

**صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب وطالبات
بجامعة أم القرى في المملكة العربية السعودية الرياضيات المعلمين**

إعداد

د/ يحيى مزهر عطية الزهراني

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد بجامعة أم القرى - مكة المكرمة

Ymz_11@hotmail.com

Ymzahrani@uqu.edu.sa

ملخص الدراسة:

هدفت الدراسة الحالية إلى تحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي ومعرفة درجة هذه الصعوبات كما هدفت إلى معرفة أثر متغير الجنس لعينة الدراسة تجاه صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى حيث تم اختيار عينة عشوائية من طلاب وطالبات الرياضيات بجامعة أم القرى وعددهم ٥٣٦ مستجيباً كما استخدم الباحث أداة الدراسة الاستبانة والمكونة من (٤٣) فقرة والتي تم بناؤها بناء على الدراسات المسحية السابقة ومن ثم توزيعها على العينة بعد التأكد من حساب معامل الصدق والثبات لها. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن هناك عدد من صعوبات البرهان الرياضي والتي كانت معظمها متعلقة بمهارات وطريقة كتابة البرهان الرياضي والقصور في إعداد وتدريب طلاب الرياضيات المعلمين في المستوى الجامعي على التمكن من مهارات شرح البرهان الرياضي والتدريب عليه بطريقة تساعدهم على تبسيطه وشرحه لطلابهم في إحدى المدارس مستقبلاً كما أن درجة صعوبات تدريس البرهان الرياضي على المجموع الكلي لفقرات الأداة كانت بدرجة متوسطة. وقد خلصت نتائج الدراسة أيضاً إلى عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية تعزى إلى متغير الجنس هذا وقد أوصى الباحث بعدد من التوصيات منها الاهتمام بتدريس البرهان الرياضي وتنمية مفاهيم التفكير العلمي الأساسية وإجراء مزيداً من الدراسات والبحوث للتغلب على صعوبات تدريس البرهان الرياضي لطلاب وطالبات الرياضيات المعلمين.

الكلمات المفتاحية:

البرهان الرياضي- طلاب الرياضيات المعلمين

Difficulties of teaching mathematical proof from a point of view of the students mathematics teachers at in the KSA. Umm Al Qura University

Dr. Yahya Mizher Al Zahrani

- Umm Al-Qura University Assistance professor

Ymz_11@hotmail.com

Ymzahrani@uqu.edu.sa

٠٠٩٦٦٥٥٩٩٠٠٧٦٥

Abstract:

The aims of this study are to determine the difficulties of ‘teaching mathematical proof’ and to know the degree of these difficulties. Additionally, this study aims to establish the effect of the ‘gender’ variable on the study sample; from the point of view of the students’ of mathematics teachers at Umm Al Qura University. A random sample (n) of 536 was selected from Umm Al-Qura University. The researcher used the included survey questionnaire composed of (43) phrases. This was constructed based on previously conducted survey studies. The questionnaire was distributed to the study cohort after confirming both validity and stability. Results from the study showed an array of challenges concerning the instruction of ‘mathematical proof’. These were

mostly related to the ‘skills and methods’ of writing mathematical proof. This was accompanied with a lack in both the ‘preparation and training’ of mathematics instructors students at the university level. Moreover, the study results revealed that the degree of difficulties concerned with teaching mathematical proof on the total number of instrument phrases was medium. The study findings concluded that there are no differences in statistical significance attributed to the gender variable. Study results have prompted the researcher to put forward a few recommendations. Examples include paying greater attention to teaching mathematical proof, and development of basic concepts surrounding the use of scientific thinking. The author also recommends conducting further studies and research to overcome the ‘challenges of teaching mathematical proof’ for students of mathematics teachers.

Key words

Mathematical proof – Students of mathematics teachers

المقدمة:

يعتبر البرهان الرياضي أحد المكونات الرئيسية والمهمة لمحتويات علم الرياضيات وقد قامت كثير من النظريات على البرهان الرياضي الذي يلعب دوراً كبيراً في دعم النظريات الرياضية والوصول إلى إثباتها وفق منطق رياضي منظم حتى يتتسى للعقول البشرية قبولها وإخضاعها للتطبيق العملي الواقعي بعد برهنتها والايقان بصحتها. يركز مفهوم البرهان الرياضي على إيضاح عدد من الخطوات المتفق عليها من قبل من أجل تسهيل الفهم وربط المعرفة الرياضية ببعضها حيث تتعدد التعريفات للبرهان الرياضي من قبل الباحثين ويختلف دوره والطريقة التي يتم إنشاؤه بها والتحقق منها وقبولها من شخص لآخر ومن مجتمع لآخر إلا أن أبسط تعريف للبرهان الرياضي يظل مرتكزاً على أن البرهان الرياضي هو حجة رياضية صحيحة. هذا وقد أسهم البرهان الرياضي في جعل علم الرياضيات ذو (Hemmi K.,2010) طبيعة مستقرة يسهل تناقله كعلم من جيل إلى آخر عبر العصور

لذلك فإن البرهان الرياضي له أهمية كبرى في إثبات المعرفة الجديدة وقبولها من خلال (Harel and Sowder, 2007) قيامه بالعديد من الأدوار والعمليات المتنوعة كما عددها

ومن هذه الأدوار (التحقق، الشرح، الاكتشاف، التنظيم، التغيير الفكري، الاتصال) وكل هذه الأدوار هي أدوار مهمة في عملية الفهم لكثير من المفاهيم والحقائق الرياضية مما يساعد المعلمين والمتعلمين في تكوين صورة واضحة وعميقة لمادة التعلم ذات بعد راسخ مبني على اليقين القاطع والمدعم بالبرهان الرياضي الدامغ. ومن الجدير بالذكر أن كتابة البرهان الرياضي لها أسس وقواعد خاصة تعتمد عليها وتميزها عن الكتابات الأخرى وهذه القواعد متعددة ومنها: يجب أن يكتب البرهان الرياضي بلغة واضحة وعلى شكل فقرات، لا بد من كتابة الصيغ الرياضية في منتصف السطر بوضوح، توضيح تسلسل الخطوات المنطقية بكلمات مناسبة وعدم الاكثار من الاختصارات، يجب الإشارة إلى بداية البرهان الرياضي

(Lee,2010) ونهايته

وعلى الرغم من أهمية البرهان الرياضي ودوره الكبير في إثبات العديد من النظريات إلا أن هناك صعوبات جمة يواجهها الطلاب في كتابة البرهان الرياضي كما أشارت إلى ذلك بعض الدراسات الحديثة (Meltem (2010)، Senk et al (2008) وبالإضافة إلى ملاحظة الباحث وجود صعوبات في تدريس البرهان الرياضي لدى طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين لذلك نبعت فكرة هذه الدراسة والتي تهدف إلى تقصي صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى والذي كان إلهاما أساسيا للباحث بمشكلة الدراسة كما سيتم توضيحه في كيفية الشعور والاحساس بمشكلة الدراسة.

