

## بناء نموذج إحصائي للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول د. محمود فاروق السعيد

### مقدمة:

يستخدم هذا البحث طرق تقدير مختلفة للوصول إلى أفضل نموذج إحصائي للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول لدى البنوك على المستوى القومي وهذا المعدل يرتبط بمجموعة من المتغيرات المحددة له مما يساعد متخذ القرار في دراسة اثر تغير إحدى سياسات البنوك على معدل العائد على الأصول والذي يؤدي بدوره إلى توفير مخاطر يصعب حسابها من التحليل المحاسبي أو الاقتصادي . حيث يتم تقدير معالم كل معادلة على حدة في النموذج باستخدام أسلوب تحليل الانحدار الذي يقوم على طريقة تقدير المربعات الصغرى العادية وعمل الاختبارات الإحصائية المناسبة لتقييم هذه المعالم مع تقييم وضع النموذج لمشكلات القياس . ثم يتم تقدير معالم كل المعادلات في آن واحد في النموذج باستخدام أسلوب معادلات الانحدار الغير مرتبط ظاهريا *Seemingly Unrelated Regression Equations* الذي يقوم على طريقة تقدير زلنر *Zellner's estimate*.

### هدف البحث :

هدف البحث هو بناء نموذج للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول باستخدام أسلوب معادلات الانحدار الغير مرتبطة ظاهرياً الذي يعتمد في التقدير على طريقة زلنر.

### فرضية البحث :

بناء نموذج للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول بطريقة زلنر قد يعطى نتائج أكثر دقة وكفاءة مما تعطيه طريقة المربعات الصغرى العادية في بناء النموذج.

### أهمية البحث :

يستخدم هذا البحث طرق تقدير مختلفة للوصول إلى أفضل نموذج إحصائي للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول للبنوك يربط بين معيار التنبؤ بمعدل العائد على الأصول وبين مجموعة من المتغيرات المحددة لهذا المعيار مما يساعد متخذ القرار في دراسة أثر تغير إحدى سياسات البنوك على معدل أداء البنوك والذي يؤدي بدوره إلى توفير مخاطر يصعب حسابها من التحليل المحاسبي أو الاقتصادي .

### مجال البحث :

يتكون نموذج التنبؤ بمعدل العائد على الأصول من 3 معادلات كل معادلة هي انحدار متعدد عام تمثل التنبؤ بمعدل العائد على الأصول لكل قطاع من قطاعات البنوك على النحو التالي :

معادلة التنبؤ بمعدل العائد على الأصول لقطاع البنوك التجارية العامة

$$y_1 = f (X_{11} , X_{12} , X_{13} , \varepsilon_1)$$

معادلة التنبؤ بمعدل العائد على الأصول لقطاع البنوك التجارية المشتركة

$$y_2 = f (X_{21} , X_{22} , X_{23} , \varepsilon_2)$$

معادلة التنبؤ بمعدل العائد على الأصول لقطاع فروع البنوك الأجنبية

$$y_3 = f (X_{31} , X_{32} , X_{33} , \varepsilon_3)$$

حيث يمكن تعريف المتغيرات الداخلة في المعادلات السابقة كما يلي :

$y_1$  : معدل العائد على الأصول لقطاع البنوك التجارية العامة.

$X_{11}$  : نسبة حجم الاستثمارات المالية إلى حجم الأصول .

$X_{12}$  : نسبة مجموع حجم القروض والسلفيات إلى حجم الاستثمارات المالية.

$X_{13}$  : نسبة رأس المال إلى إجمالي الأصول .

- $\varepsilon_1$  : متغير عشوائي لقطاع البنوك التجارية العامة .  
 $y_2$  : معدل العائد على الأصول لقطاع البنوك التجارية المشتركة .  
 $X_{21}$  : نسبة حجم الاستثمارات المالية إلى حجم الأصول .  
 $X_{22}$  : نسبة مجموع حجم القروض والسلفيات إلى حجم الاستثمارات المالية .  
 $X_{23}$  : نسبة رأس المال إلى إجمالي الأصول .  
 $\varepsilon_2$  : متغير عشوائي لقطاع البنوك التجارية المشتركة .  
 $y_3$  : معدل العائد على الأصول لقطاع فروع البنوك الأجنبية .  
 $X_{31}$  : نسبة حجم الاستثمارات المالية إلى حجم الأصول .  
 $X_{32}$  : نسبة مجموع حجم القروض والسلفيات إلى حجم الاستثمارات المالية .  
 $X_{33}$  : نسبة رأس المال إلى إجمالي الأصول .  
 $\varepsilon_3$  : متغير عشوائي لقطاع فروع البنوك الأجنبية .

