الجمهورية العربية المتحدة

معهد التخطيط القومي

مذكرة خارجية رقم (١١٢١)

بعض النماذج لمشكلة النقل غير التقليدية وطرق حلها

دكتور محرم الحداد

سبتمبر ١٩٧٥

القاهرة
طريق صلاح سالم مدينة نصر

المحتويـــــــات

مقدمـــة :

يمكن صياغة عديد من المشاكل الاقتصادية والتي نريد ايجاد الوضع الأمثل لها في شكـــل نماذج نقل • وقد عالجنا الاسس الرياضيه لمشكله النقل وطرق حلها في مذكره سابقه (*)

وتتميز طرق حل مشاكل النقل بصفه عامه بسهولتها النسبيه ، وهذه السهولة تدعو العديـــد من الباحثين الى محاولة صياغة المشاكل المختلفه في المجالات المتعدده كمشاكل نقل كلما أمكـــن ذلك •

وبالتوسع في دراسه النماذج المختلفه لمشكله النقل فانه يمكن صياغة العديد من المشاكـــل (والتى كانت تحل في شكلها المبدئي عموما باستخدام اسلوب البرمجه الخطيه) كنماذج للنقـــل وحلها بالتالى باستخدام طرق حل مشكله النقل المعروفه •

وسنتناول في هذه المذكره بالعرض والتحليل بعض هذه المشاكل ونماذجها وهى :ـ

١ــ نموذج النقل مع وجود قيود على الكميات المنقوله •

٢ــ نموذج لمشكله النقل لسلع غير متجانسه •

٣ــ نموذج لمشكله النقل على مراحل •

٤ــ نموذج اختيار المواقع المثلى لعدد من المصانع المزمع انشائها لخدمه غرض ما
Location Problem

٥ــ نموذج لنقل وحدات متجانسه بين مجموعه اماكن معينه بواسطه مجموعة محدده من وسائـــل النقل مع جعل وقت سير هذه الوحدات فارغة أقل ما يمكن •

١ ــ نموذج النقل مع وجود قيود على الكميات المنقوله :

يوجد في كثير من مشاكل النقل بجانب القيود الخاصه بمشكله النقل التقليديه (أى قيـــود العرض والطلب) بعض القيود الاضافيه • وترتبط هذه القيود الاضافيه بالكميات X_{ij} التى يتم نقلها من المنبع A_i الى مكان الطلب B_j والتى يمكن صياغتها بشكل عـــام كما يأتى :

$$X_{ij} \leq K_{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

(*) د • محرم الحداد ، مشكلات النقل وطرق معالجتها ، مذكره رقم ٣٨٦ معهد التخطيـــط القومى يونيو ١٩٧٤ •

حيــــث

K_{ij} هى أقصى كميه يمكن نقلها من المنبع A_i الى مكان الطالب أو الاستهلاك B_j •
فى ظروف أخرى فانه يمكن صياغة القيود الاضافيه كما يلى :ـ

$$X_{ij} \geqslant K'_{ij} \quad (i=1,2,\ldots,n \ ; \ j=1,2,\ldots,m)$$

حيــــث

K_{ij} هى أقل كميه يلزم نقلها من المنبع A_i الى مكان الطالب (أو الاستهلاك) B_j
والمشكله هى الآن : كيف يمكن تحويل مشكله النقل السابقه فى كلتا الحالتين أى مع وجود قيــود اضافيه باستخدام أقصى كميه (أو أقل كميه) يمكن نقلها الى مشكله نقل تقليديه بدون قيــود اضافيه •

ويهمنا فى معظم المشاكل الاقتصاديه على وجه التحديد الحاله الأولى اى مع وجود قيــود على أقصى كميه يمكن نقلها •

هذه المشكله يمكن صياغتها رياضيا كالتالى :ـ

أوجد قيم (X_{ij}, $i=1,2,\ldots,m$; $j = 1,2,\ldots,n$) التى تحقق الشــروط التاليـة :ـ

أ ـ قيود العرض

$$(1) \quad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = a_i \qquad (i=1,2,\ldots, m)$$

ب ـ قيود الطالـــب

$$(2) \quad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1,2, \ldots, n)$$

جـ ـ قيد التوازن

$$(3) \quad \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

د ـ القيود اللاسالبـــه

$$(4) \quad X_{ij} \geqslant 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \ ; \ j=1,2,\ldots,n)$$

هـ ـ القيود الاضافيه الخاصه بأقصى كميه يمكن نقلها •

$$(5) \quad X_{ij} \leqslant K_{ij} \qquad \text{for different values of } i \ \& \ j$$