مشكلة الدراسة

لاحظ الباحث خلال تدريس مقرر طرق تدريس الرياضيات كثير من تساؤلات طلاب الرياضيات المعلمين حول مفهوم البرهان الرياضي وكثير من الصعوبات التي تواجه طلاب الرياضيات المعلمين في شرح خطوات البرهان الرياضي من قبل طلاب الرياضيات المعلمين لطلابهم في مناهج تعليم الرياضيات بالمدارس الحكومية خلال فترة التربية العملية. لذلك قرر الباحث الرجوع إلى الأدبيات والدراسات السابقة المتعلقة بصعوبات البرهان الرياضي لدى طلاب الرياضيات المعلمين حيث أشارت العديد من الدراسات الأجنبية إلى وجود صعوبات في تدريس البرهان الرياضي وفهم بعض المفاهيم والخطوات المتعلقة به من قبل طلاب الرياضيات المعلمين ومن هذه الدراسات

(Selden & Selden (2007a), Weber (2001), Stylianides et al. (2007)

والتي أكدت وجود العديد من الصعوبات التي تواجه طلاب الرياضيات المعلمين عند تدريس البرهان الرياضي بينما أشارت دراسات عربية نادرة جدا بشكل غير مباشر لهذه الصعوبات بالرغم من أن صعوبات تدريس الرياضيات يعتبرها جسا مقلقا وكبيرا لدى طلاب الرياضيات المعلمين كما سنرى لاحقا عند استعراض الدراسات السابقة وما توصلت إليه من نتائج في هذا الموضوع وبناء على ما لاحظته الباحث من صعوبات معرفية وتدرسية

من قبل طلاب الرياضيات المعلمين بالإضافة إلى قلة الدراسات العربية المتعلقة بصعوبات البرهان الرياضي لدى طلاب الرياضيات المعلمين نبعت مشكلة الدراسة الحالية والتي تتركز على التعرف وتحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى كمشكلة رئيسية للبحث من خلال الإجابة على الأسئلة الفرعية التالية :

أسئلة الدراسة:

- ١- ما درجة صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر وجهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى؟
 - ٢- هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$) في وجهة عينة الدراسة لتحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجنس؟
- وللاجابة عن أسئلة الدراسة السابقة تم وضع مجموعة من الأهداف لتحقيقها كما يلي:

أهداف الدراسة:

- ١- معرفة صعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى عينة من طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى.
- ٢- تحديد درجة صعوبات تدريس البرهان الرياضي (منخفضة - متوسطة - عالية) لدى عينة من طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى.
- ٣- معرفة أثر متغير الجنس في تحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي.
- ٤- تقديم التوصيات والمقترحات وفق نتائج الدراسة المستخلصة والتي قد تسهم خفض صعوبات تدريس البرهان الرياضي وتحسين الأداء التدريسي لطلاب الرياضيات المعلمين مستقبلا.
- ٥- فتح المجال أمام أبحاث أخرى لتقصي صعوبات تدريس البرهان الرياضي عند الطلاب المعلمين تحديدا والوقوف على أسبابها وكيفية علاجها.

أهمية الدراسة:

ترجع أهمية الدراسة الحالية لدراسة تقصي صعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى عينة من طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى من خلال الاسهام العلمي المتناول تحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي والتعرف عليها لمعلمي ومعلمات الرياضيات المبتدئين ومحاولة تجنبها أو تبسيط تلك الصعوبات بما ينعكس أثره إيجابا على آدا وتحصيل طلابهم في المدارس. وعلى الرغم من وجود بعض الدراسات الأجنبية في هذا المجال إلا أن ندرة الدراسات العربية -على حد علم الباحث -في هذا الموضوع وتناولها من جوانب مختلفة كتحديد درجة الصعوبة التي يواجهها طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين وأثر متغير الجنس على صعوبات تدريس البرهان الرياضي يعد إسهاما جديدا في هذا المجال وخطوة رائدة لتذليل عقبات تدريس البرهان الرياضي للمعلمين والمتعلمين بالإضافة إلى فتح كثير من التساؤلات للباحثين مستقبلا للبحث في هذا الموضوع بناء على نتائج الدراسة الحالية.

حدود الدراسة:

تم تطبيق الدراسة على طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى في مكة المكرمة وفرعها المتمثل في طلاب وطالبات الكلية الجامعية بالقنفذة للفصل الدراسي الثاني ٢٠١٧/٢٠١٦م.

مجتمع الدراسة:

مجتمع الدراسة عبارة عن جميع طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى في مكة المكرمة وفرعها في الكلية الجامعية بالقنفذة - قسم التربية - والذين يمارسون فترة التربية العملية في مراحل التعليم العام المختلفة.

عينة الدراسة:

١- تم اختيار عينة عشوائية من مجتمع الدراسة عددها يقارب ٥٣٦ من طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بكلية التربية في جامعة أم القرى وفرعها بالقنفذة

خلال الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٧/٢٠١٦ م. والجدول رقم ١ يبين توزيع أفراد عينة الدراسة حسب متغيراتها.

جدول رقم ١ يبين توزيع أفراد عينة الدراسة حسب متغيراتها.

متغير الجنس	كلية التربية بمكة المكرمة	قسم التربية بالكلية الجامعية في القنفذة	المجموع
عدد الذكور	١٧٠	١٠٠	٢٧٠
عدد الإناث	١٣٠	١٣٦	٢٦٦
المجموع	٣٠٠	٢٣٦	٥٣٦

مصطلحات الدراسة

١- البرهان الرياضي (mathematical proof)

يعرف عبيد وآخرون (٢٠٠٠:١٢٩) البرهان الرياضي على أنه " معالجة لفظية رمزية تتمثل في متتالية من العبارات تستنبط كل من سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها واستنباطا بأساليب يقرها المنطق". كما يمكن تعريف البرهان الرياضي بشكل دقيق ومختصر على أنه " حجة رياضية صالحة لحل مشكلة رياضية" (Derek, 2011:19)

٢- طلاب الرياضيات المعلمين (Teachers mathematics student) هم الطلاب طرق تدريس الرياضيات الذين يدرسون في نهاية برنامج الاعداد التربوي ليصبحوا معلمين لمواد الرياضيات في مراحل التعليم العام في إحدى المدارس الحكومية مستقبلا.

منهج الدراسة وإجراؤها

تقوم هذه الدراسة على استخدام المنهج الوصفي التحليلي الي يتم فيه جمع المعلومات من عينة الدراسة ثم العمل على تحليلها وتفسيرها للوصول إلى نتائج الدراسة حيث يعتبر المنهج الوصفي التحليلي شائع الاستخدام لوصف الظاهرة الموجودة ودراستها من حيث طبيعتها ودرجة وجودها كظاهرة مدروسة (العساف، ١٩٩١م).

