

## مقارنة بين بعض نماذج السلاسل الزمنية لتوفيق البيانات الموسمية (دراسة تطبيقية)

أ . منه الله سمير أحمد مصطفى (\*)

تحت إشراف

أ.د. فاطمة علي عبد العاطي (\*)

### المستخلص:

يعتبر تحليل السلاسل الزمنية من الأدوات الإحصائية الهامة لوضع الخطط والبرامج الإحصائية المرتبطة بدراسة ظاهرة معينة والتنبؤ بهذه الظاهرة في المستقبل اعتماداً على قيمها في الماضي، وتعتمد دقة التنبؤ بقيم الظاهرة محل الدراسة على دقة تحليل بيانات السلسلة الزمنية في الماضي، إلا أن السلسلة الزمنية تتعرض لبعض التغيرات التي تؤثر على سكونها ومن ثم دقة التنبؤ. في هذه الدراسة سوف يتم بحث تأثير كل من ذاكرة السلسلة الزمنية والعوامل الموسمية والعوامل غير المنتظمة على سكون السلسلة فضلاً عن مدى تأثير العوامل غير المنتظمة على ذاكرة السلسلة الزمنية حيث أن ذاكرة السلسلة الزمنية قد تكون ذاكرة قصيرة المدى وقد تكون ذاكرة طويلة المدى، وتقوم العوامل غير المنتظمة بتوليد ذاكرة تعرف بالذاكرة طويلة المدى الزائفة وقد تم استخدام نموذج الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية Markov Regime Switching – Seasonal Fractional Integrated (MRS-SARFIMA)

(\*) معيد بقسم الرياضيات والإحصاء والتأمين أكاديمية الشروق للمحاسبات ونظم المعلومات.

(\*) أ.د. فاطمة علي عبد العاطي: أستاذ الإحصاء التطبيقي كلية التجارة - جامعة المنصورة.

كأداة لاختبار حالة الذاكرة المتولدة في السلسلة الزمنية , كما أنه تم استخدام كل من نموذج الفروق الكسرية الموسمي Seasonal Fractional Integrated (SARFIMA) ونموذج الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية Markov Regime Switching – Seasonal Fractional Integrated (MRS-SARFIMA) للتنبؤ بالسلسلة الزمنية الشهرية الخاصة بحجم إنتاج البترول الكلي في مصر وتحديد أي النماذج الأكثر ملائمة لتحليل السلسلة الزمنية في ظل وجود العوامل الموسمية وغير المنتظمة فضلا عن تحديد أسلوب التقدير الأمثل لكل من النموذجين.

### المقدمة:

كما هو معروف أن التغيرات التي تؤثر علي سكون السلسلة الزمنية تتمثل في تغيرات منتظمة والتي تشمل (تغيرات الاتجاه العام والتغيرات الموسمية و التغيرات الدورية) وتغيرات غير منتظمة ، وقد ظهر في الآونة الأخيرة مدخل آخر يفسر عدم السكون في السلسلة الزمنية وذلك من خلال ذاكرة السلسلة الزمنية وهي إما أن تكون ذاكرة قصيرة المدى Short Memory ذاكرة وتعني الذاكرة قصيرة المدى أن الارتباط بين بيانات السلسلة الزمنية ضعيف عند الفترات الزمنية القريبة وفي هذه الحالة يظهر التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي علي شكل أسّي حيث أن معاملات دالة الارتباط تتناقص بشكل سريع حتى تصل إلي الصفر وهي درجة السكون وتكون قيم معاملات دالة الارتباط غير معنوية عند الفترات الزمنية القريبة كما أن المساحة تحت منحنى معاملات دالة الارتباط الذاتي تكون محدودة وعند التمثيل البياني لدالة الكثافة الطيفية Spectral density نجد أن منحنى الدالة نهائي مما يعني أن قيم الدالة محدود bounded spectral (density) وكذلك دالة Periodogram.

أما إذا كان الارتباط بين بيانات السلسلة الزمنية قوي حتى فترات زمنية بعيدة فتكون ذاكرة السلسلة الزمنية طويلة المدى ويكون التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي علي شكل قطع زائدي حيث أن معاملات دالة الارتباط تتناقص ببطء حتي تصل إلي درجة السكون أي أن معاملات الدالة معنوية حتي الفترات الزمنية البعيدة ،وتكون المساحة أسفل منحنى الدالة غير محدودة ، وعند ملاحظة التمثيل البياني لدالة الكثافة الطيفية نجد أن لها قيمة لانهائية عند التكرار صفر unbounded spectral density وكذلك دالة periodogram.

وتعرف الذاكرة طويلة المدى الناتجة عن الارتباط القوي بين بيانات السلسلة الزمنية بين بيانات السلسلة الزمنية حتي فترات زمنية بعيدة بالذاكرة طويلة المدى الحقيقية *real long memory* إلا أنه يوجد نوع آخر من الذاكرة طويلة المدى تعرف بالذاكرة طويلة المدى الزائفة *spurious long memory* وهي ذاكرة قصيرة المدى لها سلوك يشبه الذاكرة الحقيقية وتتولد نتيجة لتعرض بيانات السلسلة الزمنية إلي حالة غير منتظمة تؤدي إلي انتقال البيانات من حالة نمو إلي حالة تباطؤ أو العكس بصورة مفاجئة خاصة في السلاسل الزمنية الاقتصادية والمالية التي تتأثر بالقرارات السياسية والدولية المتغيرة مما يؤدي إلي ظهور كل من حالة *regime switching* (والتي تؤدي إلي عدم ثبات عزوم ومعالم النموذج) و *structural break* (التي تؤدي إلي عدم ثبات التوزيع الاحتمالي للنموذج) ، يوجد العديد من الاختبارات لتحديد طبيعة الذاكرة المتولدة في السلسلة الزمنية إلا أن هذه الاختبارات غير قادرة علي تحديد طبيعة هذه الذاكرة المتولدة من حيث كونها ذاكرة زائفة أم ذاكرة حقيقية.

تم تطبيق بيانات الدراسة علي السلسلة الزمنية الخاصة بالبيانات الشهرية لحجم الإنتاج الكلي في مصر وحيث أن الحجم الكلي لإنتاج البترول في مصر يتعرض لنوعين من العوامل

1- عوامل منتظمة والتي تتمثل في العوامل الموسمية وذلك نتيجة التغيرات المناخية والتي ينتج عنها زيادة الكمية المستهلكة لمنتجات الطاقة ومنها البترول في فصل الشتاء والذي يؤدي بالتبعية لزيادة الكمية المنتجة منه، أما في فصول الصيف فإن حجم إنتاج البترول يتجه إلى الانخفاض نتيجة انخفاض الكمية المستهلكة من البترول وذلك بسبب ارتفاع درجة الحرارة.

2- بعوامل غير منتظمة وذلك نتيجة التأثير الطردي لأوضاع الاقتصاد العالمي علي الأسعار العالمية للبترول ، ويؤدي تغير أسعار البترول بالانخفاض أو الارتفاع إلي تغير حجم الطلب العالمي عليه مما يؤدي إلي تشجيع الدول الأجنبية إلي زيادة أو الحد من استثماراتها في مجال المستخرجات البترولية للدول المنتجة للبترول ومنها مصر وبالتالي فإن حجم الإنتاج الكلي للبترول بالتبعية يتأثر بأوضاع الاقتصاد العالمي والقرارات السياسية المتأرجحة للدول .