وحيث تكون دالة التكاليف الكليه •

$$(6) \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \longrightarrow \text{Min.}$$

أقل ما يمكن

مثال ١ :

اذا أخذنا في مشكله النقل $m = 3$, $n = 4$ مع وجود قيود على أقصى كميه يمكن نقلها من المنبع الأول A_1 الى كل مكان من اماكن الطلب B_1, B_2, B_3, B_4 وكانت هذه القيود الاضافيه كالتالى :-

$$(7) \quad X_{ij} \leqslant K_{ij} \qquad (j = 1, 2, 3, 4)$$

وباضافه المتغيرات المتممه $(\lambda_j \geqslant 0, j = 1, 2, 3, 4)$ الى مجموعه المتباينات السابقه لتحويلها الى معادلات نحصل على :-

$$\begin{aligned}
X_{11} + \lambda_1 \qquad\qquad\qquad &= K_{11} \\
X_{12} \qquad + \lambda_2 \qquad\qquad &= K_{12} \\
X_{13} \qquad\qquad + \lambda_3 \qquad &= K_{13} \\
X_{14} \qquad\qquad\qquad + \lambda_4 &= K_{14}
\end{aligned}$$

وبجمع هذه المعادلات ينتج أن

$$\sum_{j=1}^{4} X_{ij} + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) = K_{11} + K_{12} + K_{13} + K_{14}$$

وباستخدام العلاقه (١) نحصل على

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = (K_{11} + K_{12} + K_{13} + K_{14}) - a_1 = K$$

وبالتالى فانه يمكن صياغة مشكله النقل هذه كمشكله نقل تقليديه كما بالجدول رقم (١) .

جـــدول رقـــم (1)

		B_1	B_2	B_3	B_4	B	
A_1	A_{11}	C_{11} X_{11}	M	M	M	0 λ_1	K_{11}
	A_{12}	M	C_{12} X_{12}	M	M	0 λ_2	K_{12}
	A_{13}	M	M	C_{13} X_{13}	M	0 λ_3	K_{13}
	A_{14}	M	M	M	C_{14} X_{14}	0 λ_4	K_{14}
A_2		C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	C_{24} X_{24}	M	a_2
A_3		C_{31} X_{31}	C_{32} X_{32}	C_{33} X_{33}	C_{34} X_{34}	M	a_3
		b_1	b_2	b_3	b_4	K	

واضح من هذا الجدول أن تكاليف النقل ت بعض الخلايا M وهذه الخلايا هـــى الخلايا التى تحدد الطرق التى لا يجب استخدامها للنقل حتى يتم التوازن المطلوب . لذلك يجب اختيار قيمه تكاليف النقل M كبيره جدا نسبيا .

كما يتضح من الجدول أيضا أن اضافه اى قيود أخرى على أقصى كميه يمكن نقلها من أى منبع أخر الى أى مكان طلب يمكن معالجتها بطريقه مماثله باضافه صفوف مناظره فى المصفوفه السابقه .

هذه المشكله التقليديه يمكن حلها باستخدام احدى الطرق السابق ذكرها فى المذكرة السابقه .

٢ — نموذج لمشكله النقل لسلع غير متجانسه :

ان الشرط الرئيسى لتناول أى مشكله نقل كمشكله تقليديه هو أن تكون السلع المنقولـــه سلع متجانسه أى غالبا ما يكون لها نفس الحجم ونفس تكاليف نقل وحده واحده لنفس المسافـــه (مثل الاحذيه مع اختلاف انواعها وموديلاتها) ولذا الشرط يعتبر بمثابه قيد رئيسى على مشكلـه النقل .

أما اذا أردنا التوسع ى مشكله النقل ى هذه الحاله فان المشكله يمكن أن تتضمن سلع مختلفـــه غير متجانسه بحيث يجب نقلها من منابعها (اماكن تواجده) ألى اماكن طالبها (أو استهلاكها)

واذا أخذنا على سبيل المثال أنه يوجد عدد من المحافظات ى ج ٠م٠ع٠ قدره n وهى (B_j , $j= 1, 2, \ldots, n$) وأن لكل منها طالب محدد على المنتجات البتروليـــــه وعددها l (بنزين ، جاز ، زيت ، بوتاجاز ، الخ) وأن هذه الطالبات يتم تغطيتهـــا بصفه عامه من عدد من المنابع (شركات البترول) m وهى (A_i, $i= 1, 2, \ldots m$)

