

الملتقى العلمي الثالث لطلاب الدراسات العليا

بحث بعنوان

نظرية حساب الفصول

الانتقال من التصور المنطقي الرياضي إلى التصور الفيزيائي

The Theory of classes

**The Transition from the Mathematical – Logical
Concept to the Physical Concept**

الباحثة: نوره محمود حسن السيد عيسى

الدرجة: باحثة ماجستير

التخصص: المنطق وفلسفة العلوم

الأستاذ الدكتور: ماهر عبد القادر محمد

أستاذ المنطق وتاريخ العلوم بكلية الآداب جامعة الإسكندرية

وعميد كلية السياحة والفنادق الأسبق

الملخص باللغة العربية

نظرية حساب الفصول أو ما يطلق عليها أحياناً (نظرية الفئات) هي تلك التي طورها برتراند رسل محاولاً التمييز بين الفصل، وفصل التصور، وتصور الفصل، وفصول الفصول. يعرف رسل الفصل بطريقتين :

1- الطريقة الماصدية: التي تذكر بموجبها أعضاء الفصل.

2- الطريقة المفهومية: التي تذكر بمقتضاها خاصة معرفة.

ويميل رسل إلى وجهة النظر الماصدية في مسألة البحث في نظرية حساب الفصول مؤكداً أنه لا بد من تفسير الفصل بالماصدق .

وتسمى هذه النظرية أيضاً في الرياضيات (نظرية المجموعات)، أي تجمع في الأرقام أو الرموز وتكتب بين قوسين، وأي رمز أو رقم داخل المجموعة يسمى عنصراً من عناصر المجموعة. ويوضح لنا رسل كيفية إجراء الحساب التحليلي للفصول والذي يتألف من :-

1- الحدود الأولية للفصل 2- الفصل الفارغ 3- الفصل الشامل

4- ثوابت الجمع المنطقي 5- الضرب المنطقي 6- المساواة 7- الانتماء

The theory of classes was developed by Bertrand Russell attempts to preference between Class, Concept of Class, Class Concept and Classes of Classes. Russell explained the class in two ways:

- 1- Extensional definition: Are members of the class.
- 2- Intensional definition: Are certain Properties.

Russell chooses to Extensional View of class in the research in the theory of class.

This theory is also called in mathematics (the theory of Collections) in which numbers or symbols are Collection in brackets, and any symbol or number within the Collection is called a member of the Collection.

It explains to us how to conduct Calculus of Classes.and consists of this Calculus of: -

- 1- Primary terms of Class.
- 2- Null- Class.
- 3- Universal Class.
- 4- Logical Sum Constants.
- 5- Logical product.
- 6- Equality.
- 7- Belonging.

المقدمة

تعتبر نظرية حساب الفصول أو ما يطلق عليها أحياناً نظرية (الفئات)¹ التي طورها برتراند رسل محاولاً التمييز بين الفصل، وفصل التصور، وتصور الفصل، وفصول الفصول، ويعرف رسل الفصل بطريقتين:

١- الطريقة الماصدية: التي تذكر بموجبها أعضاء الفصل.

٢- الطريقة المفهومية: التي تذكر بمقتضاها خاصة معرفة.

ويميل رسل إلى وجهة النظر الماصدية في مسألة البحث في نظرية الفصول مؤكداً أنه لا بد من تفسير الفصل بالماصدق.

وكذلك يحدثنا رسل عن علاقة نظرية الفصول بعدة نظريات منها: نظرية الأعداد ونظرية الأنماط ونظرية الأوصاف.

ومن ثم يعد رسل من أكبر المؤسسين لهذا المنطق لأنه صاغ نسقاً منطقياً ومن أهم أسس اندماج المنطق مع الرياضيات البحتة في هذا المجال:

أ- إرجاع المفاهيم الرياضية إلى مفاهيم منطقية بحيث أصبح المنطق أساس الرياضيات.

¹ (يميل الفلاسفة إلى استخدام لفظ الفئة ويعتمد على مجموعة من الخصائص المشتركة بين أفراد الفئة فعندما نقول مثلاً فئة المواطن الأمريكي فالتعريف بالماصدق وهو ما يميل إلى المناطقة الرياضيين مثل رسل يكون على جميع الأفراد الذين يعيشون في أمريكا والتعريف بالمفهوم يكون على الخصائص المشتركة بين الأفراد الذين يعيشون في أمريكا.