وكما هو معروف أن نماذج SARIMA تستخدم في نمذجة السلاسل الزمنية الموسمية ذات الذاكرة قصيرة المدى إلا أن هذه النماذج غير قادرة علي نمذجة سلوك الذاكرة طويلة المدى، لذلك تم تطبيق بيانات الدراسة علي نموذج الفروق الكسرية الموسمي Seasonal Fractional Integrated (SARFIMA) والذي يعتمد علي معلمة فروق ذات قيمة كسرية.

ونتيجة لتأثير العوامل غير المنتظمة علي الحجم الكلي لإنتاج البترول في مصر فإن استخدام نماذج الفروق الكسرية الموسمية الخطية SARFIMA والتي تتميز بالثبات علي طول الفترة الزمنية مما يجعلها غير قادرة علي أخذ التقلبات الحادثة في السلسلة الزمنية في الاعتبار قد يؤدي إلي مقدرات وتنبؤات غير دقيقة، وقد تم استخدام نموذج الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية Markov Regime Switching – Seasonal Fractional Integrated MRS-SARFIMA في تحليل السلسلة الزمنية ويعتمد النموذج علي عمليات

ماركوف العشوائية كما أن متغير الحالة الكامن الموجود في النموذج يأخذ في الاعتبار الحالة المتغيرة للبيانات عند الفترات الزمنية المختلفة مما يجعل النموذج أكثر ملائمة في تمثيل البيانات وذلك عند مقارنته مع نموذج SARFIMA الخطي.

يؤثر قيمة معامل التفلطح للمكون العشوائي علي حالة التوزيع من حيث كونه مدبب (Leptokurtic) أو مفلطح (Platykurtic) أو متوسط التفلطح (Mesokurtic) وتؤثر حالة التوزيع علي دقة المقدرات الناتجة وقد تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم الشرطية في التقدير وذلك باعتبار أن المكون العشوائي يتبع توزيع التوزيع الطبيعي وقد وجد أن التطبيق باستخدام توزيع تجعل المقدرات الناتجة أكثر دقة.

### مشكلة البحث :

تتعرض السلسلة الزمنية الخاصة بالحجم الكلي لإنتاج البترول في مصر لعدة عوامل و التي تؤثر علي سكون السلسلة الزمنية ومن ثم دقة التنبؤ وتتمثل هذه العوامل فيما يلي:

1- ظهور الأثر الموسمي في بيانات السلسلة الزمنية نتيجة للتغيرات المناخية والتي تؤدي بالتبعية إلي تغير الكمية المستهلكة وبالتالي الكمية المنتجة من منتجات الطاقة ومنها البترول بالارتفاع في فصل الشتاء نتيجة انخفاض درجة الحرارة وانخفاض الكمية المستهلكة والمطلوبة في فصل الصيف نتيجة ارتفاع درجة الحرارة.

2- تعرض الحجم الكلي لإنتاج البترول في مصر لعوامل غير منتظمة وذلك نتيجة التأثير الطردي لأوضاع الاقتصاد العالمي علي الأسعار العالمية للبترول ، ويؤدي تغير أسعار البترول بالانخفاض أو الارتفاع إلي تغير حجم الطلب العالمي عليه مما يؤدي إلي تشجيع الدول الأجنبية إلي زيادة أو الحد

من استثماراتها في مجال المستخرجات البترولية للدول المنتجة للبترول ومنها مصر وبالتالي فإن حجم الإنتاج الكلي للبترول يتأثر بالتبعية بأوضاع الاقتصاد العالمي والقرارات السياسية المتأرجحة للدول مما تؤثر علي سكون عزوم ومعالم والتوزيع الاحتمالي للنموذج .

3- ظهور الذاكرة طويلة المدى في السلسلة الزمنية فضلا عن تعرض الحجم الكلي لإنتاج البترول إلى المؤثرات غير المنتظمة والتي تؤدي إلى ظهور ذاكرة طويلة المدى ولذلك قد تكون الذاكرة المتولدة في السلسلة زائفة.

مما سبق تتمثل مشكلة البحث في ما يلي:

1- تحديد النموذج الإحصائي الأمثل الذي يؤدي إلى الوصول إلى أدق تنبؤ بالحجم الكلي لإنتاج البترول أخذا في الاعتبار العوامل الموسمية وغير المنتظمة التي تتعرض لها السلسلة.

2- الكشف عن طبيعة الذاكرة المتولدة في بيانات السلسلة الزمنية حيث أن الاختبارات الخاصة بذاكرة السلسلة الزمنية الكشف عن الذاكرة (من حيث كونها قصيرة المدى أو طويلة المدى) إلا أن هذه الاختبار غير قادرة علي تحديد طبيعة الذاكرة طويلة المدى المتولدة ما إذا كانت زائفة أم حقيقة .

3- تتأثر المقدرات الناتجة ومن ثم دقة التنبؤ بقيمة معامل التقلطح و حالة توزيع المكون العشوائي random error وبالتالي فإن من المهم تحديد أسلوب التقدير المناسب الذي يؤدي إلى الوصول إلى مقدر أكثر كفاءة وتنبؤات ذات أقل خطأ تنبؤ.

### هدف البحث :

الهدف الرئيسي لهذا البحث هو التوصل إلى النموذج الأمثل عن طريق المفاضلة الإحصائية بين نموذجين من نماذج تحليل السلاسل الزمنية الموسمية والتي تتعرض إلى تقلبات مفاجئة وهما نموذج الفروق الكسرية الموسمي ونموذج

الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية لتقييم أثر استخدامهما في التنبؤ من خلال مجال التطبيق علي السلسلة الزمنية للبيانات الشهرية الخاصة بحجم الكلي لإنتاج البترول في مصر، كما يهدف البحث إلي عرض طريقة الكشف عن طبيعة الذاكرة طويلة المدى المتولدة في البيانات في ظل وجود العوامل غير المنتظمة، إضافة إلي تحديد أسلوب التقدير الأمثل والذي يحقق أدق قيمة تنبؤية للسلسلة الزمنية.

### أهمية البحث :

تحديد أسلوب التقدير الأفضل في تقدير كل من نموذج الفروق الكسرية الموسمي  $SARFIMA(0,D,0)$  ونموذج الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية  $MRS-SARFIMA$  وذلك إذا كان التوزيع الاحتمال للمكون العشوائي مدبب  $Leptokurtic$ ، للوصول إلي أدق تنبؤ بالقيم المستقبلية. إجراء مقارنة بين نموذج  $MRS-SARFIMA$  ونموذج  $SARFIMA$  لتحديد النموذج الذي يصل إلي أدق تنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية في ظل العوامل الموسمية والعوامل غير المنتظمة التي تتعرض لها السلسلة الزمنية. الكشف عن طبيعة الذاكرة طويلة المدى الموجودة في السلسلة الزمنية وذلك من خلال مقارنة قيمة معلمة الفروق لنموذج  $MRS-SARFIMA$  ومعلمة الفروق لنموذج  $SARFIMA$ .