أداة الدراسة:

للإجابة عن أسئلة الدراسة تم تصميم استبانة علمية مستعينا باستبانات عدد من الدراسات السابقة التي تناولت موضوعات مشابهة للدراسة الحالية وقد تكونت استبانة الدراسة الحالية مما يقارب ٤٨ فقرة تحتوي على صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب الرياضيات المعلمين (بنين - بنات). وبعد إجراء عملية الصدق والثبات لأداة الدراسة تم تقليص فقرات الاستبانة إلى ٤٣ فقرة في شكلها النهائي تمثل صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر عينة الدراسة الحالية.

صدق الأداة وثباتها:

للتأكد من صدق الأداة تم توزيع الاستبانة على عدد من المحكين المختصين في طريق تدريس الرياضيات ممن يحملون درجة الدكتوراه وذلك لإبداء ملاحظاتهم على فقرات الاستبيان من حيث الحذف والإضافة أو التعديل وقد تم الأخذ برأي المحكمين عن اتفاق أكثر من النصف منهم على الحذف أو الإضافة أو حتى ضرورة التعديل حتى تخرج الاستبانة في صورتها النهائية مكونة من ٤٣ فقرة.

أما بالنسبة لثبات الأداة فقد تم التأكد منه عن طريق الاختبار وإعادة الاختبار نفسه بعد فترة زمنية محدد حيث تم اختيار ما يقارب ٢٨ من مجتمع الدراسة والذين تم استبعادهم لاحقاً من عينة الدراسة ومن ثم تم توزيع الأداة بفارق أسبوعين بين التطبيق الأول والثاني وحساب معامل ثبات الاستقرار لبيرسون بين التطبيقين والذي بلغ ٠.٨٧ وتم حساب الاتساق الداخلي بين فقرات الاستبانة والذي بلغ ٠.٩٣ حيث تعتبر مؤشرات عالية وموثوقة لتطبيق الأداة.

الدراسات السابقة:

هناك عدد من الدراسات العربية والأجنبية التي تناولت بعض الجوانب للبرهان الرياضي أثناء العملية التعليمية والتي لها أيضاً علاقة بعنوان هذه الدراسة الحالية يمكن إلقاء الضوء عليها كما يلي:

تحديد الأخطاء الشائعة من قبل طلاب الرياضيات المعلمين (Stavrou, 2014) بحث

في كتابه البرهان الرياضي حيث خلصت الدراسة إلى أن هناك أربعة أخطاء رئيسية عند كتابة البرهان الرياضي وهي: افتراض الاستنتاج مسبقاً من أجل إثبات الاستنتاج، تقديم جملة عامة باستخدام أمثلة محددة فقط، لم يبرهن الطلاب الشروط المطلوبة للعبارة الرياضية، نسيان التعريف الرياضي لبعض الأمثلة مما شأنه يسهم في تسهيل شرح خطوات البرهان الرياضي. وتتشابه دراسة Stavrou, 2014 مع الدراسة الحالية كونهما تسعيان للتركيز على الأخطاء الشائعة من قبل طلاب الرياضيات المعلمين في موضوع البرهان الرياضي إلا أن دراسة Stavrou, 2014 ركزت على جانب الأخطاء في خطوات كتابة البرهان الرياضي بينما الدراسة الحالية تسعى لاكتشاف الأخطاء بشكل عام سواء في الكتابة أو أساليب التدريس وغيرها من قبل طلاب الرياضيات المعلمين.

وفي دراسة Pefiffe, 2010 التي ركزت على تحديد الأخطاء في البرهان الرياضي لمعلمي الرياضيات في السنة الأولى عند تدريسهم وجدت الباحثة بأن العديد من الطلاب المعلمين يتوصلون للإثبات الرياضي باستخدام أمثلة غير صحيحة وليس لها صلة بالحل. وتعتبر دراسة Pefiffe, 2010 ذات صلة بالدراسة الحالية من حيث كونها ركزت على تحديد الأخطاء في البرهان الرياضي لمعلمي الرياضيات في السنة الأولى والتي تم من خلال أدواتها بناء بعض عبارات الاستبانة للدراسة الحالية والاستفادة منها.

الجدير بالذكر بأنه أن أحد الاهتمامات والإصلاحات الحالية في مناهج التعليم العالمية تؤكد على أهمية البرهان الرياضي وتعليم مبادئ التفكير الرياضي في مناهج الرياضيات (Varghase, 2009) كما أن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في الولايات المتحدة الأمريكية أكد على أهمية الاهتمام بطرائق تعليم البرهان الرياضي للطلاب والمعلمين على حد سواء. وأشارت نتائج عدد من الدراسات أن طلاب الرياضيات المعلمين يعانون من صعوبات وارتكاب أخطاء عند تدريس البرهان الرياضي ولكن هذه بعض الدراسات لم تشر إلى تحديد واضح ودقيق لهذه الصعوبات ومدى اختلافها وأسبابها وهذا ما أكدته الدراسات الأجنبية:

(Recio& Godino, 2001;Selden&Selden, 2003;Baker&Campbell,2004; Weber,2004; Stylianides and Philippou,2007).

وتؤكد نتائج الدراسات السابقة على وجود صعوبات لدى طلاب الرياضيات المعلمين في تدريس البرهان الرياضي وهذا ماتسعى لبحثه الدراسة الحالية مع اختلاف تحديد الصعوبات بشكل موسع يركز على أخطاء كتابة البرهان الرياضي ووجود أخطاء في أساليب تدريس البرهان بشكل واضح وأدق في مجتمع الدراسة وهو الذي لم يتم تحديده بدقة وبشكل موسع في الدراسات السابقة مما يعد إسهاما جديدا تحاول الدراسة الحالية الكشف عنه.

موضوع البرهان الرياضي وبالرجوع للدراسات العربية وجد الباحث عدة دراسات تناولت من جوانب مختلفة ومغايرة لموضوع الدراسة الحالية ويمكن استعراض بعضها منها فيما يلي:

هدفت دراسة قرواني (٢٠١١) إلى اكتشاف اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية وفقا لبعض متغيرات الدراسة المضمنة وقد أظهرت نتائج الدراسة أن اتجاهات الطلاب نحو البرهان الرياضي كانت اتجاهات قوية كما أظهرت نتائج الدراسة أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لمتغير الجامعة بينما كانت نتائج متغيرات الجنس والمستوى الدراسي والمعدل التراكمي حيادية. وتعد نتائج دراسة قرواني (٢٠١١) مؤشر هام لاعتبار جانب الاتجاهات والميول أحد العناصر المؤثرة في وجود صعوبات تدريس للبرهان الرياضي من قبل طلاب الرياضيات المعلمين مما يمكن الأخذ به عند بناء أدوات جمع البيانات للدراسة الحالية للكشف عن مدى تأثيره في ظهور تلك الصعوبات لدى طلاب الرياضيات المعلمين.

