من المتغيرات المتجاوبة يمكن تمثيله كدالة فى المتغيرات المحددة مثلا :

ى = ٥٢١٣ر١ + ٣٢٨٢ر٠ك$_{-1}$ + ٤٤٦ر١ ل + ١٠٨٢ر٠(ى + ص)$_{-1}$

+ ١٧٠٦ر٠و + ٨٤٢ر٠ص + ٥١١٧ر١

واذا أضفنا ص للطرفين يصبح الطرف الأيمن هو الدخل القومى الاجمالى (ى + ص) والطرف الأيسر يتغير فيه معامل ص الى ٨٤٢ر١ كما فى السطر الأخير ، وهكذا .

واضح أيضا أن

ءى / ءك$_{-1}$ = ٣٢٨٢ر٠ ، ءى / ءل = ٤٤٦ر١ وهكذا ...

وتسمى هذه المعاملات بأسم المكررات Multipliers لان لها نفس فكرة مكررة الاستثمار فى النظرية الكينزية المبسطة . فزيادة الأصول وحدة تؤدى الى زيادة الدخل التصوفى ٤٤٦ر١ وهكذا ... .

ونظرا لان هذه المكررات محسوبة من المعادلات الأصلية بما فيها من فترات ابطاء فانها تمثل فى الواقع الآثار التى تحدث فى الأجل القصير أى أنها مكررات قصيرة الأجل.

فاذا أردنا تغير الأجور ج عن طريق تغيير ص أو س (باعتبارهما خاضعين لتأثير الحكومة) وجدنا أن الوحدة تحتاج الى ١ / ١٨٦٨ر٠ من ص أو ١ / ٢٦٠٥ر٠ من س.

ولكن فى نفس الوقت تحدث تغييرات مختلفة على باقى المتغيرات (تنقص الأرباح لو غيرنا ص بينما تزيد لو غيرنا س وهكذا ...)

.·. يمكن الاهتداء بهذه المكررات فى رسم السياسة الاقتصادية .

لنفرض أن س (الاستثمار) تغير مع ثبات باقى العوامل . فى هذه الحالة يتغير الاستهلاك بمعدل ٥١١٧ر٠ بينما يتغير الدخل ٥١١٧ر١ . أى أن

ءك / ءى = ءك / ءس × ءس / ءى = ٥١١٧ر٠ / ٥١١٧ر١ = ٣٣٨٥ر٠

وهذا هو الميل الحدى القصير الأجل للاستهلاك ٠ ويكون المكرر القصير الأجل هـــو

$$\frac{\text{١}}{\text{١ ـ ٣٣٨٥ر٠}} = \frac{\text{١}}{\text{٦٦١٥ر}} = \text{٥١١٧ر١}$$

وهذه هى نفس قيمة $\frac{\text{د ى}}{\text{د س}}$ مـن السـابق ٠

ولكن هل هناك " مكررات طويلة الأجل " ؟ للاجابة على ذلك نعيد صياغة معادلة الاستهلاك باهمال التفرقة بين الأجور والأرباح أى ندخل الدخل ى بمعامـل = $\frac{\text{د ك}}{\text{د ى}}$ = ٣٣٨٥ر٠ وتكون المعادلـة هـى :

$$\text{ك} = \text{٨٩٦٢ر٠} + \text{٣٣٨٥ر٠ى} + \text{٢١٧١ر٠ك}_{-\text{١}} + \text{٦٩١ر٠ ل} + \text{ق}_{\text{١}}$$

فاذا اعتبرنا أنه فى الأجل الطويل تصل المتغيرات الى قيم توزانية فيها $\text{ك}_{-\text{١}} = \text{ك}$ فـان المعادلة بالقسـمة على ١ ـ ٢١٧١ر٠ = ٧٨٢٩ر٠

$$\text{ك} = \text{١٤٤٧ر١} + \text{٤٢٣٤ر٠ ى} + \text{٨٨٣ر٠ ل} + \text{ق}'_{\text{١}}$$

أى أن الميل الحدى الطويل الأجل للاستهلاك هو ٤٢٣٤ر٠ ويكون المكرر الطويـل هو

$$\frac{\text{١}}{\text{١ ـ ٤٢٣٤ر٠}} = \frac{\text{١}}{\text{٥٧٦٦ر٠}} = \text{٧٦٢ر١}$$

ومن الممكن تعميم هذا النوع من التحليل بأخذ التغيرات فى المتغيرات المحددة الأخرى (عدا س) فى الحسـبان ٠ وفى إمكان القارىء تعديل الصورة الهيكلية للتخلص من فترات الابطاء فى المتغيرات الداخلية ثم حساب جدول معاملات المتغـيرات الخارجيـة ٠