وذلك من خلال مجال التطبيق علي السلسلة الزمنية للبيانات الشهرية الخاصة بالحجم الكلي إنتاج البترول في مصر حتى تتمكن الأطراف المهمة من توفير الاحتياجات الكافية من الطاقة البترولية وذلك عن طريق النتائج الدقيقة للنماذج الإحصائية ومن ثم تتمكن من صياغة السياسة المستقبلية المطلوبة للحد من أزمة الطاقة في مصر.

## بيانات وحدود الدراسة

تتركز بيانات الدراسة علي حجم إنتاج البترول في جمهورية مصر العربية ، وتنحصر حدود البحث الزمنية في الفترة من يناير 1999 حتى يناير 2013 في مرحلة التقدير، وتم استخدام 12 مشاهدة شهرية تالية وذلك في الفترة الزمنية من يناير 2013 حتى يناير 2014 في مرحلة التنبؤ.

## ذاكرة السلسلة الزمنية

من السهل الكشف عن وجود الذاكرة طويلة المدى في السلسلة الزمنية من خلال المعايير والاختبارات المختلفة إلا أن الكثير من الأبحاث وجدت صعوبة في الكشف عن حقيقة هذه الذاكرة من حيث أنها حقيقية real أي أنها ناتجة عن ارتباط حقيقي بين بيانات السلسلة الزمنية حتى الفترات الزمنية البعيدة، أم هي ذاكرة زائفة spurious وهي الذاكرة قصيرة المدى التي لها سلوك يشبه سلوك الذاكرة طويلة المدى وذلك بسبب تعرض السلسلة الزمنية ل switching regime و structural break.

وقد تم استخدام نموذج MRS-SARFIMA كمعيار لتحديد طبيعة الذاكرة المتولدة في السلسلة الزمنية من خلال مقارنة قيمة معلمة الفرق للنموذج مع معلمة الفرق الكسري لنموذج SARFIMA وذلك في ظل الحالات الآتية:

- 1- إذا كانت قيمة معلمة الفروق الكسرية ( $\hat{D}$ ) المقدر من نموذج MRS-SARFIMA تساوي صفر فهذا دليل علي أن الذاكرة المتولدة في السلسلة زائفة.
- 2- وإذا كانت قيمة معلمة الفروق الكسرية المقدر ( $\hat{D}$ ) أكبر من الصفر وقريبة من قيمة المعلمة ( $\hat{D}$ ) من نموذج SARFIMA فهذا يعني أن الذاكرة المتولدة حقيقية ولكنها متأثرة بوجود regime switching إلا أن التأثير الحادث صغير.

3- أما إذا كانت قيمة المعلمة  $(\hat{D})$  من نموذج MAR-SARFIMA أكبر من صفر وبعيدة عن قيمة المعلمة  $(\hat{D})$  المقدرة من نموذج SARFIMA فإن الذاكرة تكون حقيقية لكن تأثير Rregime switching علي ذاكرة السلسلة كبير. ولكي نتمكن من معرفة ذاكرة السلسلة من حيث قصيرة أو طويلة المدى تم استخدام كل من اختبار المدى المتغير المعدل واختبار تباين المدى المتغير المعدل لاختبار الفرض القائل بأن ذاكرة السلسلة الزمنية قصيرة المدى مقابل الفرض البديل القائل بأن ذاكرة السلسلة طويلة المدى:

وتكون إحصاءه الاختبار كما يلي :

$$Q_n = \frac{1}{\hat{s}_n(q)} \left[ \begin{array}{l} \text{Max} \\ 1 \leq k \leq n \end{array} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_N) - \begin{array}{l} \text{Min} \\ 1 \leq k \leq n \end{array} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_N) \right] \quad (1)$$

حيث أن :

$$\hat{s}_n^2(q) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X}_N)^2 + 2 \sum_{j=1}^q w_j(q) \hat{\gamma}_j \quad (2)$$

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-j} (X_j - \bar{X}_N)(X_{i+j} - \bar{X}_N) \quad , \quad 0 \leq j < N \quad (3)$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad , \quad q < n \quad (4)$$

ويعرف q بمعامل الفرق ، وتحسب القيمة الجدولية للاختبار من جدول  $\Pi$  من بحث Lo 1991.

**اختبار تباين المدى المتغير****Variance Rescaled Range (VRS)**

تكون أداة الاختبار كما يلي:

$$M_N = \frac{1}{S^2_{N,q} N^2} \left[ \sum_{k=1}^N \left[ \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_N) \right]^2 - \frac{1}{N} \left[ \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_N) \right]^2 \right] \quad (5)$$

وتحسب القيمة الجدولية للاختبار من جدول كولموجروف سميرنوف.

تم استخدام كل من نموذج الفروق الكسرية الموسمي Seasonal Fractional (SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub>) ونموذج الفروق الكسرية مع عمليات ماركوف العشوائية Seasonal Markov Regime Switching – Seasonal Fractional Integrated (MRS-SARFIAM(0,D,0)<sub>s</sub>) وذلك بالتطبيق علي بيانات الدراسة .

**نموذج الفروق الكسرية الموسمي****Seasonal Fractional Integrated SARFIMA (0,D,0)<sub>s</sub>**

وهو نموذج خطي تكون قيمة معلمة الفروق الموسمية له غير صحيحة حيث أن  $\{D \in [-0.5, 0.5]\}$  ، حيث أن القيمة الكسرية لمعلمة الفروق تمكن النموذج من أخذ التقلبات البيئية الحادثة في السلسلة الزمنية في الإعتبار فضلاً عن نمذجة الذاكرة طويلة المدى .

تكون الصورة العامة للنموذج كما يلي :

$$(I - B^s)^D x_t = \varepsilon_t \quad (6)$$

$$(1 - B^s)^D = 1 - DB^s - \frac{D(1-D)B^{2s}}{2!} - \dots \quad (7)$$

حيث أن  $\varepsilon_t$  هي الأخطاء العشوائية ، B مشغل الإزاحة للخلف ، D معلمة الفرق و يطبق علي البيانات الشهرية ( s=12 ) والربع سنوية ( s=4 )، ويسمي هذا النموذج Rigid SARFIMA أو النموذج الموسمي الكسري (model)

pure Seasonal (Fractional Seasonal) أو النموذج الموسمي الكسري الخام (Fractional Seasonal). (Fractional)

يتميز النموذج بالثبات علي طول الفترة الزمنية مما يجعلها غير قادرة علي أخذ التقلبات الحادثة في السلسلة الزمنية.