فاذا افترضنا أن

b_j^k تمثل طالب المحافظه B_j من المنتج البترولى k ى فترة زمنيه محدده حيـــث

$(j = 1, 2, \ldots, n \; ; \; k = 1, 2, \ldots l)$

a_i هى أقصى طاقه اجماليه متاحه لشركه البترول A_i من جميع المنتجات البتروليه $(1,2,\ldots,k,\ldots, l)$

a_i^k هى أقصى طاقه متاحه لشركه البترول A_i من المنتج k من المنتجات البتروليه حيث

$(i=1, 2, \ldots, m \; ; \; k= 1,2, \ldots, l)$

C_{ij}^k هى تكلفه نقل وحده واحده من المنتج البترولى k من المنبع A_i الى المحافظـــه B_j حيـــث ٠

$(i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,l)$

والمطلوب هنا هو بناء نموذج اقتصادى رياضى لتحديد خطه النقل المثلى ٠

فاذا رمزنا الى الكميه التى سيتم نقلها من المنتج البترولى k من المنبع A_i الى المحافظـــه B_j بالرمز X_{ij}^k حيـــث

$(i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots, l)$

وحيث أن طالب كل محافظه من اى من المنتجات البتروليه يمكن أن يتم تغطيته بصفه عامه من المنابع المختلفه (شركات البترول المختلفه) فان

$$(1) \quad \sum_{i=1}^{m} X_{ij}^k = b_j^k \qquad (j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,l)$$

وبالنسبه لاقصى طاقه اجماليه متاحه لدى شركة البترول A_i من جميع المنتجات البتروليـــه فان

$$(2) \qquad \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} X_{ij}^{k} \leq a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

وبالنسبه لاقصى كميات متاحه من المنتج k فى المنبع أو شركه البترول A_i فان

$$(3) \qquad \sum_{j=1}^{n} X_{ij}^{k} \leq a_i^{k} \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

واضح كذلك أن

$$(4) \qquad X_{ij}^{k} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m;\, j=1,2,\ldots,n;\, k=1,2,\ldots,l)$$

وأن دالة الهدف التى تعبر عن التكاليف الكليه Z ونريد جعلها أقل ما يمكن يمكن صياغتها كالتالى :-

$$(5) \qquad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} C_{ij}^{k} X_{ij}^{k} \longrightarrow \text{Min.}$$

واضح أنه بدون مجموعه القيود (2) فان مشكله النقل هذه تتحول الى عدد l من مشاكـــل النقل المتجانسه والتى يمكن حل كل منها على حده بسهولة . ولكن نتيجه لوجود هذه المجموعه من القيود والتى تربط ضمنيا بين أقصى كميات يمكن انتاجها من كل منتج واقصى طاقه اجماليـــه للشركه (والتى تعنى ضمنيا أن الطاقه القصوى للشركه لا يمكن أن تزيد عن مجموع أقصى كميـــات يمكن انتاجها من المنتجات البتروليه المختلفه) فان هذه المشكله تصبح غير متجانسه ومفتوحه .

ويمكن وضع هذا النموذج لمشكله النقل الغير متجانسه والمفتوحه في الجدول (٢)

جـــدول رقـــم (٢)

	B_1	B_2		B_n	B^f	
A_1	x_{11}^1 x_{11}^2 x_{11}^ℓ	x_{12}^1 x_{12}^2 x_{12}^ℓ		x_{1n}^1 x_{1n}^2 x_{1n}^ℓ	x_{1f}^1 x_{1f}^2 x_{1f}^ℓ	a a a
A_2	x_{21}^1 x_{21}^2 x_{21}^ℓ	x_{22}^1 x_{22}^2 x_{22}^ℓ		x_{2n}^1 x_{2n}^2 x_{2n}^ℓ	x_{2f}^1 x_{2f}^2 x_{2f}^ℓ	a a a
A_m	x_{m1}^1 x_{m1}^2 x_{m1}^ℓ	x_{m2}^1 x_{m2}^2 x_{m2}^ℓ		x_{mn}^1 x_{mn}^2 x_{mn}^ℓ	x_{mf}^1 x_{mf}^2 x_{mf}^ℓ	a a a
	b_1^1 b_1^2 b_1^ℓ	b_2^1 b_2^2 b_2^ℓ		b_n^1 b_n^2 b_n^ℓ	b_f^1 b_f^2 b_f^ℓ	

ويمكن وضع التكاليف في الخلايا المناظره — أما في الخلايا المختلفه عن خلايا القطر الرئيسى في كل بلوك من هذه البلوكات فاننا نستخدم تكلفه كبيره نسبيا M .