ب- إقامة النظريات المنطقية على شكل انساق استنباطية مستمدة من الطريقة

الهندسية.

إشكالية هذه الدراسة

هل نأخذ بالتفسير الماصدقي أم التفسير المفهومي لنظرية حساب الفصول؟

إذا أخذنا بالتفسير المفهومي لنظرية الفصول سنواجه إشكالات متعددة بالنسبة

للتفسير الفيزيائي الذي يتعامل مع كيانات (أو أشياء) لا مع الحساب.

وإذا أخذنا بالتفسير الماصدقي لنظرية حساب الفصول فكيف يمكن أن نطابق بين

الفيزياء والرياضيات من حيث أن الرياضيات تتعامل مع الكم (العدد) والفيزياء تتعامل مع

الكيف (الأشياء).

هذه هي الإشكالية الرئيسة الموجودة لدينا في هذا الموضوع.

أولاً: التعريف بنظرية الفصول وعلاقتها بالمنطق

الفصل: هو تصور موضوعه يحتاج إلى العناية والدقة بالنظر إلى مسألة التناقض.

لقد ميزت كتب المنطق بين وجهتين من النظر هما: الماصدق والمفهوم، أما

الفلاسفة فضلوا استخدام مصطلح المفهوم أكثر من الماصدق، و أما الرياضيين فضلوا

استخدام الماصدق كأساس للرياضيات.

ويقرر "كوتيراه" أن المنطق الرمزي يبني علي أساس الماصدق إلا أن هناك مواضع متوسطة بين المفهوم البحث والماصدق الخالص وفي هذه المواضع المتوسطة يقوم المنطق الرمزي^(١).

فيعرف الفصل بالمفهوم: على أنه فصل من المحمولات المتعلقة بالحدود التي لدينا فقط .

ويحاول (رسل) تعريفه بالطريقة الماصدقية: فيعرف الفصل بتعداد حدوده وبذلك لن نتمكن من البحث في مسألة الفصول اللامتناهية، ويميل رسل إلى وجهة النظر الماصدقية في مسألة البحث في نظرية الفصول مؤكداً أنه لا بد من تفسير الفصل بالماصدق. ويؤكد (رسل) أن التعريف بالماصدق يمكن أن يرد إلى التعريف بالمفهوم، علي حين أن التعريف بالمفهوم لا يرد إلى التعريف بالماصدق^(٢).

المفاهيم الأساسية لنظرية الفصول

١- تصور الفصل وفصل التصور^٢ .

٢- الفصل^٣ .

(١) برتراند رسل : أصول الرياضيات ، الجزء الأول ، ترجمة دكتور محمد مرسى أحمد / أحمد فؤاد الأهواني ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٥٨ ، ص ١٢١ .

(٢) ماهر عبد القادر: نظريات المنطق الرياضي، دار المعرفة الجامعية ، ١٩٨٠ ، ص ١٦٥:١٦٦

(٢) برتراند رسل : أصول الرياضيات ، ص ١٢٢ .

(٣) برتراند رسل : أصول الرياضيات ، ص ١٢٣ .

٣- التمييز بين الفصل وفصل التصور^١

٤- الفصل ككثير والفصل ككل^٢.

٥- فصل الفصول^٣.

ثانياً: الاجراء الرياضى فى الحساب التحليلى للفصول

يقول (رسل) يمكن أن نبني الحساب التحليلي للفصول على اعتبار أن فكرة علاقة فرد في فصل بالفصل ذاته فكرة أساسية وقد اعتبر "بيانو" أول من أصر على التمييز بين ع، والعلاقة بين الكل والجزء بين الفصول وقد اختلطت العلاقتان من قبل إلا أن أعمال "فريجه" أوضحت الفرق وهو كالفرق بين علاقة الإغريق بالناس، ويذهب بيانو إلى أنه يمكننا التعبير عن جميع دوال القضايا التي تحتوى على متغير واحد علي الصورة (س هي أ) حيث أ فصل ثابت^٤.

وتستخدم نظرية حساب الفصول مجموعة من الرموز كثنويات ومتغيرات ويلاحظ أن بعض هذه الرموز يخصها وحدها، ويعود البعض الآخر إلى نظرية حساب القضايا، كما تعود بعض المتغيرات إلي نظرية حساب دالات القضايا. وإذا كانت الثوابت بوصفها

¹ (ماهر عبد القادر: نظريات المنطق الرياضي، ص ٥١ .