### تقدير النموذج:

يتم تقدير النموذج باستخدام طرق معلمية وطرق شبه معلمية حيث أن الطرق شبه المعلمية تتمثل في طريقة GPH وهو أسلوب شبه معلمية semiparametric estimation وتتميز الطرق شبه المعلمية بأنها تصف معالم بعضها له مدي نهائي ومعالم أخرى ذات مدي لا نهائي أو يمكن تعريفه علي أنه أسلوب يضم معالم معلمية ((منتهاية الفضاء)) ومعالم لا معلمية ((غير منتهاية الفضاء))، وتعتمد معادلة التقدير علي دالة التحليل الطيفي spectral density function وأيضا معادلة الانحدار periodogram كما يلي:  
يتم تقدير معلمة الفروق الكسرية بتعظيم معادلة المربعات الصغري Ordinary least square الآتية:

$$\hat{d} = -0.5 \frac{\sum_{k=0}^s \sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x}) \log I_j}{\sum_{k=0}^s \sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x})^2} \quad (8)$$

$$; x_j = \log \left[ 2 \sin \left( \sin \left( \frac{s \lambda_j}{2} \right) \right) \right]. \quad (9)$$

حيث أن  $\log I_j$  هو لو غاريتم Periodogram حيث أن:

$$\log f(\lambda) = \log \frac{\sigma^2 \varepsilon}{2\pi} - D \log \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda_s}{2} \right) \right]^2; 0 \leq \lambda \leq \pi \quad (10)$$

عند تقريب هذه المعادلة فإن:

$$\log I(\lambda) \cong a_0 - D \log \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda_s}{2} \right) \right]^2 \quad (11)$$

ويعرف  $f(\lambda)$  بدالة الكثافة الطيفية لنموذج SARFIMA(0)S,D، حيث أن:

$$f(\lambda) = \frac{\sigma^2_\varepsilon}{2\pi} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda v_{v,s}}{2} \right) \right]^{-2D}, \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi$$

(12)

مما سبق يتضح أن طريقة GPH تتميز بالحساسية تجاه ذاكرة النموذج حيث أن معادلة التقدير تعتمد علي دالة الكثافة الطيفية والتي تعتبر أحد المعايير المستخدمة للكشف عن ذاكرة النموذج.

### طريقة الإمكان الأعظم الشرطية Conditional Maximum Like Likelihood

أن مقدرات الإمكان الأعظم الشرطية الناتجة في حالة إذا كانت البواقي تتبع توزيع t أقل تحي و أكثر كفاءة وذلك إذا كان التوزيع مدبب ( Leptokurtic ) كما أن توزيع t يقلل من التقلطح الحادث في البيانات مما ينعكس علي دقة التنبؤات الناتجة وتبين ذلك من خلال قيمة كل من معيار متوسط مربع الخطأ MES ومعيار جذر متوسط مربع الخطأ RMSPE والتي تكون أقل من تطبيق نفس الطريقة في حالة إذا كان الخطأ العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي .

### نموذج الفروق الكسرية الموسمي مع عمليات ماركوف العشوائية

#### Markov Regime Switching–Seasonal Fractional Integrated ( MRS–SARFIMA)

وينتج هذا النموذج عن دمج عملية الفرق I (d) مع سلسلة ماركوف الكامنة latent Markov chain حيث أن  $\{s_t\}_{t=1}^T$  وهي تمثل عينة مسار كامنة لسلسلة ماركوف وتكون لعدد N من الحالات latent sample path of an N-state markov chain وقد اعتبرت الدراسة عدد الحالات المستخدمة حالتين حيث أن  $s_t = 0,1$  ويعرف عند كل نقطة زمنية t وتكون مصفوفة احتمال الانتقال من الدرجة 2\*2 كما يلي:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & 1 - p_{00} \\ 1 - p_{11} & p_{11} \end{bmatrix} \quad (13)$$

حيث أن احتمال انتقال النموذج (transition probability) من الحالة  $j$  إلى الحالة  $i$ .

$$p_{ij} = p(s_t = i | s_{t-1} = j) ; \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \text{ for all } (i) \quad (14)$$

علي الصورة:  $I(d)$  وتكون عملية

$$(1 - L^S)^d x_t = \varepsilon_t , \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

وتكون الصورة العامة للنموذج كما يلي :

$$(1 - L^S)^D (y_t - \mu_{s_t}) = \varepsilon_{s_t, t} ; s_t = 1, 2 \quad (15)$$

حيث أن  $s_t$  هو متغير الحالة،  $\mu_{s_t}$  متوسط النموذج ويكون له قيمة متغيرة حيث أن  $\mu_0$  متوسط النموذج إذا وقعت البيانات في الحالة 0 أي أن  $(s_t = 0)$ ،  $\mu_2$  متوسط النموذج إذا وقعت السلسلة في الحالة 1 أي أن  $(s_t = 1)$ ،  $D$  هي معلمة الفرق ولها قيمة ثابتة، يتميز النموذج بأنه يمكن تطبيقه علي السلسلة الزمنية التي تتعرض بياناتها لعوامل غير منتظمة وذلك لوجود متغير الحالة الكامن الذي يأخذ في الاعتبار حالة البيانات عند النقاط الزمنية المختلفة.

### تقدير النموذج

سنقوم بتقدير النموذج بتطبيق طريقة (Hamilton 1989) التكرارية وذلك باستخدام طريقة الإمكان الأعظم الشرطية في حالة إذا كانت البواقي  $(\varepsilon_t)$  تتبع التوزيع الطبيعي وتتبع توزيع  $t$ ، حيث أن طريقة (Hamilton 1989) التكرارية تعتمد علي يتم حسابها كما يلي

أولاً : دالة كثافة الاحتمال الشرطية Conditional probability density function للسلسلة  $y_t$  بشرط  $s_t, s_{t-1}$  والمشاهدات السابقة للسلسلة الزمنية،  $F_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$  تكون كما يلي:

$$f(y_t | s_t = j, F_{t-1}) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{j,t}^2}{2\sigma^2}\right) \right) \quad (16)$$

حيث أن  $\varepsilon_{s_t}$  تتبع التوزيع الطبيعي وتكون علي الصورة:

$$\varepsilon_t = y_t - \mu_{s_t} - D(y_{t-s} - \mu_{s_t}) + \frac{D(D-1)}{2!}(y_{t-2s} - \mu_{s_t}) - \frac{D(D-1)(D-2)}{3!}(y_{t-3s} - \mu_{s_t}) + \dots \quad (17)$$

وإذا كانت الأخطاء تتبع توزيع  $t$  فإن دالة كثافة الاحتمال الشرطية تكون:

$$\begin{aligned} \ln \sum_{j=1}^2 f(y_t | s_t = j, F_{t-1}) &= n \ln \Gamma\left(v + \frac{1}{2}\right) - \\ &n \ln(\Gamma v / 2) - n \ln \sqrt{\pi(v-2)\sigma_\varepsilon^2} + \left(\frac{v+1}{2} \sum_{t=1}^n \ln \frac{\varepsilon_{j,t}^2}{(v-2)\sigma_\varepsilon^2}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

الخطوة الأولى: يحسب احتمال مبدئي initial probability حيث أن

$\Pr(s_0 = j; j = 0, 1)$  هو قيمة أولية:

$$\Pr(s_0 = 0) = \pi = \frac{1-p}{2-p-q}$$

$$\Pr(s_0 = 1) = 1 - \pi = \frac{1-q}{2-p-q} \quad (19)$$

**الخطوة الثانية:**

Prediction probability  $\Pr(s_t = j | F_{t-1})$  يحسب احتمال التنبؤ

يعطي من العلاقة الآتية عند كل حالة  $j = 0, 1$

$$\Pr(s_t = j | F_{t-1}) = \sum_{j=1}^2 p_{ji} \Pr(s_{t-1} = j | F_{t-1}) \quad (20)$$

حيث أن  $p_{ji}$  احتمال الإنتقال من الحالة  $j$  إلي الحالة  $i$  لكل  $i, j = 0, 1$

و تكون احتمالات الانتقال  $(p_{11}, p_{22}, p_{21}, p_{12})$  حيث أن  $p_{21} = 1 - p_{11}$

،  $p_{12} = 1 - p_{22}$  وتكون قيم هذه الإحتمالات ثابتة و يسمى

الإحتمال  $\Pr(s_{t-1} = j | F_{t-1})$  ب filtering probability.