يتضح من النموذج السابق أنه يمكن تطبيقه على الطلب الخارجي لبلدان العالم المختلفه على البترول ومنتجاته الموجود في البلدان العربيه لتحقيق سياسه التصدير المثلى بأقل التكاليف كما يمكن تطبيقه أيضا على الطلب الخارجي لبلدان العالم المختلفه على الاحذيه المصنوعه المختلفه (كلاسيكى ومودرن) والمصنوعه في البلدان العربيه المصدره لها لتحقيق سياسه مثلى للتصدير بأقل تكاليف نقل علما بأن الاحذيه الكلاسيكيه يمكن نقلها بالبواخر بتكلفه أقل من تكلفه أحذيه الموده والتى يجب نقلها بالطائرات حيث فترة سريان الموده فتره قصيره نسبيا من ٤ — ٦ شهور .

٣ — نموذج لمشكله النقل على مراحل :

هذا النوع من نماذج النقل يمكن استخدامه عمليا فى وصف اى عمليات نقل على مراحل مثل النقل من اماكن الانتاج الى المخازن ثم من المخازن الى اماكن الاستهلاك .

مثال :

تنتج عدة مصانع قدرها m سلعه ما فاذا كان انتاج المصنع A_i من هذه السلعه هو a_i حيث ($i=1, 2, \ldots, m$) واذا تم تخزين كل الانتاج فى عدد n من المخازن (B_j, $j=1, 2, \ldots, n$) حتى يحين استخدامها بعد ذلك بواسطه عدد l من المستهلكين (D_k, $k=1,2, \ldots, l$) وكان طلب المستهلكين من هذه السلعه هو (d_k, $k= 1,2, \ldots, l$) .

أما عن الطاقه الاستيعابيه للمخزن B_j حيث ($j=1,2,\ldots, n$) فسنفترض أنه يمكن تخزين الكميات المثلى فى المخازن المناسبه .

واذا افترضنا أن اجمالى الانتاج يساوى اجمالى الطلب .

والمطلوب هو تحديد خطه النقل المثلى من اماكن الانتاج الى المخازن الى اماكن الاستهلاك وذلك بفرض اهمال تكاليف التخزين وبحيث تكون تكاليف النقل الكليه أقل ما يمكن .

نفرض أن الابعاد من اماكن الانتاج والمخازن هى C'_{ij} وبين المخازن واماكن الاستهلاك هى C''_{jk} حيث ($i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n; k=1,2,\ldots,l$) وأن تكاليف نقل وحده واحده من المنتج تتناسب تناسبا طرديا مع هذه الابعاد .

فاذا فرضنا أن

X_{ij} هى كميه السلعه التى يجب نقلها من مكان الانتاج A_i الى المخزن B_j

y_{jk} هى كميه السلعه التى يجب نقلها من المخزن B_j الى مكان الطلب D_k

فانه يمكن صياغة العلاقات التالية :—

بالنسبه لانتاج المصنع A_i فان

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

وبالنسبه للمستهلك D_k فان

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = d_k \qquad (k=1,2,\ldots, l)$$

أما بالنسبه للمخازن فان

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

$$\sum_{k=1}^{l} y_{jk} = b_j \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

وحيث أن الطاقه الاستيعابيه للمخازن غير محدده ، فان هذا يعني أن b_j غير معروفه لجميع قيم $(j=1,2,\ldots,n)$.

وتكون شروط التوازن في هذه الحاله هي

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{k=1}^{l} d_k$$

كما يجب أن تكون جميع المتغيرات غير سالبه أي أن

$$X_{ij} \geqslant 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

$$y_{jk} \geqslant 0 \qquad (j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,l)$$

وتكون داله الهدف التي تعبر عن التكاليف الكليه Z هي

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} C_{jk} y_{jk} \longrightarrow \min.$$

ويميز هذا النموذج كما سبق أن ذكرنا أن الطاقه الاستيعابيه للمخازن المختلفه غير محدده ، كما أن الوضع الامثل للنقل على مرحلتين لا يتحدد بواسطه جمع الوضعين الامثلين لكل مرحله منهما معا .