وفي دراسة المقاطي (٢٠٠٨) التي بحثت التعرف على مهارات البرهان الرياضيات من قبل معلمات الرياضيات حيث أظهرت نتائج الدراسة أن المعلمات لديهم درجة استجابة عالية لتعلم مهارات البرهان الرياضي بلغت ٢.٤٦ من ٣ وعزت الباحثة الحصول على هذه النتيجة ربما لأن البرهان الرياضي يعتبر إطار عام لمهارات التفكير الرياضي التي

يمكن تنميتها من خلاله مثل مهارات التحليل والاستنباط والاستقراء وغيرها من مهارات التفكير الرياضي. وتعد الدراسة الحالية ذات علاقة بدراسة المقاطي (٢٠٠٨) حيث أن أحد أسئلة الدراسة الحالية يركز على معرفة وجود أثر لمتغير الجنس في ظهور صعوبات تدريس البرهان الرياضي من عدمه وهي الدراسة الوحيدة على حد علم الباحث التي أشارت لتفوق الاناث في تعلم مهارات البرهان الرياضي. وبالتالي فإن الدراسة الحالية تأمل أن تكون إسهاما في الكشف عن وجود فروق في صعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى الجنسين الذكور والاناث من خلال النتائج النهائية لهذه الدراسة.

وفي دراسة (الراسبي، ٢٠٠٤) والتي حاولت اكتشاف قدرة طلاب الثانوية على أداء البرهان الرياضي والعلاقة بين البرهان الرياضي والتفكير المنطقي للطلبة حيث أشارت نتائج الدراسة إلى أن مستوى أداء الطلبة كان أدنى من المستوى المقبول تربويا حيث بلغ ٥.٥ بينما المستوى المقبول تربويا كان ٩.٦ وقد أرجعت الباحثة تلك النتيجة إلى أن مستويات التفكير في البرهان الرياضي تعتبر عالية ولا يمكن للطلبة الوصول لها وأيضا إلى وجود عدد من معلمي الرياضيات المتدربين يقومون بتدريس البرهان الرياضي الين قاموا بنقل صعوبات تدريس البرهان الرياضي إلى طلابهم مما أدى إلى عدم قدرة المعلمين من تعليم مهارات البرهان الرياضي بطريقة تجعل الطلاب يصلون لمستويات عليا من التفكير الرياضي عند أداء البرهان الرياضي. وتعد دراسة نتائج دراسة (الراسبي، ٢٠٠٤) مؤشرا واضحا على تديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى طلاب الرياضيات المعلمين وهو ماتحاول هذه الدراسة تحديده بشكل واضح وبارز بالتركيز عبي طلاب الرياضيات المعلمين بعيدا عن نتائج طلابهم التي ربما هناك عوامل أخرى خفية أدت إلى ضعف مستوياتهم عند أداء البرهان الرياضي.

التعليق على الدراسات السابقة:

بالنظر لموضوعات الدراسات السابقة ذكرها هنا نجد أنه جميعها تناولت موضوع البرهان الرياضي من جوانب مختلفة كما أكدت نتائجها على أهمية الاهتمام بالبرهان الرياضي وأنه يوجد لدى الطلاب صعوبات في فهم واستخدام البرهان الرياضي لحل

المسائل الرياضية من جانب وأيضاً يوجد لدى معلمين الرياضيات ولاسيما المعلمين المبتدئين صعوبات في تدريس البرهان الرياضي من جانب آخر. معظم الدراسات ركزت على أن الطلاب يجدون صعوبات جمة ويرتكبون أخطاء في كتابة البرهان الرياضي وقليل من هذه الدراسات ركزت على دور معلمين الرياضيات المتدربين في فهم البرهان الرياضي والصعوبات التي تواجههم عند تدريس البرهان الرياضي للطلاب ومن أجل ذلك ركزت الدراسة الحالية على تغطية جوانب القصور في الدراسات السابقة من خلال تحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى والتي تهدف إلى مساعدة طلاب الرياضيات المعلمين على إبراز صعوبات تدريس البرهان الرياضي التي تواجههم وبالتالي يستطيع الأستاذ الجامعي التركيز عليها والتعامل معها في المستوى الأخير من الدراسة الجامعية أو في مرحلة الاشراف على طلابه أثناء دروس التربية العملية والتطبيق في إحدى مدارس التعليم العام. كما يتوقع من نتائج الدراسة الحالية الاسهام في دعم مهارات التفكير العلمي التي يعتمد عليها تقديم البرهان الرياضي بشكل أساسي وتقديم التوصيات اللازمة والتي تساعد في إعداد معلمي ومعلمات الرياضيات لتدريس موضوعات البرهان الرياضي مستقبلاً.

معالجة الإحصائية وأدواتها:

للإجابة عن أسئلة الدراسة تم استخدام برنامج (SPSS) والذي يستخدم في عمل المعالجة الإحصائية في العلوم الإنسانية والاجتماعية. حيث استخدمت النسب المئوية والمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للإجابة عن السؤال الأول فيما تم استخدام النسب المئوية والمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية بالإضافة إلى اختبار (ت) للإجابة عن السؤال الثاني في هذه الدراسة.

وللحكم على درجة الصعوبة فقد تم استخدام المعيار الآتي:

١- من ١ إلى أقل من ٢.٣٣ درجة قليلة.

٢- من ٢.٣٣ إلى أقل من ٣.٦٦ درجة متوسطة.

٣- من ٣.٦٦ فأكثر درجة عالية.

نتائج الدراسة ومناقشتها:

نص السؤال الأول للدراسة الحالية على ما يلي:

ما درجة صعوبات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر جهة نظر طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين بجامعة أم القرى؟

ومن أجل إجابة السؤال الأول تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات أفراد العينة وكانت كما هي موضحة في الجدول رقم (٢)

جدول (٢) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات أفراد العينة مرتبة ترتيبا تنازليا.

الدرجة	الانحراف المعياري	المتوسط	صعوبات تدريس البرهان الرياضي	الرقم
كبيرة	٠.٦٦	٤.٢٥	طريقة كتابة البرهان الرياضي تختلف عن طريقة كتابة البرهان في المواد العلمية الأخرى.	7
كبيرة	٠.٨٣	٤.٢١	تدريس البرهان الرياضي بالمجردات أكثر من المحسوسات.	1
كبيرة	٠.٩١	٤.١٣	اعتماد البرهان الرياضي في التدريس على طريقة الاستنتاج بالدرجة الأولى لبرهنة النتيجة.	14
كبيرة	٠.٥٧	٤.٠٥	عدم وجود تدريب كافي للطلاب المعلمين على طريقة تدريس البرهان الرياضي في المستوى الجامعي.	17
كبيرة	٠.٩٤	٣.٩٨	عدم وجود ربط بين ما يتم تدريسه نظريا في المستوى الجامعي وما هو موجود في مقررات الرياضيات بالمدارس.	2