• الخطوة الثالثة حساب filtering probabilities وتحسب من

العلاقة:

$$P(s_t = j|F_t) = \frac{f(y_t|s_t = j, F_{t-1}) \cdot \Pr(s_t = j|F_{t-1})}{\sum_{j=1}^2 f(y_t|s_t = j, F_{t-1}) \cdot \Pr(s_t = j|F_{t-1})}$$

(21)

ثم تحسب مقدرات المعالم بتعظيم معادلة لوغاريتم الإمكان الأعظم التامة full log likelihood والتالي تكون كما يلي :

$$LnL = \sum_{t=1}^n Ln \sum_{j=1}^2 f(y_t|s_t = j, F_{t-1}) \Pr(s_t = j|F_t)$$

(22)

وتتم هذه الخطوات بطريقة تكرارية من النقطة الزمنية 1 = t حتى النقطة الزمنية t = T .

### نتائج تطبيق النماذج علي البيانات الفعلية

اعتمدت الدراسة علي البيانات الشهرية الموسمية الخاصة بحجم إنتاج البترول في جمهورية مصر العربية حيث تم استخدام بيانات الدراسة في الفترة من يناير 1999 حتى يناير 2013 ثم تم استخدام 12 مشاهدة شهرية تالية لتلك الفترة من شهر يناير 1999 حتي شهر يناير 2014 وذلك للتنبؤ واختبار النموذج.

### الدراسة التطبيقية

في البداية ترسم السلسلة الأصلية ثم تم إجراء عدة تحويلات لتسكين السلسلة ومنها أخذ الفرق الأول لإزالة أثر الاتجاه العام وإجراء التحويلة اللوغاريمية اللازمة لتسكين التباين وقد تم ملاحظة معنوية قيم معاملات الارتباط الذاتي عند الفترات الموسمية والقريبة مما يعني وجود الأثر الموسمي في السلسلة الزمنية وقد تم أخذ الفرق الموسمي لإزالة الأثر الموسمي من البيانات، وقد تم إجراء كل من اختبار المدى المتغير المعدل واختبار تباين المدى المتغير لمعرفة ما إذا كانت ذاكرة السلسلة الزمنية قصيرة المدى أم طويلة المدى، وعند استخدام كل من نموذج الفرق الكسري الموسمي SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub> ونموذج الفرق الكسري الموسمي

مع عمليات ماركوف العشوائية باستخدام طرق التقدير الذي سبق توضيحها كانت نتيجة الدراسة كما يلي:

أوضحت النتائج الإحصائية أن نموذج السلاسل الزمنية ذات الفروق الكسرية الموسمي الملائم لبيانات الكمية الشهرية من إنتاج البترول هو SARFIMA  $(0,0,272304,0)_s$  حيث كانت طريقة الإمكان الأعظم الشرطية إذا كانت البواقي تتبع توزيع آفي تقدير نموذج SARFIMA  $(0,D,0)_s$  فكانت قيمة الخطأ المعياري وكل من معيار MSE ومعيار RMSPE المحسوبة له هي الأقل مقارنة بباقي طرق التقدير المستخدمة ويرجع ذلك إلي أن التوزيع مدبب Leptokurtic حيث أن قيمة معامل التقلطح له قد بلغت 5.56 وهي أكبر من قيمة التوزيع الاعتيادي ومن ثم أظهر أسلوب التقدير في حالة توزيع كفاءة أعلى عنه في حالة استخدام أسلوب الإمكان الأعظم الشرطية إذا كانت البواقي تتبع التوزيع الطبيعي.

- يعتبر نموذج SARFIMA  $(0,0.07,0)_s$  حيث كانت طريقة GPH هي المستخدمة في تقدير نموذج SARFIMA  $(0,D,0)_s$  هو الأقل كفاءة ويظهر ذلك من خلال معايير المفاضلة حيث أنها كانت الأعلى مقارنة بطريقة MLE الشرطية، وكان ذلك نتيجة وجود حالة Regime Switching في السلسلة الزمنية والتي تؤثر علي ذاكرة النموذج حيث أن طريقة GPH ذات حساسية كبيرة تجاه ذاكرة النموذج.
- أما نموذج SARFIMA  $(0,D,0)_s$  فقد كان نموذج SARFIMA  $(0,0.1,0)_s$  هو الأكفأ وذات دقة تنبؤية أعلى عند استخدام طريقة MLE الشرطية في حالة توزيع آفيتضح ذلك من خلال معايير المفاضلة المستخدمة بين النماذج.

- يعرض جدول رقم ( 16 ) التالي نتائج المفاضلة بين نموذج SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub> ونموذج MRS-SARFIMA (0,D,0)<sub>s</sub> المقدر كما يلي:

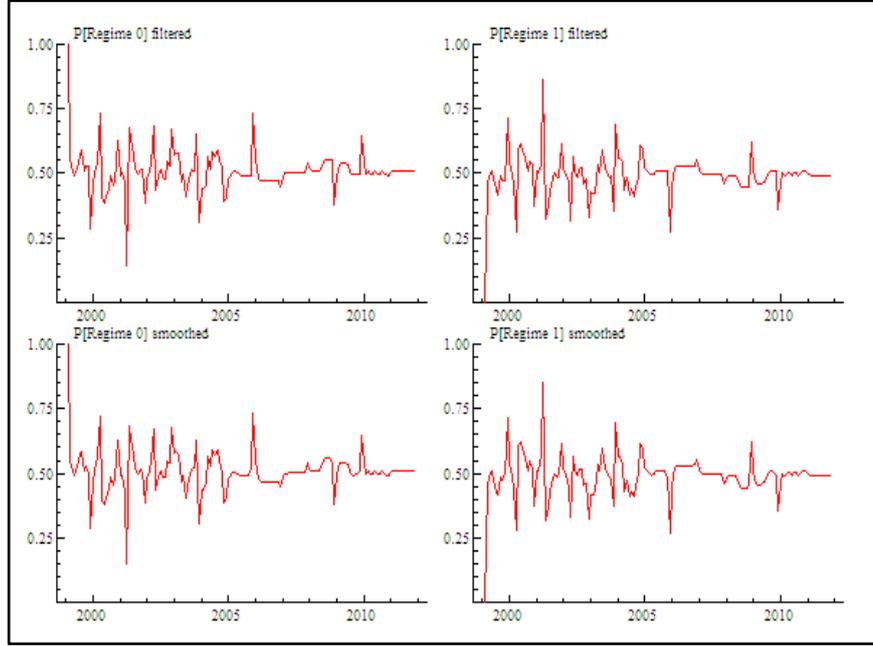
	S.E	MSE	• RMSPE
SARFIMA (0,0.07,0) <sub>s</sub> GPH estimation	0.023	150,78	10.0432
SARFIMA (0,- 0.254,0) <sub>s</sub> MLE with N-Dis	0.06947	85.1392	2.6636
SARFIMA (0,- 0.272,0) <sub>s</sub> MLE with T-Dis	0.06865	74.6439	2.4941
MRS-SARFIMA (0.,0,04,0) <sub>S</sub> MLE with N-Dis	0.2153	44.1393	1.9179
SARFIMA (0,0.1,0)SMRS- MLE with T-Dis	0.0130	42.6578	1.8854