### خطة البحث :

يمكن إيجاز خطة البحث على ثلاث مراحل مما يلي :

#### **المرحلة الأولى :**

حيث يتم تقدير معالم كل معادلة على حدة في النموذج باستخدام أسلوب تحليل الانحدار الذي يقوم على طريقة تقدير المربعات الصغرى العادية وعمل الاختبارات الإحصائية المناسبة لتقييم هذه المعالم مع تقييم وضع النموذج لمشكلات القياس .

#### **المرحلة الثانية :**

حيث يتم تقدير معالم كل المعادلات في آن واحد في النموذج باستخدام أسلوب معادلات الانحدار الغير مرتبط ظاهريا (SURE) (The seemingly unrelated regressions model) الذي يقوم على طريقة تقدير زلنر وعمل الاختبارات الإحصائية المناسبة لتقييم معالم النموذج مع تقييم وضع النموذج لمشكلات القياس .

#### **المرحلة الثالثة :**

يتم إجراء المقارنة بين النموذج الذي تم الحصول عليه في المرحلة الأولى بالنموذج الذي تم الحصول عليه في المرحلة الثانية وذلك باستخدام عدد من المعايير الإحصائية المناسبة للوصول إلى أفضل نموذج .



$X$  : تمثل مصفوفة قطرية قطاعية (block diagonal).  
 $U$  : متجه من الدرجة  $(MT \times 1)$  يعبر عن الحدود العشوائية (disturbances) ويفترض أن يكون له مصفوفة التباين والتباين التالية :

$$\Sigma = V(u) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2M} \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ \sigma_{1M} & \sigma_{2M} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \otimes I$$

$$= \sum_c \otimes I \quad \dots \quad (5)$$

وهذه المعادلة تمثل المفاهيم الآتية :

- تباين حدود الخطأ العشوائي ثابت لكل معادلة من معادلات الانحدار في النموذج .
- التباين بين حدود الخطأ العشوائي للمعادلة رقم  $i$  وبين حدود الخطأ العشوائي المناظر للمعادلة رقم  $j$  حيث  $i \neq j$  .
- التباين بين الخطأ العشوائي للمعادلة رقم  $i$  وبين حدود الخطأ العشوائي الغير مناظر للمعادلة رقم  $j$  تساوي صفر حيث  $i \neq j$  .
- لا يوجد ارتباط تسلسلي بين حدود الخطأ العشوائي لكل معادلة من معادلات الانحدار في النموذج .

### المربعات الصغرى العامة GLS (نظرية اتكن Aitken)

تتلخص نظرية اتكن في تحويل النموذج الأصلي (4) إلى نموذج جديد تتوافر فيه جميع الفروض الخاصة بطريقة المربعات الصغرى (OLS) الأمر الذي يمكننا من تطبيق طريقة المربعات الصغرى على النموذج المحول الجديد وتكون التقديرات المتحصل عليها عندئذ خاصة (BLUE).

وبذلك يمكن تطبيق المربعات الصغرى لتقدير معالم النموذج المحول الجديد

كما يلي:

$$b^* = (X' \Sigma^{-1} X)^{-1} X' \Sigma^{-1} Y \quad \dots \quad (6)$$

ويمكن التعبير عن مقلوب المصفوفة  $\Sigma$  كما يلي :

$$\Sigma^{-1} = \sum_c^{-1} \otimes I \quad \dots \quad (7)$$

ويكون مقدر اتكن لمتجه المعادلات يمكن كتابته على الصورة التالية :-

$$b^* = \begin{bmatrix} b_1^* \\ b_2^* \\ \vdots \\ b_M^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^{11} x_1' x_1 & \sigma^{12} x_1' x_2 & \dots & \sigma^{1M} x_1' x_M \\ \sigma^{21} x_2' x_1 & \sigma^{22} x_2' x_2 & \dots & \sigma^{2M} x_2' x_M \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma^{M1} x_M' x_1 & \sigma^{M2} x_M' x_2 & \dots & \sigma^{MM} x_M' x_M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \sigma^{1i} x_1' y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^M \sigma^{Mi} x_M' y_i \end{bmatrix} \dots(8)$$

ومصفوفة التباين والتغاير للمقدر  $b^*$  يمكن كتابتها كما يلي :

$$V(b^*) = \begin{bmatrix} \sigma^{11} x_1' x_1 & \sigma^{12} x_1' x_2 & \dots & \sigma^{1M} x_1' x_M \\ \sigma^{21} x_2' x_1 & \sigma^{22} x_2' x_2 & \dots & \sigma^{2M} x_2' x_M \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma^{M1} x_M' x_1 & \sigma^{M2} x_M' x_2 & \dots & \sigma^{MM} x_M' x_M \end{bmatrix}^{-1} \dots(9)$$