كبيرة	٠.٦٥	٣.٩٠	افتقار البراهين الرياضية للمحسوسات واليدويات التي تساعد في تبسيط مكوناتها ومفاهيمها الرياضية.	٣٠
كبيرة	٠.٧٥	٣.٧٣	عدم المعرفة بالتعريفات الرياضية لمفاهيم البرهان الرياضي التي تساعد على استيعابه وفهمه.	٢٢
كبيرة	٠.٦٧	٣.٧١	عدم وجود أثر ملموس لمعظم البراهين الرياضية وتطبيقاتها في الحياة.	٢٥
كبيرة	٠.٧٣	٣.٦٨	عدم اعداد المعلم المبكر للدروس التي تركز على براهين رياضية في الرياضيات.	٦
متوسطة	٠.٤٨	٣.٥٠	عدم تعاون الأسر في حل مسائل البرهان الرياضي	١٥
متوسطة	٠.٦٧	٣.٤٦	قلة توظيف التكنولوجيا في إثبات بعض البراهين	٢٤
متوسطة	٠.٦٣	٣.٤٢	عدم تهيئة البيئة الفية بالإمكانات اللازمة والمساعدة	٤
متوسطة	٠.٨١	٣.٣٩	ضعف الإدراك لدى الطلبة لمفهوم البرهان الرياضي	١١
متوسطة	٠.٥٩	٣.٣٤	عدم امتلاك الطلاب للمعرفة الكافية للنظريات والمفاهيم	٣
متوسطة	٠.٦٠	٣.٣٣	عدم قدرة الطلبة على استخدام اللغة الرياضية الرمزية.	١٣
متوسطة	٠.٧٤	٣.٣٢	عدم معرفة الطلاب بالخطوات المتسلسلة للبرهنة.	١٠

متوسطة	٠.٨٢	٣.٣١	عدم وجود شرح كافي للنظريات في المقررات الدراسية	١٢
متوسطة	٠.٧٧	٣.٣٠	وجود عبارات مركبة وصعبة في البرهان الرياضي.	٣٧
متوسطة	٠.٦١	٣.٢٨	غيابات الطلاب لبعض موضوعات البرهنة المتسلسلة.	٢٩
متوسطة	١.٨١	٣.٢٦	عدم وجود أمثلة متنوعة للبرهان الرياضي في بعض دروس الرياضيات المختلفة.	٢٧
متوسطة	٠.٧٨	٣.٢٥	عدم مراعاة الفروق الفردية للطلبة عند شرح البراهين الرياضية داخل مقررات الرياضيات.	١٦
متوسطة	1.63	3.21	عدم سؤال واستفسار الطلبة عن خطوات غير مفهومة في البرهان الرياضي.	٣١
متوسطة	1.54	3.19	وجود اتجاهات بعض الطلبة السلبية نحو البرهان الرياضي.	١٩
متوسطة	0.87	3.17	عدم تمييز الطلاب للمعطيات والمطلوب في البرهان.	٤٠
متوسطة	1.21	3.16	استخدام اللغة المجردة في عرض البرهان الرياضي	٣٦
متوسطة	1.09	3.11	عدم وجود الربط بين دروس الرياضيات المستخدمة للبراهين الرياضية.	٣٩
متوسطة	1.51	3.9	اعتقاد بعض الطلاب أن برهنة البرهان الرياضي بطريقة صحيحة ينفذها الطلاب المتميزين منهم فقط	٥
متوسطة	1.07	3.8	عدم وجود الدافعية لدى الطلاب في حل مزيد	٤٢

			من البراهين الرياضية.	
متوسطة	1.3	3.07	عدم تنوع التدريبات والأفكار التي تشرح البراهين الرياضية لدى الطلاب.	٨
متوسطة	1.04	3.06	تركيز الطلاب في الوصول لنتيجة البرهان الرياضي مهملين بعض الخطوات الأساسية للبرهنة الرياضية.	٢١
متوسطة	1.02	3.05	وجود خوف لدى الطلاب من مسائل البراهين الرياضية.	٣٥
متوسطة	1.01	3.02	عدم وجود وقت كافي لشرح دروس البراهين الرياضية.	٢٦
متوسطة	0.97	3.00	عدم استخدام الصور والرسومات المساعدة في البرهنة.	٢٠
متوسطة	1.74	2.97	ضعف قدرة معلمين الرياضيات المبتدئين على تجزئة المحتوى الرياضي إلى أساسياته.	٣٣
متوسطة	1.52	2.95	عدم تمييز معلمين الرياضيات المبتدئين بين المفاهيم الجبرية والهندسية.	٤١
متوسطة	1.01	2.94	إهمال تنمية مهارات التفكير العلمي لدى الطلاب الرياضيات المعلمين ضمن اعدادهم في المستوى الجامعي.	٢٨
متوسطة	0.89	2.92	عدم التمييز بين ما هو عام أو خاص في مسائل البرهان الرياضي الطلاب الرياضيات المعلمين.	٤٣
متوسطة	1.64	2.90	وجود أكثر من طلب في المسائل الرياضية مما يشنت تركيز التلاميذ.	١٨

متوسطة	1.63	2.83	الاقتصار على الطرق التقليدية في تدريس البراهين الرياضية بعيدا عن الابداع.	٣٢
متوسطة	0.57	2.78	ندرة المراجع العلمية والكتب التي تشرح كيفية شرح البراهين الرياضية لطلاب الرياضيات المعلمين.	٣٨
متوسطة	1.07	2.73	غياب التشجيع والدعم للمعلمين المتميزين في تطوير مهارات طلابهم في جانب البراهين الرياضية.	٢٣
متوسطة	1.11	2.71	عدم وجود مقررات تهتم بطرق وأساليب شرح البرهان الرياضي في المستوى الجامعي لطلاب الرياضيات.	٩
متوسطة	1.28	٥١2.	قلة الدورات التدريبية لطلاب الرياضيات المعلمين التي تركز على أساليب تنمية التفكير العلمي والبرهان الرياضي.	٣٤
متوسطة	٠.٦٦	٣.٢٦	الأداة ككل	

يتبين من الجدول ٢ أن درجة صعوبات تدريس البرهان الرياضي على المجموع الكلي لفقرات الأداة كانت بدرجة متوسطة حيث بلغ المتوسط الحسابي ٣.٢٦ بينما بلغ الانحراف المعياري ٠.٦٦ حيث بلغ عدد الفقرات ذات الردة الكبيرة "تسع فقرات" بينما جاءت بقية الفقرات بدرجة متوسطة. حيث جاءت الفقرة " طريقة كتابة البرهان الرياضي تختلف عن طريقة كتابة البرهان في المواد العلمية الأخرى" في المرتبة الأولى بمتوسط حسابي ٤.٢٥. الفقرة " تدريس البرهان الرياضي بالمجردات أكثر من المحسوسات" احتلت المرتبة الثانية بمتوسط حسابي بلغ ٤.٢١ ثم تلتها الفقرة " اعتماد البرهان الرياضي في التدريس على طريقة الاستنتاج بالدرجة الأولى لبرهنة النتيجة" حيث بلغ المتوسط الحسابي لاستجابات

أفراد العينة تجاهها ٤.١٣. وفي المناظر تماما لهذه الفقرات جاءت عدة فقرات في المرتبة الأخيرة ومنها " اعتقاد بعض الطلاب أن برهنة البرهان الرياضي بطريقة صحيحة ينفذها الطلاب المتميزين منهم فقط" بمتوسط حسابي بلغ ٣.٩ ثم تلتها الفقرة " عدم وجود الدافعية لدى الطلاب في حل مزيد من البراهين الرياضية" بمتوسط حسابي قدره ٣.٨ وأخيرا الفقرة التي تنص على " عدم تنوع التدريبات والأفكار التي تشرح البراهين الرياضية لدى الطلاب" بمتوسط حسابي ٣.٠٧.