² برتراند رسل : أصول الرياضيات ، ص ١٢٦ - ١٢٧

³ برتراند رسل : مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة د. محمد مرسي أحمد/ ومراجعة د. أحمد فؤاد الأهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، ١٩٨٠، ص ١٩٥ .

⁴ برتراند رسل : أصول الرياضيات، ص ٥٣ .

إجراءات منطقية ثابتة لا تتغير بين منطقي وآخر، فإن المتغيرات ليست موضع اتفاق تام بين المناطقة وإن كانت تؤدي نفس الدور لدى كل منهم¹.

أ- الرموز الأساسية المستخدمة في نظرية حساب الفصول

(١) يرمز لأعضاء الفصل بالرموز Z, Y, X

(٢) يرمز للفصول بالرموز اليونانية $\chi, \varphi, \psi, \Theta$

(٣) يرمز لعضوية الفرد في فصل بالرمز ε ، ويقرأ Epsilon

(٤) يرمز للضرب المنطقي logical product بالرمز \cap ويقرأ

Intersection

(٥) يرمز للجمع المنطقي logical sum بالرمز \cup ويقرأ union

(٦) يرمز للنفي بالرمز \neg

(٧) يرمز للمساواة بالرمز $(=)$

¹ محمد محمد قاسم: نظريات المنطق الرمزي، بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، دار المعرفة الجامعية، ١٩٩١، ص ٣٠١.

(٨) يرمز إلى الاحتواء بالرمز \supset

(٩) يرمز للفصل الكلي بالرمز \forall

(١٠) يرمز للفصل الصغري بالرمز \exists

(١١) يرمز لوجود الفصل بالصيغة $\exists ! \alpha E$.^١

ب- العمليات المنطقية لحساب الفصول

^١ ماهر عبد القادر : نظريات المنطق الرياضي ، دار المعرفة الجامعية ، ١٩٨٠ ، ص ١٦٦ -

يمكن إجراء نفس العمليات المنطقية لحساب القضايا في حساب الفصول ورغم أن لكل منها ثوابته المنطقية التي تشير إلى تلك العمليات إلا أن لكل ثابت نفس الدلالة المنطقية في النظريتين هذه العمليات هي¹:

١- السلب Neqation

٢- الجمع المنطقي: **logical sum** "تقابل رمز الفصل \vee "

٣- الضرب المنطقي: **logical product** "ويقابل رمز الوصل"

ثالثاً: علاقة نظرية الفصول بنظرية الأنماط والأوصاف

أ- علاقة نظرية الفصول بنظرية الأنماط

وضع رسل نظرية الأنماط كحل للمفارقات المنطقية² المتعلقة بالفصول لأن وجودها على حالها تفقد المنطق معناه ولا نستطيع الصعود بالمنطق لروح العصر كما لا يمكن بناء نسق منطقي متكامل، لذا كان لابد من وضع حل لهذه المفارقات.

¹ محمد محمد قاسم: نظريات المنطق الرمزي، ص ٣٠٤.

² المفارقة: **paradox** هي نسق مبني على مقدمات وحجج منطقية إلا أنه يؤدي إلى تناقض أو يؤدي إلى استنتاج عبارة غير منطقية، من الممكن أن تكون المفارقة عبارة صحيحة أو مجموعة من العبارات التي تتضمن معنى التناقض أو النفي، والمفارقة في المنطق الرياضي هي جملة خبرية تناقض المنطق فهي لا يمكن أن نقول عنها أنها صحيحة كما لا يمكن أن نقول أنها خاطئة، فإذا أخذنا الجملة الآتية: أنا أكذب الآن فإذا افترضنا أنني صادق يعني أن الجملة صحيحة الأمر الذي يناقض كوني صادقاً أما إذا افترضنا أنني أكذب فالجملة خاطئة وفيها صحيح أي أنني صادق ويناقض كوني كاذب.

=

يقول بوشنسكي، أن نظرية الأنماط هي مجموعة من القواعد التي تقسم الموضوعات المنطقية إلى عدد من الفصول تسمى أنماطاً أي تقسيم الموضوعات إلي أنماط، فالنمط الأول يحتوى علي الأفراد أي يكون مجموعة من الأفراد والنمط الثاني يكون من الفصول التي تحتوى علي أفراد والنمط الثالث يكون من فصول الفصول¹.