#### ملاحظات على مقدر اتكن:

- يتميز مقدر اتكن  $b^*$  بأنه أفضل مقدر خطي غير متحيز (BLUE) .
- بإضافة الفرض الطبيعي (normality) فإن مقدر اتكن هو نفسه مقدر الإمكان الأعظم  $b_{MI}$  إذا كان لا يوجد ارتباط بين الحدود العشوائية في النموذج (4).
- مقدر اتكن هو نفسه مقدر المربعات الصغرى  $b_{OLS}$  إذا كان لا يوجد ارتباط بين الحدود العشوائية في النموذج (4) .
- مقدر اتكن  $b^*$  هو نفسه مقدر المربعات الصغرى  $b_{OLS}$  إذا كان  $x_1 = x_2 = \dots = x_m$ .
- حتى وإذا كان يوجد ارتباط بين الحدود العشوائية في النموذج (4).
- مقدر اتكن ينبع التوزيع الطبيعي التقريبي (asymptotically).

مما سبق يتضح أن مقدر اتكن سوف يختلف عن مقدر المربعات الصغرى إذا تحقق احد الشرطين التاليين :

$$أ - x_1 \neq x_2 \neq \dots \neq x_m$$

ب - يوجد ارتباط بين الحدود العشوائية في النموذج (4) .

أما إذا كانت  $\Sigma$  غير معروفة كما يكون عادة فمن المستحيل استخدام (7)، (8) في التطبيقات العملية وعلى هذا الأساس لابد من عمل تقدير  $\Sigma$ .

إذا  $\Sigma_c$  هي تقدير  $\Sigma$  بطريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) الأمر الذي يمكننا من تقدير مقدر آخر هو مقدر اتكن على مرحلتين b (two-stage Aitken estimator) وهذا المقدر يمكن حسابه وحساب تباينه بالطريقة التالية :

$$b = [X'(\Sigma_c^{-1} \otimes I)X]^{-1} X'(\Sigma_c^{-1} \otimes I)Y \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$V(b) = [X'(\Sigma_c^{-1} \otimes I)X]^{-1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

### الكسب في الكفاءة لمقدر اتكن:

بما أن مقدر اتكن  $b^*$  يختلف عن مقدر المربعات الصغرى العادية  $b_{OLS}$  إذا يجب أن نعين العلاقة بين كفاءة مقدر اتكن وكفاءة مقدر المربعات الصغرى مصفوفة التباين لمقدر اتكن  $b^*$  هي :

$$V(b^*) = [X'(\Sigma_c^{-1} \otimes I)X]^{-1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

ويكون تباين مقدر زلنر  $b_1$  للمعادلة الأولى كالتالي : [7]

$$E(b_1 - \beta_1)(b_1 - \beta_1)' = (X_1'X_1)^{-1} \sigma_{11} (1 - \rho^2) \times \left[ 1 + \frac{1}{(n-2)\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \right] \quad \dots\dots(13)$$

واضح من المعادلة (13) أن المقدر  $(X_1'X_1)^{-1} \sigma_{11}$  هو تباين مقدر المربعات الصغرى العادية وعلى هذا الأساس تصبح المعادلة (13) على الشكل التالي :

$$V(b_1) = V(b_{1(OLS)}) D \quad \dots\dots\dots(14)$$

حيث :

$b_{1(OLS)}$  : تباين مقدر المربعات الصغرى العادية .

$$D = (1 - \rho^2) \times \left[ 1 + \frac{1}{(n-2)\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \right] \quad \dots\dots\dots(15)$$

نلاحظ أن  $D$  يعتمد على  $\rho$  و  $n$  فكلما زادت  $\rho$  وزادت  $n$  كلما انخفضت  $D$  الأمر الذي يؤدي إلى زيادة كفاءة مقدر زلنر  $b_1$  والجدول رقم (1) يوضح متى تكون كفاءة مقدر زلنر اكبر من كفاءة مقدر المربعات الصغرى العادية  $b_{1(OLS)}$  اعتمادا على قيم مختلفة لـ  $(n, \rho)$