جدول رقم (1)

يتضح من الجدول أن معايير المفاضلة الخاصة بنموذج SARFIMA MRS-(0,0.1,0)<sub>s</sub> ذات قيم أقل بالإضافة أنه عند ملاحظة التمثيل البياني للقيم الفعلية والقيم التنبؤية نجد أنها تتقارب بدرجة كبيرة حد التطابق وبالتالي فإن النموذج هو الأفضل في التنبؤ بحجم إنتاج البترول.

كما أثبتت الدراسة أن وجود regime switching في البيانات هو نتيجة عدم ثبات احتمال smoothing واحتمال filtered الخاص بوقوع المشاهدات في الحالة 0 أو الحالة 1 عند النقاط الزمنية المختلفة والذي أدى بالتبعية إلي ظهور الذاكرة طويلة المدى في السلسلة الزمنية لإنتاج البترول، أما احتمالات الانتقال فهي تمثل معالم ذات قيم ثابتة.

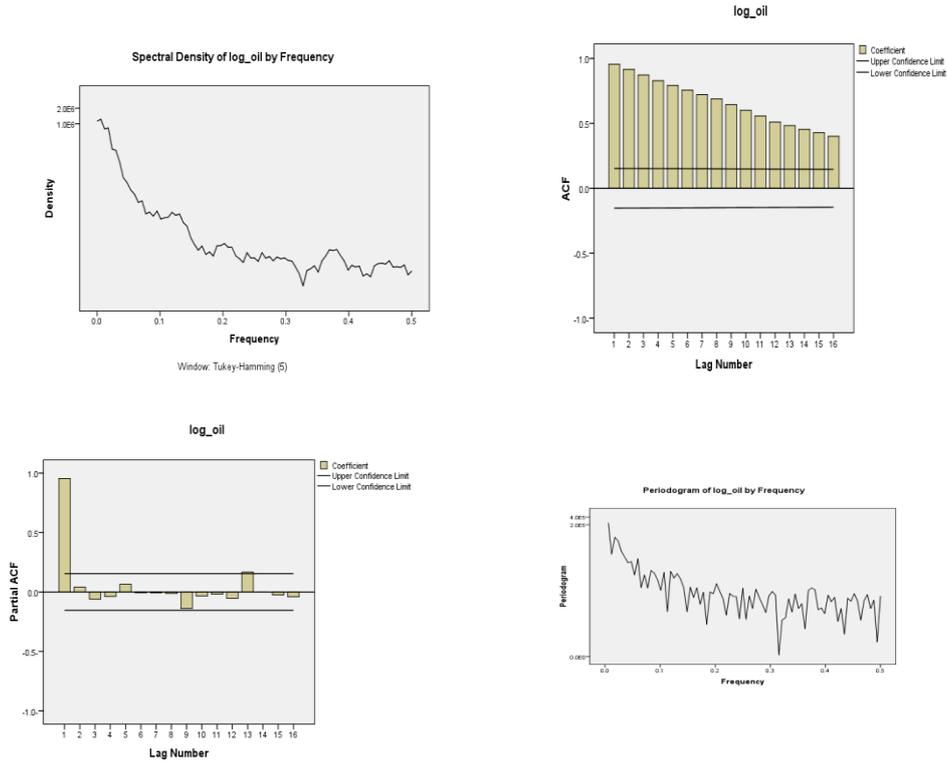
ويمكن ملاحظة التمثيل البياني التالي:



شكل رقم (1)

يعرض شكل رقم (1) التمثيل البياني لكل من احتمال smoothing واحتمال filtering عند الحالة  $i = 0, 1$ ؛ حيث أن المحور الأفقي يمثل قيم المشاهدات عند النقاط الزمنية المختلفة في الفترة من يناير 1999 حتى يناير 2013 أما المحور الرأسي فهو يمثل احتمالات وقوع كل مشاهدة في الحالتين 0 و 1. وكما هو مبين من الشكل البياني أن احتمالات وقوع كل مشاهدة في الحالتين 0، 1 سواء كان هذا الاحتمال هو smoothing probability أو filtering probability يختلف من مشاهدة لآخرية عند النقاط الزمنية المختلفة مما يعني تذبذب وقوع المشاهدات في الحالات المختلفة ويظهر ذلك من خلال تذبذب منحنى الرسم البياني، فعلي سبيل المثال عن ملاحظة المشاهدة الأولى الواقعة في التمثيل البياني لاحتمال filtered و smoothing في كل من الحالة  $i = 0, 1$  نجد أنها تقع في الحالة 0 باحتمال 1 وتقع في الحالة 1 باحتمال 0 وعند الانتقال إلي

مجموعة المشاهدات التالية للمشاهدة الأولى الواقعة في الفترة الزمنية من يناير 1999 حتي بداية عام 2000 نجد أنها تقع في الحالة 0 باحتمال ينتمي للفترة  $[0.30, 0.70]$  وتقع في الحالة 1 باحتمال ينتمي للفترة  $[0.45, 0.70]$  وكذلك نجد باقي مشاهدات السلسلة الزمنية تقع في الحالتين 0، 1 باحتمالات مختلفة وبالتالي فإن القيم المتغيرة لكل من احتمال  $\text{smoothing filtered}$  تفسر سبب ظهور  $\text{regime switching}$ . أوضحت الدراسة أنه يمكن التعرف علي وجود الذاكرة طويلة المدى من خلال التمثيل البياني لكل من دالة الارتباط الذاتي وكذلك دالة الكثافة الطيفية وكذلك التمثيل البياني لدالة  $\text{Periodogram}$  كما يلي:



ويتضح من الشكل البياني أن دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية للبيانات الشهرية تتناقص ببطء كما أنها ذات قيم معنوية عند الفروق البعيدة للسلسلة كما عرض الشكل البياني لكل من دالة الكثافة الطيفية ودالة Periodogram أن المساحة أسفل منحنى دالة الكثافة ودالة Periodogram تتجه إلي ما لا نهاية مما يدل علي ظهور الذاكرة طويلة المدى في بيانات السلسلة الزمنية وتم تطبيق اختبارات الذاكرة طويلة المدى للكشف عنها فقد بلغت القيمة الحسابية لاختبار المدى المتغير المعدل  $1.62$  (Modified Rescaled Range) وحيث أن القيمة الجدولية من جدول  $L01990$  تساوي  $0.861$  عند مستوى معنوية  $\alpha = 0.05$ ، وكذلك اختبار تباين المدى المتغير (Variance Rescaled Range) حيث أن القيمة الحسابية الناتجة له تساوي  $0.26$  أما القيمة الجدولية من جدول كولموجروف سميرنوف عند مستوى معنوية  $0.05$  تبلغ  $0.1869$  مما يعني قبول الفرض القائل بأن الذاكرة طويلة المدى.