والذي يحدد نمط الفصل هو نمط الأعضاء التي تندرج تحت هذا الفصل، أي أن نمط الفصل يحدد بواسطة أعضائه ففصول المستوى الأول تحتوى فقط علي أفراد كأعضاء وفصول المستوي الثاني تحتوى فقط علي فصول كأعضاء وفصول المستوى الثالث تحتوى علي فصول الفصول كأعضاء².

ب- علاقة نظرية الفصول بنظرية الأوصاف

تعتبر نظرية الأوصاف واحدة من أهم نظريات برتراند رسل المنطقية متأثراً بالمناطقة العرب الممعاصرين، لتقدير أو لفهم نظرية الأوصاف تمكن المناطقة العرب من التالي:

١- أهمية مقالة رسل "الدلالة" ١٩٠٥.

٢- نظرية فريجة وميونغ " المعنى والدلالة".

٣- نقد رسل لنظرية فريجة وميونغ وأهميتها منطقياً وابستمولوجياً.

=

مثل: مفارقة كانتور عن الفصول الفرعية - مفارقة رسل التي تنشأ من تصور الفصل الكلي - مفارقة الفصل الصفري

1) BOCHENSKI, J.K "Aprecis of mathematical logic", Reided publishing, company, Holland, 1959, p62.

2) Eaton, R.M.: " General logic" An introductory survey Charles scribner's sons, London, 1931, p.456.

٤- صنع رسل التمييز بين المعرفة الشخصية والأوصاف.

٥- كيف قادت نظرية الأوصاف رسل إلى اختراع نظريته الجديدة من أنواع المنطق وكيف أن كلتا النظريات تعتبر نظريات رئيسة للمبادئ الأولى للرياضة (١٩١٠-١٩١٣) عند رسل وهو يتهد.

٦- عرف المناطقة العرب المعاصرين أن نظرية الأوصاف تحوي جانبين (منطقي وابستمولوجي) يكونوا ذات أولوية بالاهتمام بجوار الجانب المنطقي.^١

رابعاً: تطبيق العلاقات الأساسية للفصول في نظرية حساب الاحتمالات الفيزيائية^٢

الاحتمالات probabilities

تعتبر نظرية الاحتمالات من الفروع المهمة في علم الرياضيات وقد اتسع نطاق تطبيقها حتى أصبح يشمل كافة العلوم الطبيعية والاجتماعية.

الاحتمالات الحسابية هي الاحتمالات التي يمكن إيجاد قيمها بطرق حسابية، دون اللجوء إلى التجارب العشوائية، مع ملاحظة أنه إذا قلت عدد مرات التجربة فإنه لا يوجد توافق أو تجانس بين الاحتمال الحسابي والاحتمال العقلي، لكن عند إجراء عدد كبير من التجارب فإن الاحتمال الحسابي يميل إلى التعادل مع الاحتمال العقلي، كما أنه

¹) Maher Abd El Kader Mohammed, the status of "on denoting" in Arabic logical writings, 2005, p.1.

²) خالد قاسم سمور، د. أحمد جمعة عبيد، الاحتمالات، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع،

ط ١ ، ١٩٩٥م - ١٤١٦هـ ، ص ٨٣

من الممكن إيجاد علاقة بين الاحتمالات الحسابية والاحتمالات العقلية وهذه العلاقة يحكمها قانون الأعداد الكبيرة^١.

لنظريات الاحتمالات دورًا مهمًا في العلم اليوم، ولكن لا يوجد شيء يمكن أن يفني بمقتضيات العلمية، بسبب طابعها الجزئي والدوغماتية، لذلك يمكن للمرء أن يحاول إعادة تفسير نفس النظرية من أجل تلبية قابلية التطبيق، ونأخذ في الاعتبار التعريفات الثلاثة التالية للاحتتمال.

١- الاحتمال القبلي أو الكلاسيكي

٢- الاحتمال التجريبي

٣- سلاسل ماركوف^٢.

بديهيات الاحتمال Axiom's of probability

١- احتمال وقوع الحدث الأكيد يساوي واحدًا، وبالرموز: $p(s) = 1$

^١ المرجع نفسه ، ص ٨٥.

^٢ Maher Abd El Kader Mohammed, Towards A New Mathematical Approach to Different Theories of Probability, published dar Al-marefa Al gamiya Alexandria, 1980,p3.