وبافتراض أن :

Z_{ik} هي عدد الوحدات التي سيتم نقلها من A_i الى D_k ، فان داله الهدف Z التي تعبر عن التكاليف الكليه يمكن صياغتها كالتالي :-

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{l} C_{ik}^{sj} \; Z_{ik} \longrightarrow \min.$$

حيث C^{s}_{ik} هى

$$C^{sj}_{ik} = \min_{1 \leq j \leq n} \left(C'_{ij} + C''_{jk}\right) = \left(C'_{is_j} + C''_{s_j k}\right)$$

وتؤول مشكله النقل على مرحلتين الى مشكله نقل تقليديه

ولايجاد حل مشكله النقل يجب تحديد مصفوفه التكاليف C^{s}_{ik} والتى تكون الاسـاس لحل المشكله التقليديه الجديده والتى يمكن حسابها من الجدول رقم (٣) وباستخدام العلاقه الرياضيه السابقه . ويحدد الرمز s المخزن الوسيط الذى يتم من خلاله نقل السلعه من A_i الى D_k (وهو المخزن الذى يسمح بأقل تكلفه لنقل وحده واحده من A_i الى D_k) .

جدول رقم (٣)

	B_1	B_2	...	B_n	D_1	D_2	...	D	
A_1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	C^{sj}_{11}	C^{sj}_{12}		C^{sj}_{1}	a_1
A_2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	C^{sj}_{21}	C^{sj}_{22}		C^{sj}_{2}	a_2
⋮									
A_m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	C^{sj}_{m1}	C^{sj}_{m2}		C^{sj}_{m}	a_m
B_1					C_{11}	C_{12}		C_1	
B_2					C_{21}	C_{22}		C_2	
⋮									
B_n					C_{n1}	C_{n2}		C_n	
D					d_1	d_2		d	

وتستخدم المصفوفه $C_{ij}^{(s)}$ (حيث $i=1,2,\ldots,m;k=1,2,\ldots l$) فقط بعد تحديدها أو حسابها في حل مشكله النقل الخاصه بها والتي تصبح مشكله تقليديه .

ومن البديهي أنه بعد ايجاد حل المشكله التقليديه الجديده يجب لكل مخزن s في كل عمود اضافه قيم k حتى تحصل على سعه المخزن s .

وتستخدم هذه الطريقه فقط في حاله عدم وجود قيود على حجم كل مخزن .

أما مشكله النقل على مرحلتين العامه حيث يوجد قيود على الطاقه الاستيعابيه للمخازن فقد أمكن صياغتها في المذكره السابقه * .

ويمكن حلها بسهوله باستخدام طرق البرمجه الخطيه .

٤ـ نموذج اختيار المواقع المثلى لعدد من المصانع المزمع انشائها لخدمه غرض ما :

Location Problem.

هذا النموذج له أهميه خاصه في عمليات التخطيط الاقليمي ، كما يمكن تطبيقه في حل مشكله الاختيار الامثل لمواقع اقامه المصانع الخاصه بمواد البناء اللازمه لتعمير مدن سيناء . وهنا يهمنا اختيار عدد من المواقع الممكنه من بين عدد اكبر من المواقع المتاحه لاقامه المصانع بها .

وحيث أن الغرض من ذلك هو تسهيل عمليه بناء مساكن جديده محدده مسبقا ، فاننا يجب أن لا نهمل مشكله الامداد بالمواد الاوليه في اختيارنا لمواقع هذه المصانع .

مثال :

نفرض أننا نريد زياده الطاقه الانتاجيه في قطاع صناعي ما بحيث تصل الطاقه الكليه الى k من الوحدات . وأنه لتحقيق ذلك توجد عدد من المواقع المتاحه قدرها m وأن طاقه المصنع الذى يمكن انشاؤه في الموقع i هى s_i حيث ($i=1,2,\ldots,m$) والمطلوب اختيار عدد من هذه المواقع بحيث نغطى الطلب الكلى مع ضروره التشغيل الكامل لكل من هذه المواقع . وهذا يعنى أننا افترضنا أن بعض المجاميع الجزئيه للطاقات تساوى فعلا الطاقه الكليه المطلوبه .

* محرم الحداد : مشكلات النقل وطرق معالجتها — مذكره داخليه رقم ٣٨٦ معهد التخطيط القومى — يونيو ١٩٧٤ . ص ٦٥ .