الجدير بالذكر والملاحظة أن فقرات الاستبانة التي كانت درجتها عالية تجاه صعوبات تدريس البرهان الرياضي كانت متعلقة بمهارات وطريقة كتابة البرهان الرياضي والنقص في إعداد وتدريب طلاب الرياضيات المعلمين في المستوى الجامعي على التمكن من مهارات شرح البرهان الرياضي والتدريب عليه بطريقة تساعدهم على تبسيطه وشرحه لطلابهم وتتفق دراسة (مع هذه الدراسة التي توصلت إلى وجود صعوبات في كتابة خطوات (starvou,2014) الرياضي من قبل طلاب الرياضيات المعلمين بطريقة منطقية ومتسلسلة وفق نمط رياضي صحيح ويمكن تفسير ذلك بندرة البرامج التدريبية لدى معلمين الرياضيات الطلاب وعدم ممارستهم لكتابة خطوات البرهان الرياضي خلال سنوات دراستهم بالجامعة بشكل كافي وبطريقة واضحة ومتسلسلة تؤدي إلى التمرس في كتابة البرهان الرياضي وأدائه بشكل رياضي صحيح.

أما الفقرات التي جاءت في المراتب الأخيرة فقد كانت تتعلق في إجمالها باعتقادات خاطئة للطلاب نحو البرهان الرياضي ووجود الدافعية من عدمها لديهم بالإضافة إلى عدم تنوع التدريبات والأفكار المتعلقة بالبراهين الرياضية. تتفق هذه النتيجة مع نتيجة دراسة قرواني (٢٠١١) بأثر اتجاهات وميول طلاب الجامعات في التمكن من البرهان الرياضي والقدرة على الأداء فيه بدرجة عالية. هذا ويعزو الباحث الدرجة المتوسطة "٣.٢٦" لصعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين إلى مجموعة من العوامل أبرزها ما يلي: قلة الخبرة التدريسية لهؤلاء الطلاب والطالبات فمن المعلوم أن التدريس فن كغيره من الفنون ومهاراته وصقلها يعتمد على التكرار والتدريب عبر السنوات

مما يجعل منهم متمكنين في تدريس البراهين الرياضية، ضعف تدريب معلمين الرياضيات المتدربين على استخدام أساليب التفكير العلمي في المستوى الجامعي والتي تؤدي إلى تنمية جوانب كتابة البرهان الرياضية بخطوات واضحة ومتسلسلة بالإضافة إلى عدم وجود اطلاع كافي لمعلمين الرياضيات المتدربين على مناهج ومقررات التعليم العام مبكرا وما تحتويه من مسائل رياضية تعتمد على البرهنة الرياضية لحلها مما قد يتسبب لهم في عدم الاعداد المبكر لنوعية هذه الدروس وبالتالي ضعف الأداء من قبلهم واحساسهم بتواجد صعوبات كبيره عند تدريس البرهان الرياضي أثناء دروس الرياضيات. كل هذه العوامل ربما ساهمت بشكل أساسي في وجود صعوبات تدريس للبرهان الرياضي من قبل طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين.

وتتفق نتائج الدراسة الحالية مع نتائج دراسة Meltem, 2010 والتي أكدت أن هناك صعوبات لدى طلاب المدارس في فهم البرهان الرياضي تشكل أيضا صعوبات وتحديات أمام معلمين ومعلمات الرياضيات المبتدئين ومن تلك الصعوبات قلة فهمهم للنظريات وعدم امتلاكهم للبناء المعرفي الكافي إضافة إلى اتجاهاتهم السلبية تجاه استخدام البرهان الرياضي وفهم معانيه ودلالاته.

كما تتفق أيضا نتائج هذه الدراسة مع دراسة Zacharie:2009 والتي توصلت إلى أن طلاب السنة الرابعة في كلية أوكيناوا الوطنية التكنولوجية باليابان يعانون من صعوبات في فهم البرهان الرياضي تتضمن محدودية خبرتهم في فهم البرهان الرياضي لذلك أوصت الدراسة بأن أستاذتهم الجامعيين في الكلية يجب عليهم تعليمهم الاعتماد على أنفسهم مع مساعدتهم أحيانا لكشف غموض بعض الخطوات الصعبة في فهم البرهان الرياضي. واتفقت أيضا نتائج هذه الدراسة مع نتائج دراسة Ko & Shy, 2008 والتي أكدت أن طلاب الجامعة التايوانية يواجهون صعوبات جذرية في أداء البرهان الرياضي حيث أظهرت نتائج الدراسة أن جميع الطلبة أظهروا عجزا واضحا في استخدام البرهان الرمزي ولم تكن لديهم القدرة على إكمال البرهان الرياضي بخطواته السليمة حتى نهايته. وبالتالي فقد أوصى الباحثان بأهمية تركيز محاضري الجامعات والمشرفون التربويون بالمفاهيم

الرياضية وتعريفاتها والتركيز على تعليم طلابهم كيفية كتابة البرهان الرمزي بطريقة تجعلهم يتخلصون من تلك الصعوبات التي تواجههم أثناء أدائه.

هذا وقد لخص Moore, 1994 في دراسته التي أجراها على الطلبة الجامعيين قبل تخرجهم عدد من الصعوبات المعرفية التي تتعلق بكتابة البرهان الرمزي وكيفية أدائه وهي: (أ) البدء بالبرهان الرياضي وكيفية إنشائه والسير فيه منذ البداية بحيث يكون بناء متسلسل وفق خطوات علمية ورياضية متسلسلة وواضحة.

(ب) استيعاب المفاهيم الرياضية مما ينم عن فهم عميق لهذه المفاهيم والتمكن منها وبالتالي يمكن استخدامها وتوظيفها في حل المسائل الرياضية لاحقا.

(ت) استخدام اللغة الرياضية الرمزية حيث لا يستطيع كثير من الطلاب استخدامها وتوظيفها بالشكل الصحيح وهناك خلط بين المفاهيم وبعض الرموز الرياضية المستخدمة أثناء كتابة البرهان الرياضي.