٢- احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوي صفرًا، وبالرموز: $p(\phi) = 0$

٣- إذا كان الحدث A مجموعة جزئية من الفضاء العيني^١ فإن: $0 \leq p(A) \leq 1$

1

٤- إذا كان A , B حدثين منفصلين فإن: $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

٥- إذا كان $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ أحداث منفصلة أي تقاطعها

مثنى مثنى يساوي ϕ فإن:

$$p(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n).^2$$

⁽¹⁾ الفضاء العيني هو عبارة عن مجموعة المشاهدات التي يمكن ظهورها عند إجراء تجربة ما ويرمز له بالرمز S .

⁽²⁾ خالد قاسم سمور، د. أحمد جمعة عبيد، الاحتمالات، ص ٩٤.

النتائج

ينكشف لنا عدة نتائج من خلال هذا البحث

١- اختلاف مفهوم الفصل من الطريقة الماصدية عنه في الطريقة المفهومية لأن هناك العديد من الفصول فهناك فصل يحتوي على عضوًا واحدًا ويسمى فصل ذا عضو واحد، وهناك فصل لا يحتوي على أعضاء ويسمى الفصل الصفري.

٢- التمييز بين الفصل وتصور الفصل وفصل التصور والتمييز بين الفصل ككثير والفصل ككل وفصل الفصول، كل هذا جعلنا نكون نسقًا لمعرفة كيفية إجراء الحساب التحليلي للفصول.

٣- الثوابت المنطقية هي إجراءات منطقية ثابتة لا تتغير ولكن المتغيرات تتغير بين المناطقة وإن كانت تؤدي نفس الدور، وإن نظرية حساب الفصول تستخدم مجموعة خاصة من الرموز يقوم على أساسها العمليات المنطقية لحساب الفصول التي بدورها ترتبط ارتباطًا وثيقًا بقوانين "نظرية المجموعات" الرياضية.

٤- إن تطور نظرية الفصول التي تسمى رياضياً باسم "المجموعات" جعلها تستخدم نفس هذه القوانين في نظرية حساب الاحتمالات فبالنظر إلى نظرية الاحتمالات وجدت أنها تطبق قوانين نظرية الفصول على نظرياتها وهذا دليل واضح على تطور نظرية الفصول وتطبيقها على نظرية الاحتمالات.

٥- أما عن نظرية الأنماط فهي ترتبط بنظرية حساب الفصول من حيث تقسيم القواعد إلى عدد من الفصول أطلق عليها بوشنسكي "أنماطاً"، وقال أن النمط الأول يحتوي على الأفراد، والنمط الثاني يحتوي على الفصول، والنمط الثالث يحتوي على فصول الفصول، والذي يحدد نمط الفصل هو نمط الأعضاء، إلا أن رسل وضع عدد آخر من الأنماط إلى أن وصل إلى النمط الذي يمثل رأس الهرم وربطه بمفهوم الجنس عند أرسطو وبذلك استنتج أن أرسطو قد أرسى بدايات نظرية الأنماط إلى جانب بدايات نظرية حساب الفصول.

المراجع العربية والأجنبية المستخدمة في البحث

أولاً: المراجع العربية

١. برتراند رسل: أصول الرياضيات ، الجزء الأول ، ترجمة دكتور محمد مرسي أحمد / أحمد فؤاد الأهواني ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٥٨ .
٢. برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة د. محمد مرسي أحمد/ ومراجعة د. أحمد فؤاد الأهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، ١٩٨٠ .
٣. ماهر عبد القادر: نظريات المنطق الرياضي ، دار المعرفة الجامعية ، ١٩٨٠ .
٤. محمد محمد قاسم: نظريات المنطق الرمزي، بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، دار المعرفة الجامعية، ١٩٩١ .
٥. خالد قاسم سمور، د. أحمد جمعة عبيد، الاحتمالات، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع، ط ١ ، ١٩٩٥م - ١٤١٦هـ .

ثانياً: المراجع الأجنبية

1. BOCHENSKI,J.K "Aprecis of mathematical logic",Reided publishing,company,Holland,1959.
2. Eaton,R.M.: " General logic" An introductory survey Charles scribner's sons, London, 1931.
3. Maher Abd El Kader Mohammed, Towords A New Mathematical Approach to Different Theories of Probability, pubished dar Al-marefa Al gamiya Alexandria, 1980.
4. Maher Abd El Kader Mohammed, the status of "on denoting" in Arabic logical writings,2005.