وهنا يجب أن نشير الى أنه يجب أن توجد دراسات سابقه فى مجالات متعدده تساعد على تحديد حجم الانتاج للمواقع الممكنه أو أنه من البديهى أن تحدد هذه الطاقات الانتاجيه " a " على اساس حسابات الرحبيه • كما يجب أن نشير أيضا الى أن المجموع الكلى لطاقات المصانع المنتجه يجب أن يساوى حجم الطلب الاستهلاكى الاجمالى لمراكز بناء المساكن •

فاذا افترضنا أن :ــ

n هى عدد مراكز بناء المساكن •

b_j هى الطلب الاستهلاكى لمركز بناء المساكن B_j حيث $j = 1, 2, \ldots, n$

C_{ij} هى التكاليف الكليه (وهى عباره عن تكاليف النقل من الموقع S_i الى المستهلك B_j وكذلك تكاليف الانتاج وتكاليف الاستثمار والتى تختلف باختلاف الموقع) •

وبالتالى تكمن مشكله الامثليه هذه فى اختيار المواقع المثلى لمصانع الاعداد بحيث تكون التكاليف الكليه أقل مايمكن •

فاذا أهملنا درجه تشغيل المصانع تشغيلا كاملا سواء كانت المصانع جديده أو قديمه موجوده من قبل ، فانه يمكن تمثيل هذه المشكله بمشكله النقل المفتوحه الاتيه :ــ

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \longrightarrow \text{Min.}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq a_i \qquad (i=1, 2, \ldots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1, 2, \ldots, n)$$

$$X_{ij} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

أما اذا أردنا أن نأخذ درجة التشغيل فى الحسبان فانه يجب اضافه بعض القيود على مجموعة القيود الهيكليه الاولى فى هذا النموذج ٠ فاذا أضفنا متغيرات عمسه Slock variables الى مجموعه القيود السابقه فاننا نحصل على ٠

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + X_i^{s} = a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

ويمكن فى الحقيقه بواسطه هذه المتغيرات المتممه تحديد درجه التشغيل ٠ وحيث أننا قد افترضنا أن درجة التشغيل فى المصانع الجديده يجب أن تكون تشغيلا كاملا ، فان

$$X_i^{s} = 0$$

تعنى أن المصنع S_i يجب أن يقام فى هذه الحاله كما أن

$$X_i^{s} = a_i$$

تعنى أن المصنع S_i لا يجب أن يقام فى هذه الحاله ٠

ولكن يمكن حل هذه المشكله بواسطه طرق البرمجه العدديه Integer programming فانه يجب وضع مجموعة القيود السابقه فى الشكل التالى :-

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + a_i X_i^{s} = a_i \quad ; \qquad i = 1,2,\ldots, m$$

حيث تأخذ المتغيرات X_i^{s} القيمه صفر أو الواحد الصحيح ، وتصبح مشكلتنا فى هذه الحاله هى مشكله نقل عامه وعدديه ٠

أما اذا كان هناك درجة تشغيل بدلا من درجة التشغيل الكامل ، فان مجموعه القيود السابقه يجب أن تكون كالتالى :-

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^{(1)} \leq a_i^{(1)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^{(2)} \leq a_i^{(2)} \qquad (j = 1, 2, \ldots, m)$$

حيث

$a_i^{(1)}$ هى الطاقه المتاحه بأقل درجة تشغيل للمصنع S_i (الطاقه الاصليه)

$a_i^{(2)}$ هى الطاقه المتاحه بواسطه الفرق بين درجتى التشغيل الدنيا والعظمى (الطاقه الاضافيه) فى هذه الحاله تتحول القيود بعد اضافه المتغيرات المتممة ومراعاة درجة التشغيل الى الشكل التالى :-

$$\sum_j X_{ij}^{(1)} + a_i^{(1)} X_i^{s_1} = a_i^{(1)} \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

$$\sum_j X_{ij}^{(1)} + a_i^{(2)} X_i^{s_2} = a_i^{(2)} \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

كما يجب أن نتحقق في هذه الحاله من أن نأخذ الطاقه الاضافيه في الاعتبار فقط عندمـــا تنتهي من الطاقه الأصليه . لذلك يجب أن يؤخذ ذلك في الاعتبار بتحديد قيم مناظـره ل

$$C_{ij}^{(1)} \quad , \quad C_{ij}^{(2)}$$

ه ـ مشكله نقل وحدات متجانسه بين مجموعة أماكن معينه بواسطه مجموعة محدده من وحـــدات النقل مع جعل وقت سير هذه الوحدات فارغه أقل ما يمكن .

اذا كانت مهمه احدى شركات النقل في مدينه ما هي نقل الوحدات الموضحه بالجدول رقم (٤) من أماكن تواجدها (s) الى اماكن استخدامها D .