وقد تم استخدام نموذج  $MRS-SARFIMA(0,D,0)_s$  كمعيار للكشف عن حقيقة الذاكرة طويلة المدى المتولدة في بيانات السلسلة الزمنية الخاصة بحجم إنتاج البترول من خلال مقارنة قيمة معلمة الفروق الكسرية الخاصة بالنموذج عند استخدام طريقة الإمكان الأعظم الشرطية في حالة التوزيع الطبيعي وتوزيع أمع قيمة معلمة الفروق الكسرية لنموذج  $SARFIMA(0,D,0)_s$  وقد أظهرت النتائج أن قيمة معلمة الفروق الخاصة بنموذج  $MRS-SARFIMA(0.,0,04,0)_s$  والتي تظهر في السلسلة الزمنية لبيانات إنتاج البترول حقيقية إلا أن قيمة معلمة الفروق المقدره لنموذج  $MRS-SARFIMA(0,0,04,0)_s$  ونموذج  $MRS-SARFIMA(0,0.1,0)_s$  ليست قريبة بدرجة كافية من قيمة معلمة الفروق المقدره لكل من نموذج  $SARFIMA(0,0.254,0)_s$  ونموذج

SARFIMA(0,0.272,0)<sub>s</sub> مما يعني أن ذاكرة السلسلة الزمنية تأثرت بوجود regime switching في السلسلة الزمنية.

### ملخص نتائج الدراسة

- MRS- SARFIMA (0,0.1,0) هو النموذج الأدق في التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية لبيانات الحجم الكلي لإنتاج البترول وذلك باستخدام طريقة الإمكان الأعظم الشرطية باعتبار المكون العشوائي يتبع توزيع  $t$ . في حالة التوزيع المدبب .
- تأثر حساسية أسلوب GPH اتجاه ذاكرة النموذج ونتيجة لظهور Regime Switching في السلسلة الزمنية لم يكن أسلوب GPH هو الأمثل في الاستخدام .
- ذاكرة السلسلة الزمنية للحجم الكلي لبيانات طويلة المدى إلا أن العوامل غير المنتظمة التي تتعرض لها بيانات الحجم الكلي لإنتاج البترول كان لها تأثير علي ذاكرة البيانات المتولدة.

### التوصيات:

- استخدام أسلوب السلاسل الزمنية الموسمية ذات الفروق الكسرية المدمجة بسلاسل ماركوف مع العمليات العشوائية (0,D,0) MRS-SARFIM للنتبؤ بحجم إنتاج البترول.
- استخدام أسلوب السلاسل الزمنية ذات الفروق الكسرية الموسمية المدمجة بسلاسل ماركوف والتي تأخذ في اعتبارها التغيرات المفاجئة والمضطربة في السلسلة الزمنية بالتطبيق علي سلاسل الزمنية لبيانات الطاقة .
- استخدام طريقة الإمكان الأعظم الشرطية إذا كانت البواقي تتبع توزيع  $t$  في تقدير نموذج SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub> ونموذج MRS-

SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub> خاصة إذا كان توزيع البيانات مدبب  
.LePtokurtic

- استخدام نموذج MRS-SARFIMA(0,D,0)<sub>s</sub> كمعيار للكشف عن طبيعة الذاكرة المتولدة في البيانات.

## المراجع

### أولاً: المراجع العربية :

#### الرسائل العلمية:

- 1- محمد مصطفى عبد الرازق (1999). " نموذج إحصائي للتنبؤ بحجم الحصيد الجمركية السنوية في مصر " (رسالة ماجستير في الإحصاء التطبيقي) كلية التجارة - جامعة المنصورة .
- 2- مصطفى يوسف عبد الله محمد (2010). "مساهمات إضافية في نماذج السلاسل الزمنية ذات الفروق الكسرية" (رسالة دكتوراه في الإحصاء التطبيقي) كلية التجارة - جامعة المنصورة .

#### الكتب

- 3- عدنان ماجد عبد الرحمن، طرق التنبؤ الإحصائي (2002).
- 4- لطفي تاج و عمار محمود علي ، مقدمة في العمليات العشوائية (2006).

### ثانياً : المراجع الأجنبية :

- 1- Kirchgassner, G. &Wolters, J. (2007), Introduction to Modern TimeSeries Analysis.
- 2- Rueys. Tsay. (2005), Analysis of Financial Time, 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley.

- 3- Shumway, R. H. & Stoffer, D. S. (2011), Time Series Analysis and its Applications, 3<sup>rd</sup> Edition, Springer.
- 4- Brockwell, P. J. & Davis, R. A. (2000), Introduction to time Series and Forecasting, 2<sup>nd</sup> Edition, Springer.
- 5- Broersen, p. M. T. (2006), Automatic Autocorrelation and Spectral Analysis, Springer.
- 6- Bell, W. R. & Holan, S. H. & McElroy, T. S. (2011), Economic Time Series Modeling and Seasonality.
- 7- **Palma**, W. (2007), Long Memory \_ Time Series \_ Theory and Methods. John Wiley & Sons, Inc.
- 8- Gil-Alana, L. A. (2004), "Seasonal and long run fractional integration in the Industrial Production Index of some" ,*Working Paper* , 08/04.
- 9- Reisen, V. A. & Rodrigues, A. & Palma, W. (2006), "Estimating seasonal long-memory processes: a MonteCarlo study" ,*Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76,. April, 305–316 .
- 10- Ooms, M. (1995), "Flexible seasonal long memory and economic time series", *Econometric Institute Erasmus University Rotte*.
- 11- Ferrara, L. & Guegan, D. (2006), "Fractional seasonality : models and applications to economic activity in the euro area" , <http://europa.eu>..
- 12- Arteche, J. & Robinson, P. M. (2000), "Semiparametric inference in seasonal and cyclical long memory processes", *London School of Economics and Political Science*.
- 13- Gil-Ala, A. L. & Robinson, M. P. (2001), "Testing of Seasonal Fractional Integration in UK and Japanese Consumption and Income",*Discussion paper, EM*, 2000, 402.