جدول رقم (1)

n \ ρ	0	± 0.1	± 0.2	± 0.3	± 0.4	± 0.5	± 0.6	± 0.7	± 0.8	± 0.9
10	1.153	1.142	1.107	1.050	0.969	0.969	0.7384	0.5884	0.4154	0.219
11	1.143	1.32	1.098	1.040	0.960	0.857	0.7320	0.5833	0.4117	0.217
12	1.135	1.124	1.089	1.033	0.953	0.851	0.7266	0.5790	0.4087	0.215
13	1.128	1.117	1.083	1.026	0.947	0.846	0.7221	0.5754	0.4062	0.214
14	1.122	1.111	1.077	1.021	0.942	0.841	0.7182	0.5723	0.4740	0.213
15	1.116	1.105	1.072	1.016	0.938	0.837	0.7148	0.5696	0.4021	0.212
16	1.112	1.101	1.067	1.012	0.934	0.834	0.7118	0.5672	0.4004	0.211
17	1.108	1.097	1.063	1.008	0.930	0.831	0.7092	0.5651	0.3989	0.210
18	1.104	1.093	1.060	1.004	0.927	0.828	0.7068	0.5632	0.3976	0.209
19	1.101	1.089	1.056	1.001	0.924	0.825	0.7046	0.5615	0.3963	0.209
20	1.097	1.086	1.054	0.999	0.922	0.823	0.7026	0.5599	0.3952	0.208
21	1.095	1.084	1.051	0.996	0.919	0.821	0.7008	0.5585	0.3942	0.208
22	1.092	1.081	1.048	0.994	0.917	0.819	0.6992	0.5572	0.3933	0.207
23	1.090	1.079	1.046	0.992	0.915	0.817	0.6977	0.5560	0.3924	0.207
24	10.87	1.077	1.044	0.990	0.913	0.815	0.6963	0.5548	0.3916	0.206
25	1.085	1.075	1.042	0.988	0.912	0.814	0.6950	0.5538	0.3909	0.206
26	1.083	1.073	1.040	0.986	0.910	0.813	0.6937	0.5528	0.3902	0.206
27	1.082	1.071	10.38	0.984	0.909	0.811	0.6926	0.5519	0.3896	0.205
28	1.080	1.069	1.037	0.983	0.907	0.810	0.6915	0.5510	0.3890	0.205
29	1.078	1.068	1.035	0.981	0.906	0.809	0.6905	0.5502	0.3884	0.205
30	1.077	1.066	1.034	0.980	0.905	0.808	0.6895	0.5495	0.3879	0.204
31	1.076	1.065	1.032	0.979	0.903	0.807	0.6886	0.5487	0.3874	0.204
32	1.074	1.063	1.031	0.977	0.902	0.806	0.6878	0.5481	0.3869	0.204
33	1.073	1.062	1.030	0.976	0.901	0.805	0.6870	0.5474	0.3864	0.203
34	1.072	1.061	1.029	0.975	0.900	0.804	0.6863	0.5469	0.3860	0.203
35	1.071	1.060	1.028	0.974	0.899	0.803	0.6854	0.5462	0.3856	0.203
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
∞	1.000	0.990	0.960	0.910	0.840	0.750	0.6400	0.5100	0.3600	0.190

من الجدول رقم (1) يتضح أن :  
 بصفة عامة تزداد كفاءة مقدر زلنر  $b_1$  مقارنة بكفاءة مقدر المربعات  
 الصغرى العادية  $b_{1(OLS)}$  عندما تزداد كل من  $(n, \rho)$  .

بصفة خاصة فإن كفاءة مقدر زلنر  $b_1$  أكبر من كفاءة مقدر المربعات الصغرى العادية  $b_{1(OLS)}$  عندما تكون  $|\rho| > 0.3$  بصرف النظر عن  $n$  .  
الجدول رقم (2) يوضح مقارنة النتائج بين مقدرات المربعات الصغرى (OLS) وبين مقدرات (Zellner)

### جدول رقم (2)

Estimators Equations	$\hat{\beta}_{01}$	$\hat{\beta}_{11}$	$\hat{\beta}_{21}$	$\hat{\beta}_{31}$	$\sigma(\hat{\beta}_{01})$	$\sigma(\hat{\beta}_{11})$	$\sigma(\hat{\beta}_{21})$	$\sigma(\hat{\beta}_{31})$	$R^2$
Equ. (1) (OLS)	0.6	-0.166	0.298	-0.365	0.05747	0.01806	0.08088	0.06893	10.5%
Equ. (1) (SURE)	0.566	-0.169	0.34	-0.338	0.05679	0.0178	0.07977	0.0679	36.08%
Equ. (2) (OLS)	0.259	-0.047	0.136	0.03	0.01676	0.14773	0.00428	0.0034	8.6%
Equ. (2) (SURE)	0.258	-0.077	0.151	0.039	0.01646	0.1448	0.0042	0.00334	36.08%
Equ. (3) (OLS)	0.425	0.914	-0.584	-0.187	0.253	0.264	0.208	0.336	8.7%
Equ. (3) (SURE)	0.429	0.848	-0.586	-0.107	0.25069	0.26218	0.20675	0.33372	36.08%