جـــــدول رقـــــم (٤)

S \ D	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	Σ
P_1	0	0	4	8	2	0	14
P_2	3	0	5	5	0	3	16
P_3	6	0	0	0	2	4	12
P_4	0	3	2	0	6	0	11
P_5	1	2	0	3	0	4	10
P_6	5	0	0	3	6	0	14
	15	5	11	19	16	11	77 \ 77

ويعنى الصف الأول أننا نريد نقل الاعداد التاليه 2 ، 8 ، 4 من الوحدات من المكان P_1 الى الاماكن P_3 ، P_4، P_5 على الترتيب .

كما يعنى الصف الثانى أننا نريد نقل الاعداد التالية 3 ،5 ،5 ،3 من الوحدات من المكان P_2 الى الاماكن P_1، P_3، P_4، P_6 على الترتيب ، وهكذا يمكن تمثيل الصفوف الاخرى .

واذا كانت الوحده المنقوله تمثل سعة وحدة النقل وهذا يعنى ضمنيا أننا افترضنا أن وحدات النقل التى ستستخدم فى هذه المهمه هى وحدات من نفس النوع أى لها نفس السعه .

ولتحقيق مهمه لنقل هذه يوجد جراجين G_1، G_2 يحتويان على الاعداد 6 ، 5 من وحدات النقل التى يمكن استخدامها على الترتيب .

فاذا كان يوم العمل بالنسبه لاى وحده نقل يبدأ بذهابها فارغه من الجاراج الى مكان شحن حيث تشحن هناك ثم تتابع سيرها الى مكان تفريغ هذه الشحنه ، حيث يتم بعد ذلك اما شحنها من نفس المكان بشحنه جديده الى مكان آخر أو أن تتابع سيرها فارغه الى المكان الاخر .

وتستمر وحده النقل فى العمل على هذا المنوال حتى ينتهى يوم العمل حيث تعود الوحده الى جراجها فارغه .

والسؤال هنا هو كيف يمكن القيام بمهمه النقل هذه مع جعل وقت سير وحدات النقل فارغه أقل ما يمكن .

ولحل هذه المشكله فانه يلزمنا بالطبع مصفوفه المسافات والتى تعبر عن البعد بين كل مكان وأخر من هذه الاماكن .

نفرض أن الجدول رقم (٥) يمثل هذه المصفوفه

جـــدول رقـــــم (٥)

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_1	0	2	3	5	4	3
P_2	2	0	1	3	2	2
P_3	3	1	0	2	1	4
P_4	5	3	2	0	1	5
P_5	4	2	1	1	0	3
P_6	3	2	4	5	3	0

وهى مصفوفه الابعاد بين الاماكن المختلفه ، كما نفرض أن الجدول رقم (٦) يمثل

جـــدول رقـــــم (٦)

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
G_1	5	4	3	2	4	1
G_2	2	2	5	3	2	3

مصفوفه الابعاد بين الجراجات والاماكن المختلفه .

أما بالنسبه للعمود الأخير والصف الاخير فى الجدول رقم (٤) (عمود وصف المجموع) فانهمـا يعبران عن العدد الكلى للرحلات المشحونه (أى عدد مرات النقل مع وجود شحنه) ولكـــن فى توزيعين مختلفين ، حيث تعبر عناصر عمود المجموع عن عدد وحدات النقل الفارغه (عـــدد مرات النقل) واللازمه لأماكن الشحن المختلفه ، كما تعبر عناصر صف المجموع عن عدد وحـدات النقل الفارغه نتيجه تفريغها فى أماكن التفريغ المختلفه والتى تصبح متاحه للاستخدام مرة أخرى .

وأخيرا يمكن النظر الى وحدات النقل الموجوده فى أى من الجراجين .

سواء على أنها فائض من وحدات النقل الفارغه وسواء على أنها طالب الجراج من وحدات النقـل الفارغة .

وبالتالى تعبر مجموعه الارقام 11 ,16 ,11,19 ,5 ,15 ,6 ,5 عن الفائض (العرض) كما تعبر مجموعة الارقام 14 ,10 ,11 ,12 ,16 ,14 ,6 ,5 عن الطلب ويختص الرقمان الاولان (5,6) بالجراجين .

وحيث ان الطلب الكلى مساويا للعرض الكلى وأنه فى النقل من مكان شحن ما الى مكان آخر لا يهمنا من أى أماكن التفريغ جاءت وحده النقل التى ستستخدم فانه يمكن التعبير عن مشكله النقل هذه مع جعل الوقت الكلى لسير الوحدات فارغه أقل ما يمكن كمشكله نقل تقليديه حيث يعبر الجدول رقم (٧) للأبعاد عن مصفوفه التكاليف .