كما أشارت نتائج دراسة Moore إلى أن الطلاب يضطرون إلى حفظ البراهين الرياضية نتيجة عجزهم عن الفهم الحقيقي لمضمونه ومعناه.

وإجمالا نلاحظ أن نتائج كثير من الدراسات السابقة سردها أشارت إلى أن طلاب الجامعات المختلفة يعانون من صعوبات في أداء البرهان الرياضي من عدة جوانب مختلفة إلا أن هذه الدراسات جميعها لم تجرى على طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين أو الذين يمارسون التدريس في خبرتهم الأولى لذلك كانت هذه الدراسة الحالية اولتي تختلف عنها في عينتها بأنها مطبقة على طلاب وطالبات الرياضيات المعلمين أثناء تدريسهم طلاب المدارس ومن الطبيعي جدا أن طلاب الجامعة الذين يمتلكون قصورا في فهم البرهان الرياضي يظل ذلك القصور ملازما لهم أثناء عملية التدريس لطلابهم وبالتالي فإن أصل المشكلة ربما يعود لاعداد طلاب الرياضيات في المستوى الجامعي الذين لم يتم اعدادهم اعدادا قويا يساعدهم في أداء البرهان الرياضي بشكل سليم وهذا ما ظهر في نتائج استجابات عينة هذا البحث بدرجة كبيرة فيما يتعلق بالإعداد الجامعي.

نتائج السؤال الثاني: نص السؤال الثاني على " هل هناك فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \geq 0.05$) في وجهة نظر عينة الدراسة لتحديد صعوبات تدريس البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجنس؟"
 للإجابة عن هذا السؤال تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات أفراد عينة الدراسة تبعاً للمتغير المستقل (الجنس) والجدول رقم (٣) يوضح ذلك:

جدول ٣ يوضح المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية تبعاً لمتغير الجنس:

طلاب الرياضيات المعلمين قسم التربية بالكلية الجامعية بالقتفذة		طلاب الرياضيات المعلمين بكلية التربية بمكة			المتغير
المتوسط الحسابي	العدد	المتوسط الحسابي	العدد	الفئة	الجنس
٣.٣١	١٠٠	٣.١٤	١٧٠	ذكور	
٣.٦٤	١٣٦	٢.٧٣	١٣٠	إناث	
٣.٥	٢٣٦	٣.٠١	٣٠٠	الاجمالي	

يبين الجدول رقم ٣ وجود فروق ظاهرية تبعاً لمتغير الجنس لصالح الإناث حيث بلغ المتوسط الحسابي ٣.٦٤ بينما كان المتوسط الحسابي للذكور ٣.٣١. ولاختبار دلالة هذه الفروق تم استخدام اختبار ت وكانت نتائج اختبار ت كما هي موضحة بالجدول رقم ٤.

جدول ٤ يوضح المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبار ت تبعاً لمتغير الجنس:

الجنس	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة
ذكور	٢٧٠	٣.٢٥٢	٠.٧٣	١.٥	١.٣٤
إناث	٢٣٦	٣.٢٧١	٠.٨٣		

مستوى الدلالة: $(\alpha \geq 0.05)$.

يتبين من الجدول رقم ٤ عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية تعزى إلى متغير الجنس عند مستوى الدلالة $\alpha=0.05$ حيث قيمة ت بلغت ٠.٥. ويقابلها مستوى دلالة أعلى من ٠.٠٥. وقد تعزى هذه النتيجة إلى عدة عوامل منها أن الذكور والاناث في الجامعة يتلقون تعليماً متشابهاً في مواد الرياضيات ومن المتوقع أن يتكون لهم نفس الصعوبات عند تدريس البرهان الرياضي بالإضافة إلى أن ظروفهم الدراسية أيضاً متشابهة إلى حد كبير - رغم اختلاف إمكانية الجامعة الرئيسية عن فرعها - إلا أن طرق تدريس الرياضيات والموضوعات والخطط تكاد تكون متطابقة تماماً. كما أن موضوعات رياضيات مراحل التعليم العام (ابتدائي - متوسط - ثانوي) موحدة وبالتالي يتوقع أن يتكون لنا نفس صعوبات تدريس البرهان الرياضي للجنسين بنين وبنات مع وجود بعض الفروق الطفيفة ربما التي لا تشكل فارقاً بارزاً بين الجنسين عند تدريس البرهان الرياضي ومفاهيمه من قبلهم وتتفق هذه النتيجة مع نتائج العديد من الدراسات (Pefiffe, 2010; Weber,2004; Stylianides and Philippou,2007;) (Stavrou, 2014) حيث أكدت جميع الدراسات السابقة أن معلمي ومعلمات الرياضيات المبتدئين يعانون من صعوبات عند تدريس البرهان الرياضي ومفاهيمه بشكل عام دون وجود أي فروق تعزى لمتغير الجنس. بينما أظهرت دراسة المقاطي (٢٠٠٨) أن معلمات الرياضيات لديهم القدرة على تعلم مهارات البرهان الرياضي بشكل سريه والتغلب على صعوباته بدرجات عالية مما يشير إلى قابلية لدى الاناث تعلم البرهان الرياضي ربما أعلى من الذكور ولكن تظل هذه النتيجة هي نتيجة دراسة وحيدة لا يمكن تعميمها ونحتاج إلى مزيد من الدراسات في هذا المجال كما هو وارد في اقتراحات وتوصيات الدراسة الحالية.

مقترحات وتوصيات الدراسة:

أشارت نتائج هذه الدراسة إلى أن صعوبات تدريس البرهان الرياضي لدى طلاب الرياضيات المعلمين جاءت بدرجة متوسطة وأن هناك عدد من الأمور ينبغي مراعاتها

عند تدريس موضوعات البرهان الرياضي وهي بحاجة إلى المتابعة والتحسين والتطوير أيضا كما حصلت عدد من فقرات الاستبانة على درجات منخفضة في جوانب متعددة. ومن هذه الجوانب جانب فهم المفهوم الرياضي بحد ذاته وعدم القدرة على توصيفه للطلاب ومحاولة إيصاله لهم بالطرق الصحيحة وكشف الغموض وكذلك الجانب المتعلق بطرق تدريس البرهان الرياضي وعدم وجود طرق تثير الدافعية لدى معلمين الرياضيات وطلابهم أيضا لتعلم موضوعات البرهان الرياضي وكيفية التوصل لها. كل هذه الجوانب وغيرها ينبغي التركيز عليها وإيجاد الحلول العلمية المناسبة لها وتقديم المزيد من الاقتراحات والتوصيات في ضوء نتائج الدراسة الحالية كما يلي:

في ضوء نتائج الدراسة الحالية يوصي الباحث بما يلي:

١- أظهرت نتائج الدراسة صعوبات تدريسية متعلقة بمهارات وطريقة كتابة البرهان الرياضي والنقص في إعداد وتدريب طلاب الرياضيات المعلمين في المستوى الجامعي وعدم التمكن من مهارات شرح البرهان الرياضي والتدرب عليه ولذلك يقترح الباحث وجود دورات مكثفة تركز على طريقة كتابة خطوات البرهان الرياضي بطريقة صحيحة.