يوضح الجدول رقم (2) نتائج كل من مقدرات المربعات الصغرى ومقدرات زلنر ونلاحظ أن جميع الأخطاء المعيارية لمقدرات زلنر في الثلاث معادلات أقل من الأخطاء المعيارية لمقدرات المربعات الصغرى وهذا يدل على كفاءة مقدرات زلنر مقارنة بالمربعات الصغرى وتزداد الكفاءة كلما زاد الارتباط بين الأخطاء العشوائية لمعادلات الإنحدار وهذا الارتباط يوجد بشكل عملي لأن جميع البنوك التجارية في مصر تعمل في ظل سياسات مالية واقتصادية موحدة الأمر الذي يؤدي إلى وجود ارتباط بين قطاعات البنوك التجارية المختلفة .

ونلاحظ من الجدول أيضا زيادة مقياس جودة المطابقة حيث معامل التحديد لمقدرات زلنر قد زادت بدرجة كبيرة من % 10.5 إلى % 36.08 .

### النتائج التي تم التوصل إليها:

- وجد أن كفاءة المقدرات الناتجة عن تطبيق أسلوب معادلات الانحدار الغير مرتبطة ظاهرياً على معادلات الانحدار التي تم تحديدها أفضل من كفاءة أسلوب تحليل معادلات الانحدار.
- النموذج المقترح للتنبؤ بمعدل العائد على الأصول لدى البنوك سوف يمكن واضعي السياسات الاقتصادية والنقدية بالتأثير على أداء البنوك وذلك من خلال تحديد مستويات معينة للمتغيرات في العلاقة الهيكلية.

### التوصيات :

- يمكن تطبيق نموذج معادلات الانحدار الغير مرتبطة ظاهرياً على أي مجموعة من وحدات المعاينة وتقسيمها إلى مجموعات فرعية متجانسة بحيث كل مجموعة فرعية متجانسة تمثل معادلة انحدار على سبيل المثال يمكن تقسيم محددات الطلب على أي سلعة بالنسبة إلى المحافظات حيث تمثل معادلة الانحدار لمحددات الطلب على السلعة لكل محافظة.
- يمكن إدخال متغيرات غير مالية في نموذج معدل العائد على الأصول للبنوك التجارية على سبيل المثال المستوى العلمي وتطوره عبر الزمن لكل مدير بنك لمعرفة هل هذا يؤثر على معدل العائد على الأصول أم لا.

## المراجع :

- (1) Berger, Allan N., "The Profit-Structure Relationship in Banking- Tests of Market Power and Efficient- Structure Hypotheses", Journal of Money, Credit and Banking, vol.27, (1995), pp.404.
- (2) David Kraus, "Goodness-of-fit inference for the Cox–Aalen additive–multiplicative regression model", Statistics & Probability Letters 70 (2004), pp. 285–298.
- (3) Helmut Herwartz, "Testing for random effects in panel data under cross sectional error correlation - A bootstrap approach to the Breusch Pagan test", Computational Statistics & Data Analysis 50 (2006), pp.3567–3591.
- (4) Jean-Marie Dufour; Lynda Khalaf, "Exact tests for contemporaneous correlation of disturbances in seemingly unrelated regressions", Journal of Econometrics 106 (2002), pp. 143–170.
- (5) Jean-Marie Dufour; Lynda Khalaf , " Simulation based finite and large sample tests in multivariate regressions", Journal of Econometrics 111 (2002), pp. 303–322.
- (6) Jean-Thomas Bernard, Nadhem Idoudi, Lynda Khalaf, Clement Ye loud, "Finite sample multivariate structural change tests with application to energy demand models", Journal of Econometrics 141 (2007), pp. 1219–1244.
- (7) Revankar, N., "Some Finite Sample Results in the Context of Two Seemingly Unrelated Regression Equations" , Journal of the American Statistical Association, 69,(1974), pp. 187-190.

- (8) Revankar, N., "Use of Restricted Residuals in SUR Systems: Some Finite Sample Results " , Journal of the American Statistical Association, 71,(1976), pp. 183-188.
- (9) Xian-Jin Xie, Jane Pendergast, William Clarke, "Increasing the power: A practical approach to goodness-of-fit test for logistic regression models with continuous predictors", Computational Statistics & Data Analysis 52 (2008), pp. 2703–2713.
- (10) Zellner, A., "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias " , Journal of the American Statistical Association, 57,(1962), pp. 348-368.