- 14- Giraitis, L. & Hidalgo, J. (2000), "Gaussian Estimation of Parametric Spectral Density With Unknown Pole" , *Department of Economics, London School of Economics & Political Science*.
- 15- Haye, O. M. (2002), "Asymptotic behavior of the empirical process for Gaussian data presenting seasonal long memory", <http://www.emath.fr/ps/>.
- 16- Hudak, P. (1983), "The Estimation And Application of Long Memory Time Series Models", *Department of Economics Duke University*.
- 17- Diongue, A. , Diop, A. Ndong, M. (2007), "Seasonal fractional ARIMA with stable innovations", *Journal of Elsevier*.
- 18- Reisen, A. V. (2014), "A semiparametric approach to estimate two seasonal fractional parameters in the SARFIMA model", <http://dx.doi.org/10.1016/j.matcom.2013.11.001>.
- 19- Lildholdt, M. P. (2002), "Sources of seasonal fractional integration in macroeconomic time series , Department of Economics", *University of Aarhus, Centre for Analytical Finance, and Centre for Dynamic Modelling in Economics*.
- 20- Cagdas, E. E. & Aladag, H. & Cem, K. (2011), " The CSS and The Two- Staged Methods for Parameter Estimation in SARFIMA Models", *Journal of Probability and Statistics* .
- 21- Bisognin, C. & Lopes. C. R. S. (2009), " Properties of seasonal long memory processec", *Journal of Mathematical and Computer Modelling*.
- 22- J. Beran, J. & Feng, Y. (2002), "SARFIMA models- a semiparametric approach to modelling trends, long-range dependence and nonstationarity", *Journal of Computational Statistics Analysis*, (40), 393 – 419.

- 23- Ndongo, M. "Estimation of long-memory parameters for seasonal fractional ARIMA with stable innovations", *Journal of Statistical Methodology*, (7), 141\_151.
- 24- Robinson, M. P. (1995), "Gaussian Semiparametric Estimation of Long Range Dependence", *Journal of the analysis of statistics*, (23), 1630-1661.
- 25- Arteche, J. (2004), "Gaussian semiparametric estimation in long memory in stochastic volatility and signal plus noise models", *Journal of Econometrics*, (119), 131 – 154.
- 26- Velasco, C. (2005), "Semiparametric Estimation of Long Memory Models", *Department of Economics Universidad Carlos*.
- 27- Palma, W. E. J. (2012), "Statistical Analysis of Autoregressive Fractionally I ntegrated Moving Average Models".
- 28- Nielsen, M. & Per Ho. F. (2005), "Finite Sample Comparison of Parametric, Semiparametric, and Wavelet Estimators of Fractional Integration", *Department of Economics Queen's University, Canada*.
- 29- Robinson, M. P. A. (1998), "Semiparametric Inference in Seasonal and Cyclical Long Memory Processes", *London School of economics and Political Science*.
- 30- R.T. Baillie, T. R. (2012), "Prediction from ARFIMA models: Comparisons between MLE and semiparametric estimation procedures", *International Journal of Forecasting*, (28), 46–53.
- 31- Alonso, M. A. & Carolina -Martos, C. C. (2012), "Integrated and long memory processes", *Journal of time series analysis*.
- 32- Tsay, J. W. & Härdle, K. W. (2007), "A Generalized ARFIMA Process with Markov Switching Fractional

Differencing Parameter", *Institute of Economics, Academia Sinica, Taipei, Taiwan.*

33- Tsay, W. (2008), "Analysing Inflation by the ARFIMA Model with Markov-Switching Fractional Differencing Parameter", *Institute of Economics, Academia Sinica, Taiwan.*

34- Balcila, M. Gupt, R. & Joost, C. (2014), "Analysing South Africa's Inflation Persistence Using an ARFIMA Model with Markov-Switching Fractional Differencing Parameter", *Department of Economics University of Pretoria.*

35- Haldrup, N. & Nielsen, M. O. (2005), "A Regime Switching Long Memory Model for Electricity Prices", *Journal of Econometrics* 135 (2006) 349–376.

36- Piger, J. (2007), "Econometrics: Models of Regime Changes", *University of Oregon.*

37- Stelzer, R. (2009), "On Markov-switching ARMA processes – stationarity, existence of moments and geometric ergodicity", *Chair of Mathematical Statistics Unv. Of Germany.*

38- Gabriel, J. V. & Martins, F. L. "On the forecasting ability of ARFIMA models when infrequent breaks occur", *vjgabriel @ eeg . uminho.pt.*

39- Bisaglia, L. & Girolimetto, M. (2005), "Switching regime and ARFIMA Processes", *Department of Statistics Unv. Of Italy.*

40- Shi, Y. & Ho, Y. K. (2013), "Long Memory and Regime Switching: A Simulation Study on the Markov Regime-Switching ARFIMA Model", *Actuarial Studies and Applied Statistics Unv. Of Australia.*

41- Vega, G. J. D. & Oliveira, M. V. A. (2013), "Fractionally-Integrated and Markov-Switching Models to Forecast the Dand of a Fast-Growing Emerging Air

Transportation Market", *Journal of Applied Computing* , 2237-4523.

42- Haldrup, N. & Nielsen, S. F. (2009), "A vector autoregressive model for electricity prices subject to long memory and regime switching", *School of Economics and Management Univ. Of Denmark*.

43- Baek, C. & Fortuna, N. (2014), "Can Markov switching model generate long memory?", *Department of Statistics and Operations Research Univ. Of USA*.

44- Paliouras, v. d. (2007), "Comparing -Switching Models In Time Series: Logistic Mixture vs. Markov Switching", *Department of Mathematics Maryland University*.

45- Ailliot, P. & Monbet, V. (2011), "Markov-switching autoregressive models for wind time series", *Journal of Environmental Modelling & Software 30 (2012) 92e101*.

46- Giraitits, L. & Kokoszka, P. (2003), "Rescaled variance and related tests for long memory in volatility and levels", *Department of Mathematics and Informatics of Vilnius University*.

47- Hamilton, D. J. (1990), "Aalysis Of Time Series Subject to Changes in Regime", *Journal of Econometrics 45 (1990) 39-70. North-Holland*.

48- Hamilton, D. J. (1989), "A new Approach To The Economic Analysis Nonstionary Time Series And The Business Cycle", *Journal of Econometrica, Vol. 57, No. 2 (March, 1989), 357-384*.

49- Rose, O. (1996), "Estimation of Hurst Parameter of Long – Range Dependent Time Series", *University of Wurzburg*.

50- Kuan, M. C. (2002), "Lecture On the Markov Switching Model", Institute of Economics, *Academia Sinica, Taiwan*.

- 51- Cui, K. (2013), "Introduction to Regime Switching model and Application to Weather Derivatives", *University of Calgary, Department of Mathematics and Statistics*.
- 52- LO, W. A. (1991), "Long-Term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica*, Vol. 59 , No. 5. (Sep., 1991), pp. 1279-1313.
- 53- Diebold, X. F. & Inoue, A. (1999), "Long Memory and Structural Change", *New York University, Stern School of Business , Department of Finance*.
- 54- Diebold, F. X. & Inoue, A. (2001), "Long memory and regime switching", *Journal of Econometrics* 105 (2001) 131–159.
- 55- Muzereau, E. & Han, V. (2012), "Markov regime Switching Model for the Gas Price Seasonality", [muzereau@gdfsuez.com](mailto:muzereau@gdfsuez.com).
- 56- Norden, V. S. & Vigfusson, R. (1996), "Regime-Switching Models", *ISSN 1192-5434*.
- 57- Lanouar, C. & Dominique, G. (2011), "Which is the Best Model for the US Inflation Rate: A Structural Change Model or a Long Memory Process?", *The IUP Journal of Applied Economics*, Vol. X, No. 1, 2011.
- 58- Baum, F. C. (2013), "ARFIMA (long memory) models", *EC 327:Financial Econometrics Boston College*.