جدول رقم (٧)

	G_1	G_2	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	الفائض المعروض
G_1	M	M	5	4	3	2	4	1	5
G_2	M	M	2	2	5	3	2	3	6
P_1	5	2	0	2	3	5	4	3	15
P_2	4	2	2	0	1	3	2	2	5
P_3	3	5	3	1	0	2	1	4	11
P_4	2	3	5	3	2	0	1	5	19
P_5	4	2	4	2	1	1	0	3	16
P_6	1	3	3	2	4	5	3	0	11
الطلب	5	6	14	16	12	11	16	14	88

كما يعبر العمود الاخير فى الجدول رقم (٧) عن الفائض المتاح من الوحدات الفارغه (أى العرض) ويعبر الصف الاخير عن الطلب القائم على الوحدات الفارغه .

ولكى نتجنب فى حل المشكله أن تسير وحده نقل فارغه من أى جراج الى آخر ، فقد وضعنا كل عنصر من عناصر المصفوفه الخاصه بالجراجين مساويا رقم كبيرا جدا M .

وتعبر عناصر المصفوفه الخاصه بالابعاد عن التاليف فى مشكله النقل التقليديه .

وقد حسب الحل الامثل للمشكله السابقه ووجد أنه كما فى الجدول رقم (٨) .

جـــدول رقـــــم (٨)

	G_1	G_2	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	
G_1								1 / 5	5
G_2				2 / 6					6
P_1		2 / 1	0 / 14						15
P_2				0 / 5					5
P_3					0 / 11				11
P_4	2 / 3			3 / 5		0 / 11			19
P_5	.	2 / 5			1 / 1		0 / 10		16
P_6	1 / 2							0 / 9	11
	5	6	14	16	12	11	10	14	

ويشير الصفان الأولان فى الجدول رقم (٨) الى البرنامج عند البدء ، حيث يجب أن تسيير وحدات النقل فارغه من G_1 الى P_6 وكذلك من G_2 الى P_2

كما يشير العمودان الاولان الى برنامج عودة وحدات النقل الى الجراجين حيث ينتهى يوم العمل بعوده خمسه من وحدات النقل الى الجراج الاول G_1 جزء من P_4 والجـــزء الأخر من P_6 ، أما باقى وحدات النقل وعددها سته فانها تعود الى الجراج الثانى G_2 جزء من P_1 والجزء الاخر من P_5 .

كما تشير بقيه بيانات المصفوفه السابقه الى الرحلات الفارغه وكيف تتم بين الاماكن المختلفـه .

ويمثل كل عنصر من العناصر القطريه فى هذه المصفوفه (14, 5, 11, 11, 10, 9) الى عدد وحدات النقل التى يجب أن تشحن فى كل مكان شحن بعد تفريغها مباشرة فى هذا المكان أو بـــطريقه آخرى عدد وحدات النقل التى يجب بعد تفريغها بمباشرة فى مكان ما - أن

تشحن فورا من نفس المكان .

وبالتالي نرى أثناء تنفيذ برنامج النقل – أننا مجبرين في موضعين لتسيير وحدات فارغة (أو لاجراء رحلات فارغة) وهي في هذه الحالة عبارة عن خمس رحلات من P_4 الى P_2 مرحلة واحدة من P_5 الى P_3 .

وبذ يبين أنه يجب بعد معرفة برنامج الرحلات الفراغة أن تكون الرحلات اليومية لكل وحدة نقل . ولكن هذه المشكلة ليست مشكلة برمجة خطية .

وجدير بالذكر أنه ليس دائما من الممكن عمليا تنفيذ برنامج النقل مع وجود برنامج الرحلات الفارغة السابقة ، فقد تضطر الى زيادة عدد الرحلات الفراغة .

1. Bliofornich, M. & Gryck, M. & Pfoifer, M. & Wagner C., Aufgaben Zur matrizenrechrung und lineren optimerung verlag die Wirtschaft, Berlin 1969.

2. Bliefornich, M. & Duck, W., Operations forschung 1 & 2, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971.

3. Dantzig, G. B., Linear Programming and Extensions Princeton University Press, Princeton, N.J., 1963.

4. Judin, D. B. & Goldstein, E. G., Linear Programming 1 & 2, Akademie Verlag, Berlin 1968.

5. Kreko, B. Lehrbuch der L.O., VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968.

6. Vogel, W. Linearen Optimeren, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963.