٢- أشارت النتائج أيضا إلى أن هناك صعوبات تدريسية للبرهان الرياضي تتعلق في إجمالها باعتقادات خاطئة للطلاب نحو البرهان الرياضي ووجود الدافعية من عدمها لديهم وبالتالي فإن الباحث يوصي بمناقشة طلاب الرياضيات المعلمين حول المفاهيم الرياضية المتعلقة بالبرهان الرياضي والعمل على تنمية أساليب التفكير العلمي في بداية كل فصل دراسي من المستوى الجامعي وحبذا لو كان هناك مقررات تركز على طرق شرح البراهين الرياضية في مراحل التعليم العام لمواد الرياضيات وزيادة الدافعية لديهم.

٣- أظهرت نتائج الدراسة الحالية بأن وجود المفاهيم المجردة يعمل على خلق صعوبات تدريسية للبراهين الرياضية وبالتالي يوصى بإيجاد طرق تدريسية ومحسوسات رياضية تساعد على تقريب المفاهيم الرياضية المجردة إلى أذهان

- الطلاب بالصورة الصحيحة وتسهل من صعوبات تدريس المفاهيم الرياضية البحتة أثناء تدريس موضوعات البرهان الرياضي.
- ٤- تتفق نتائج الدراسة الحالية مع نتائج الدراسات السابقة في أن فهم البرهان الرياضي يعتمد على مدى اكتساب مهارات التفكير العلمي أساسا وعليه يوصي الباحث أساتذة الرياضيات في الجامعات بالتركيز على تنمية مهارات التفكير العلمي أثناء إعداد معلمي الرياضيات في الجامعة كونها الركيزة الأساسية لتنمية القدرة على البرهان الرياضي ومحاولة تعليمها لطلاب الرياضيات وتدريبهم عليها.
- ٥- عمل دراسات بحثية على أساتذة الرياضيات بالجامعات ومدى قدرتهم على تبسيط البرهان الرياضي وتعليم مفاهيمه لطلاب الرياضيات المعلمين حيث أشارت نتائج هذه الدراسة بأن طلاب المستوى الجامعي لديهم صعوبة في فهم البراهين الرياضية المشروحة من قبل أساتذتهم بطريقة واضحة.
- ٦- القيام بدراسات مماثلة لهذه الدراسة وتتناول متغيرات مختلفة (المرحلة الدراسية - البيئة، الخلفية التعليمية للأسرة... الخ) وأثرها في فهم البرهان الرياضي لدى الطلاب بشكل عام.

المراجع:

أ) المراجع العربية:

١-الراسبي، منى (٢٠٠٤). القدرة على البرهان الرياضي لدى الطلبة وعلاقتها بتفكيرهم المنطقي الرياضي. تم التحميل بتاريخ ٧ فبراير ٢٠١٧ من الموقع

http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4281667/hmdy/akod.doc

٢-عبيد، وليم، والمفتي، محمد، وإيليا، سمير (٢٠٠٠). تربيوات الرياضيات (طبعة منقحة). القاهرة: مكتبة الانجلو المصرية.

٣-العساف، صالح. (١٩٩١م). المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية، (ط٤)، الرياض: مكتبة العبيكان.

٤-قرواني، ماهر (٢٠١١). اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات. جامعة القدس المفتوحة. تم التحميل بتاريخ ١٨ إبريل ٢٠١٧م من الموقع.

http://www.qou.edu/home/sciResearch/researchersPages/maherQarawani/r2_drMaherQarawani.pdf

٥-المقاطي، بتول (٢٠٠٨). مهارات التفكير اللازمة لطالبات الصف الأول المتوسط من وجهة نظر معلمات الرياضيات. رسالة ماجستير. تم تحميلها بتاريخ ٤ مارس ٢٠١٧ من الموقع

http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4/maharat/almqati.pdf

(ب) المراجع الأجنبية:

- 6- Baker, D., & Campbell, C. (2004). Fostering the development of mathematical thinking: Observations from a proofs course. *Primus*, 14(4), 345-353.
- 7- Edwards, B. S. & Ward, M.B(2004). Surprises from Mathematics Education Research: Student (Mis) use of Mathematical Defintions. *The American Mathematical Monthly*,111,411-424.
- 8- Harel, G., & Sowder, L (2007). Toward comprehensives on learning and teaching proof, In F. Lester (Ed), *Handbook of research on teaching and learning mathematics* (2nd ED). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- 9- Hemme, K. (2010). Three Styles Characterizing mathematicians Pedagogical Perspectives On Proof, Educational studies in mathematics International Journal, Springer, 75,271-291.
- 10- KO, Y.,Shy H.92008). Taiwanese Undergraduates Performance Constructing Proofs and Generating counterexamples in Differentiation, *ICME 11*. Mexico.
- 11- Lee, J. (2010). Some Remarks on Writing Mathematics Proof. Download On 19 March 2017 from <http://www.math.washington.edu/lee/Writing/writing-proofs.pdf>
- 12- Meltem, S. (2010). Undergraduate Students' Difficulties with Mathematical Proof and Proof teaching. PhD Proposal.

- 13- Moore, R. (1994). Making the Transition to Formal Proof, *Educational studies in Mathematics*, 27(3),249-266.
- 14- Pfeffe, k. (2010). The role of proof validation in students' mathematical learning. *MSOR connections*. 10(2), 17-21.
- 15- Recio, A.M. & Godino, J. D. (2001). Instructional and Personal Meanings of Mathematical Proof, *Educational studies in Mathematics*, 48, 1, 83-89.
- 16- Selden, A., & Selden, J. (2007a). Overcoming students, difficulties in learning to understand and construct proofs. Technical Report, Mathematics Department, Tennessee Technological University 10.05.2008 tarihinde erisildi,
URL
[.http://www.math.tntech.edu/techreports/TR_2007_1.pdf](http://www.math.tntech.edu/techreports/TR_2007_1.pdf)
- 17- Senk, S., Thompson, D. & Johnson, G. (2008). Reasoning and Proof In High school Textbooks from The USA, ICME, Mexico.
- 18- Stavrou, A. (2014). Common Errors and Misconceptions in Mathematical Proving by Education Undergraduates. *IUMPST: The Journal*. Vol. content knowledge, ISSN 2165-7874.
- 19- Styliandies, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G.N. (2007). Preservice teachers' Knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.
- 20- Weber, K. (2004). A Framework for Describing the processes that Undergraduates Use to construct Proofs. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad

(Eds.) *International Group for Psychology of Mathematics Education*, 28th,
Bergen, Norway, 14-18.

21- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proof: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 101-119-

22- Zacharie, M. (2009). Why College Or University students Hate Proof in Mathematics. *Journal of Mathematics and Statistics* 5(1), 32-41,ISSN 1549-3644.